

2024 年 4 月入学 (April 2024 Admission)  
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題  
問題用紙

Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University  
Entrance Examination Booklet (General Selection)  
Question Sheets

(2024 年 1 月 25 日実施 / January 25, 2024)

|         |                                |
|---------|--------------------------------|
| 試験科目    | 情報科学 (専門科目 I)                  |
| Subject | Informatics and Data Science I |

|         |                              |                   |   |
|---------|------------------------------|-------------------|---|
| プログラム   | 情報科学                         | 受験番号              |   |
| Program | Informatics and Data Science | Examinee's Number | M |

試験時間 : 9 時 00 分 ~ 11 時 00 分 (Examination Time : From 9:00 to 11:00)

### 受験上の注意事項

1. この問題用紙は表紙を含み 5 枚あります。
2. 表紙および各ページに、受験番号を記入してください。
3. これは問題用紙です。解答は別冊の解答用紙に記入してください。
4. 解答が書ききれないときは、同じ用紙の裏面を利用しても構いません。ただし、その場合は「裏に続く」などと記入して裏面に記載したことが分かるようにしてください。
5. すべての問題に解答してください。
6. 問題用紙は解答用紙とともに回収します。
7. 質問あるいは不明な点がある場合は手を挙げてください。

### Notices

1. There are 5 question sheets including a front sheet.
2. Fill in your examinee's number in the specified positions in this cover and each question sheet.
3. This examination booklet consists of only question sheets. Use other separate sheets for answers.
4. If the space is exhausted, use the reverse side of the sheet and write down "to be continued" on the last line of the sheet.
5. Answer all the questions.
6. Return these question sheets together with the answer sheets.
7. Raise your hand if you have any questions.

2024 年 4 月入学 (April 2024 Admission)  
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題  
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University  
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2024 年 1 月 25 日実施 / January 25, 2024)

|                 |   |                  |                                      |                           |   |
|-----------------|---|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|
| 試験科目<br>Subject | 情報科学 (専門科目 I)<br>Informatics and Data Science I | プログラム<br>Program | 情報科学<br>Informatics and Data Science | 受験番号<br>Examinee's Number | M |
|-----------------|---|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|

問題 1 (Question 1)

(1)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$  とする.

線形写像  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  を  $x \rightarrow y = f(x) = Ax$  ( $x \in \mathbb{R}^3$ ,  $y \in \mathbb{R}^2$ ) と定義する.

(1-1) 像  $\text{Im } f$  の次元と 1 組の基底を求めよ.

(1-2) 核  $\text{Ker } f$  の次元と 1 組の基底を求めよ.

(2)  $B$  を 3 次元実対称行列とし, 以下の (i), (ii) を満たすとする.

(i)  $B$  の固有値は  $\lambda_1 = -1$ ,  $\lambda_2 = 5$ ,  $\lambda_3 = 3$  である.

(ii)  $u_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $u_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$  は, それぞれ固有値  $\lambda_2, \lambda_3$  に対応する固有ベクトルである.

(2-1) 固有値  $\lambda_1 = -1$  に対応する固有ベクトル  $u_1$  を求めよ.

(2-2) 行列  $B$  を求めよ.

(1) Let  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ .

Let  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  be a linear mapping defined by  $x \rightarrow y = f(x) = Ax$  ( $x \in \mathbb{R}^3$ ,  $y \in \mathbb{R}^2$ ).

(1-1) Find the dimension and a basis of image  $\text{Im } f$ .

(1-2) Find the dimension and a basis of kernel  $\text{Ker } f$ .

(2) Let  $B$  be a 3-dimensional real symmetric matrix satisfying (i) and (ii) as follows:

(i) The eigenvalues of  $B$  are  $\lambda_1 = -1$ ,  $\lambda_2 = 5$ , and  $\lambda_3 = 3$ .

(ii)  $u_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  and  $u_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$  are eigenvectors corresponding to eigenvalues  $\lambda_2$  and  $\lambda_3$ , respectively.

(2-1) Find an eigenvector  $u_1$  corresponding to the eigenvalue  $\lambda_1 = -1$ .

(2-2) Find the matrix  $B$ .

2024 年 4 月入学 (April 2024 Admission)

広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題

Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University

Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2024 年 1 月 25 日実施 / January 25, 2024)

|                 |   |                  |                                      |                           |   |
|-----------------|---|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|
| 試験科目<br>Subject | 情報科学 (専門科目 I)<br>Informatics and Data Science I | プログラム<br>Program | 情報科学<br>Informatics and Data Science | 受験番号<br>Examinee's Number | M |
|-----------------|---|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|

問題 2 (Question 2)

球面上の点  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  に対して, 関数  $f(x, y, z) = (x + y)\sqrt{z^2 + 1}$  の最大値及び最小値を求めよ.

Find the maximum and minimum values of the function  $f(x, y, z) = (x + y)\sqrt{z^2 + 1}$  on the sphere  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ .

2024 年 4 月入学 (April 2024 Admission)  
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題  
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University  
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2024 年 1 月 25 日実施 / January 25, 2024)

|                 |   |                  |                                      |                           |   |
|-----------------|---|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|
| 試験科目<br>Subject | 情報科学 (専門科目 I)<br>Informatics and Data Science I | プログラム<br>Program | 情報科学<br>Informatics and Data Science | 受験番号<br>Examinee's Number | M |
|-----------------|---|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|

問題 3 (Question 3)

$X_1, X_2, \dots, X_n$  は独立な確率変数であり, 同一のパラメータ  $\lambda (> 0)$  をもつ指数分布に従うものとする. ここで,  $X_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) の確率密度関数は以下のように与えられる.

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{for } 0 < x < \infty \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

- (1)  $X_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) の確率分布関数  $\Pr\{X_j \leq x\}$  を求めよ.
- (2) 平均  $E[X_j]$  と分散  $\text{Var}[X_j]$  を求めよ.
- (3)  $Y = \max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$  で与えられる最大値の確率分布関数を求めよ.
- (4)  $Z = \min\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$  で与えられる最小値の確率分布関数を求めよ.
- (5) 2 つの確率変数の和  $X_j + X_{j+1}$  ( $j = 1, 2, \dots, n-1$ ) の確率密度関数を求めよ.

Let  $X_1, X_2, \dots, X_n$  be independent random variables, all exponentially distributed with the same parameter  $\lambda (> 0)$ , where the probability density functions of  $X_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) are given by

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{for } 0 < x < \infty \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

- (1) Find the probability distribution functions of  $X_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ),  $\Pr\{X_j \leq x\}$ .
- (2) Find the mean  $E[X_j]$  and the variance  $\text{Var}[X_j]$ .
- (3) Determine the probability distribution function for the maximum  $Y = \max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ .
- (4) Determine the probability distribution function for the minimum  $Z = \min\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ .
- (5) Determine the probability density functions of the sum of two random variables  $X_j + X_{j+1}$  ( $j = 1, 2, \dots, n-1$ ).

2024 年 4 月入学 (April 2024 Admission)  
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題  
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University  
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2024 年 1 月 25 日実施 / January 25, 2024)

|                 |   |                  |                                      |                           |   |
|-----------------|---|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|
| 試験科目<br>Subject | 情報科学 (専門科目 I)<br>Informatics and Data Science I | プログラム<br>Program | 情報科学<br>Informatics and Data Science | 受験番号<br>Examinee's Number | M |
|-----------------|---|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|

問題 4 (Question 4)

集合  $X, Y$  に対して, 集合  $X \times Y = \{(x, y) | x \in X, y \in Y\}$  を  $X, Y$  の直積という. 空でない集合  $X$  に対して,  $X \times X$  の部分集合  $R$  を  $X$  上の二項関係といい,  $(a, b) \in R$  のとき,  $aRb$  と書く. 空でない集合  $X$  上の二項関係  $R$  で以下の (i)~(iii) を満たすものを同値関係という.

- (i) 任意の  $x \in X$  に対して,  $xRx$ .
- (ii) 任意の  $x, y \in X$  に対して,  $xRy$  ならば  $yRx$ .
- (iii) 任意の  $x, y, z \in X$  に対して,  $xRy$  かつ  $yRz$  ならば  $xRz$ .

このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1)  $X = \{0, 1, 2\}, Y = \{a, b\}$  に対して,  $X \times Y$  の要素をすべて示せ.
- (2)  $X = \{0, 1, 2\}$  とする.  $X$  上の二項関係のうち, 同値関係でないかつ空集合でないものを理由とともに 1 つ示せ.
- (3) 空ではない集合  $X$  上の同値関係  $R$  および  $x \in X$  に対して,  $[x]_R = \{y \in X | xRy\}$  と定義する. このとき, 空ではない任意の集合  $X$  上の任意の同値関係  $R$  に対して, 以下の (A), (B) を証明せよ.
  - (A) 任意の  $x, y \in X$  に対して,  $xRy$  ならば  $[x]_R = [y]_R$  である.
  - (B) 任意の  $x, y \in X$  に対して,  $[x]_R \neq [y]_R$  ならば  $[x]_R \cap [y]_R = \emptyset$ .

For sets  $X, Y$ , the set  $X \times Y = \{(x, y) | x \in X, y \in Y\}$  is called the Cartesian product of  $X, Y$ . For a non-empty set  $X$ , a subset  $R$  of  $X \times X$  is called a binary relation on  $X$ , and  $aRb$  denotes  $(a, b) \in R$ . A binary relation  $R$  on a non-empty set  $X$  is called an equivalence relation if the following (i)–(iii) are satisfied.

- (i) For any  $x \in X$ ,  $xRx$ .
- (ii) For any  $x, y \in X$ , if  $xRy$  then  $yRx$ .
- (iii) For any  $x, y, z \in X$ , if  $xRy$  and  $yRz$  then  $xRz$ .

Answer the following questions.

- (1) For  $X = \{0, 1, 2\}$  and  $Y = \{a, b\}$ , show all elements in  $X \times Y$ .
- (2) Let  $X = \{0, 1, 2\}$ . Show one binary relation on  $X$  that is neither an equivalence relation nor an empty set, together with the reason.
- (3) For an equivalence relation  $R$  on a non-empty set  $X$ , define  $[x]_R = \{y \in X | xRy\}$ . Prove the following (A) and (B) hold for any equivalence relation  $R$  on any non-empty set  $X$ .
  - (A) For any  $x, y \in X$ , if  $xRy$  then  $[x]_R = [y]_R$ .
  - (B) For any  $x, y \in X$ , if  $[x]_R \neq [y]_R$  then  $[x]_R \cap [y]_R = \emptyset$ .

2024 年 4 月入学 (April 2024 Admission)  
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題  
問題用紙  
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course); Hiroshima University  
Entrance Examination Booklet (General Selection)  
Question Sheets

(2024 年 1 月 25 日実施 / January 25, 2024)

|                 |   |
|-----------------|---|
| 試験科目<br>Subject | 情報科学 (専門科目 II)<br>Informatics and Data Science II |
|-----------------|---|

|                  |                                      |                           |   |
|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|
| プログラム<br>Program | 情報科学<br>Informatics and Data Science | 受験番号<br>Examinee's Number | M |
|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|

試験時間: 13 時 30 分～15 時 30 分 (Examination Time : From 13:30 to 15:30)

### 受験上の注意事項

- この問題用紙は表紙を含み 9 枚あります。
- 表紙および各ページに、受験番号を記入してください。
- これは問題用紙です。解答は別冊の解答用紙に記入してください。
- 解答が書ききれないときは、同じ用紙の裏面を利用しても構いません。ただし、その場合は「裏に続く」などと記入して裏面に記載したことが分かるようにしてください。
- 問題 1～6 の中から 3 問選択して解答してください。これに加えて、問題 7 に解答してください。解答は問題番号順に並んでいなくても構いませんが、必ず問題番号を記載して解答してください。なお、選択した問題は、解答用紙表紙の選択欄に○印を付けてください。
- 問題用紙は解答用紙とともに回収します。
- 質問あるいは不明な点がある場合は手を挙げてください。

### Notices

- There are 9 question sheets including a front sheet.
- Fill in your examinee's number in the specified positions in this cover and each question sheet.
- This examination booklet consists of only question sheets. Use other separate sheets for answers.
- If the space is exhausted, use the reverse side of the sheet and write down "to be continued" on the last line of the sheet.
- Select 3 questions from Question 1 through Question 6 and answer these questions. Also answer Question 7 in addition to the selected 3 questions. Never fail to fill in the Question Number in each answer sheet. Moreover, mark the Question Number that you have selected with a circle in the Mark Column in the Table on the cover of the answer sheets.
- Return these question sheets together with the answer sheets.
- Raise your hand if you have any questions.

|                 |   |
|-----------------|---|
| 試験科目<br>Subject | 情報科学 (専門科目 II)<br>Informatics and Data Science II |
|-----------------|---|

|                  |                                      |                           |   |
|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|
| プログラム<br>Program | 情報科学<br>Informatics and Data Science | 受験番号<br>Examinee's Number | M |
|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|

## 問題 1 (Question 1)

2 元対称消失通信路を図 1 に示す. 図中の記号  $e$  は  $X$  から  $Y$  へ送信した記号が消失したことを表す. 次の問 (1)–(4) に答えよ. ただし,  $X$  における記号出現確率を  $P(x_1) = r$ ,  $P(x_2) = 1 - r$  とする.

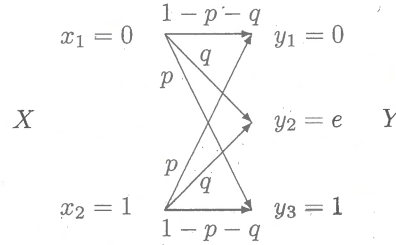


図 1 2 元対称消失通信路

(1) 次の確率 (a), (b) をパラメータ  $p, q$ , または  $p, q, r$  を用いて表せ.

(a)  $P(y_3|x_2)$

(b)  $P(y_3)$

(2) 条件付きエントロピー  $H(Y|X) = -\sum_{i=1}^2 P(x_i) \sum_{j=1}^3 P(y_j|x_i) \log_2 P(y_j|x_i)$  をパラメータ  $p, q$  を用いて表せ.

(3) 相互情報量  $I(X;Y) = H(Y) - H(Y|X)$  をパラメータ  $p, q, r$  を用いて表せ.

(4) 図 1 の通信路容量  $C$  をパラメータ  $p, q$  を用いて表せ.

Figure 1 shows a binary symmetric erasure channel. In the figure, the symbol  $e$  shows that a symbol from  $X$  is erased in transmission to  $Y$ . Answer the following questions (1)–(4). Here, probabilities of symbols in  $X$  are  $P(x_1) = r$  and  $P(x_2) = 1 - r$ .

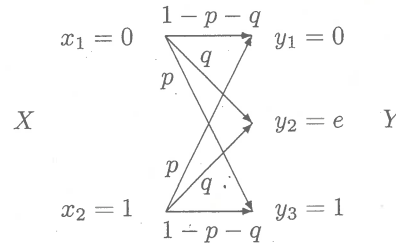


Figure 1 A binary symmetric erasure channel

(1) Show the following probabilities (a) and (b) using parameters  $p$  and  $q$ , or  $p, q$  and  $r$ .

(a)  $P(y_3|x_2)$

(b)  $P(y_3)$

(2) Obtain the conditional entropy  $H(Y|X) = -\sum_{i=1}^2 P(x_i) \sum_{j=1}^3 P(y_j|x_i) \log_2 P(y_j|x_i)$  using parameters  $p$  and  $q$ .

(3) Obtain the mutual information  $I(X;Y) = H(Y) - H(Y|X)$  using parameters  $p, q$  and  $r$ .

(4) Obtain the channel capacity  $C$  of Figure 1 using parameters  $p$  and  $q$ .

2024 年 4 月入学 (April 2024 Admission)  
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題  
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University  
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2024 年 1 月 25 日実施 / January 25, 2024)

|                 |   |
|-----------------|---|
| 試験科目<br>Subject | 情報科学 (専門科目 II)<br>Informatics and Data Science II |
|-----------------|---|

|                  |                                      |                           |   |
|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|
| プログラム<br>Program | 情報科学<br>Informatics and Data Science | 受験番号<br>Examinee's Number | M |
|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|

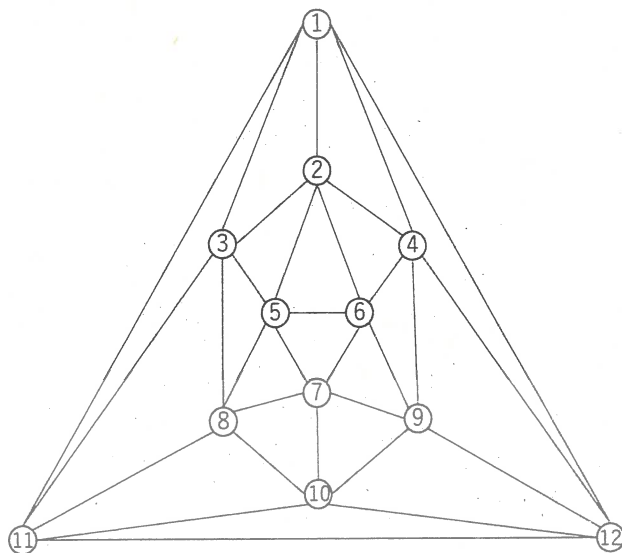
問題 2 (Question 2)

無向グラフ  $G = (V, E)$  について, すべての辺  $(u, v) \in E$  に対して  $c(u) \neq c(v)$  を満たす関数  $c: V \rightarrow \{0, 1, \dots, k-1\}$  を  $k$ -彩色と呼び,  $k$ -彩色が存在する時,  $G$  を  $k$ -彩色可能という. 以下の問いに答えよ.

- (1) グラフ  $G_1$  が 4-彩色可能であることを示せ.
- (2) 任意の木が 2-彩色可能であることを証明せよ.
- (3) 無向グラフ  $G$  の最大次数を  $\Delta$  とする. このとき,  $G$  は  $(\Delta + 1)$ -彩色可能であることを証明せよ.
- (4) 最大次数が  $\Delta$  のとき,  $(\Delta + 1)$ -彩色可能であり, かつ  $\Delta$ -彩色不可能であるような 2 つの異なる連結グラフを示せ.

For an undirected graph  $G = (V, E)$ , a function  $c: V \rightarrow \{0, 1, \dots, k-1\}$  satisfying  $c(u) \neq c(v)$  for all edges  $(u, v) \in E$  is called  $k$ -coloring.  $G$  is called  $k$ -colorable if there exists  $k$ -coloring for  $G$ . Answer the following questions.

- (1) Show that graph  $G_1$  is 4-colorable.
- (2) Prove that any tree is 2-colorable.
- (3) Let  $\Delta$  be the maximum degree of an undirected graph  $G$ . Prove that  $G$  is  $(\Delta + 1)$ -colorable.
- (4) When the maximum degree is  $\Delta$ , show two distinct connected graphs that are both  $(\Delta + 1)$ -colorable and  $\Delta$ -uncolorable.



Graph  $G_1$



|         |                                 |
|---------|---------------------------------|
| 試験科目    | 情報科学 (専門科目 II)                  |
| Subject | Informatics and Data Science II |

|         |                              |                   |   |
|---------|------------------------------|-------------------|---|
| プログラム   | 情報科学                         | 受験番号              |   |
| Program | Informatics and Data Science | Examinee's Number | M |

## 問題 3 (Question 3)

Listing 1 は C 言語によるポインタを利用してリストを反転させる処理を使ったプログラムである。リストは構造体 `struct Node` を使って定義される。関数 `printList` はリストの内容を先頭から表示する。関数 `reverseListL` はループ処理を使ってリストを反転させる。関数 `reverseListR` は再帰処理を使ってリストを反転させる。以下の問い (1)~(3) に答えよ。

- (1) Listing 1 の空欄 (1-1) および (1-2) を埋めよ。
- (2) Listing 1 の出力結果を示せ。
- (3) 以下の (A)~(F) の項目のうち、繰り返し処理を再帰処理として実装した場合の特徴を示すものをすべて選べ。
  - (A) スタックオーバーフローのリスクが少ない。
  - (B) 数学的な帰納法が適用できる場合、問題の本質を反映して簡潔に表現できることで、コードの可読性が高まる可能性がある。
  - (C) 関数呼び出しのオーバーヘッドがあるため、実行速度が遅くなる場合が多い。
  - (D) 大量のデータを処理する場合にはスタックオーバーフローの可能性がある。
  - (E) コードが長くなりやすく、可読性が低くなる可能性がある。
  - (F) 実行速度が速くなる場合が多い。

Listing 1 is a program code that uses pointers in C language to reverse a list. The list is defined using the structure `struct Node`. The function `printList` displays the contents of the list from the beginning. The function `reverseListL` reverses the list using a loop. On the other hand, the function `reverseListR` reverses the list using recursion. Answer the following questions (1)-(3):

- (1) Fill in the blanks (1-1) and (1-2) in Listing 1.
- (2) Show the output of Listing 1.
- (3) Among the following items (A) to (F), select all that indicate the characteristics of implementing repetitive processing as recursive processing.
  - (A) The risk of stack overflow is low.
  - (B) If mathematical induction can be applied, it may be possible to express the essence of the problem concisely, which can increase the readability of the code.
  - (C) Due to the overhead of function calls, the execution speed often decreases.
  - (D) There is a possibility of stack overflow when processing a large amount of data.
  - (E) The code may become longer and have lower readability.
  - (F) In many cases, the execution speed is faster.

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <stdlib.h>
3
4 struct Node {
5     int data;
6     struct Node* next;
7 };
8
9 void printList(struct Node* node) {
10     while (node != NULL) {
11         printf("%d_", (1-1));
12         node = (1-2);
13     }
14     printf("\n");
15 }
16
17 struct Node* reverseListL(struct Node* head) {
18     struct Node* prev = NULL;
19     struct Node* current = head;
20     struct Node* next = NULL;
21     while (current != NULL) {
22         printf("current:_");
23         printList(current);
24         next = current->next;
25         current->next = prev;
26         prev = current;
27         current = next;
28         printf("prev:_");
29         printList(prev);
30     }
31     return prev;
32 }
33
34 struct Node* reverseListR(struct Node* head) {
35     printf("head:_");
36     printList(head);
37     if (head == NULL || head->next == NULL) {
38         return head;
39     }
40     struct Node* rest = reverseListR(head->next);
41     head->next->next = head;
42     head->next = NULL;
43     printf("rest:_");
44     printList(rest);
45     return rest;
46 }
47
48 int main() {
49     struct Node* head = NULL;
50     struct Node* second = NULL;
51     struct Node* third = NULL;
52
53     head = (struct Node*)malloc(sizeof(struct Node));
54     second = (struct Node*)malloc(sizeof(struct Node));
55     third = (struct Node*)malloc(sizeof(struct Node));
56
57     head->data = 1;
58     head->next = second;
59     second->data = 2;
60     second->next = third;
61     third->data = 3;
62     third->next = NULL;
63
64     printList(head);
65     head = reverseListL(head);
66     printList(head);
67     head = reverseListR(head);
68     printList(head);
69
70     return 0;
71 }
```

2024 年 4 月入学 (April 2024 Admission)  
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題  
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University  
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2024 年 1 月 25 日実施 / January 25, 2024)

|                 |   |                  |                                      |                           |   |
|-----------------|---|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|
| 試験科目<br>Subject | 情報科学 (専門科目 II)<br>Informatics and Data Science II | プログラム<br>Program | 情報科学<br>Informatics and Data Science | 受験番号<br>Examinee's Number | M |
|-----------------|---|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|

問題 4 (Question 4)

ブール関数  $f : \{0, 1\}^k \rightarrow \{0, 1\}$  ( $k \geq 1$ ) を次のように定める.

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, \dots, x_k) &= 0 && (x_1, x_2, \dots, x_k \text{ が } 1 \text{ を含む}) \\ &= 1 && (x_1, x_2, \dots, x_k \text{ がすべて } 0) \end{aligned}$$

- (1)  $f(x_1)$ ,  $f(x_1, x_2)$ ,  $f(x_1, x_2, x_3)$  の真理値表をそれぞれ書け.
- (2)  $f(f(x_1), x_2, x_3)$  と  $f(f(x_1, x_2, x_3), f(f(x_1), x_2, x_3))$  の真理値表をそれぞれ書け.
- (3) 下の真理値表のブール関数  $g$  を  $f$  のみを用いて表せ.
- (4) どのようなブール関数も  $f$  のみを用いて表せることを説明せよ.

Let  $f : \{0, 1\}^k \rightarrow \{0, 1\}$  ( $k \geq 1$ ) be a Boolean function defined as follows:

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, \dots, x_k) &= 0 && (x_1, x_2, \dots, x_k \text{ include } 1) \\ &= 1 && (x_1, x_2, \dots, x_k \text{ are all } 0) \end{aligned}$$

- (1) Show the truth tables of  $f(x_1)$ ,  $f(x_1, x_2)$ , and  $f(x_1, x_2, x_3)$ , respectively.
- (2) Show the truth tables of  $f(f(x_1), x_2, x_3)$  and  $f(f(x_1, x_2, x_3), f(f(x_1), x_2, x_3))$ , respectively.
- (3) Show the Boolean function  $g$  below using only  $f$ 's.
- (4) Explain that any Boolean function can be represented using only  $f$ 's.

ブール関数  $g$  の真理値表  
 The truth table of Boolean function  $g$

| $x_1x_2x_3$ | $g$ |
|-------------|-----|
| 000         | 1   |
| 001         | 0   |
| 010         | 1   |
| 011         | 0   |
| 100         | 0   |
| 101         | 1   |
| 110         | 1   |
| 111         | 1   |

|                 |   |                  |                                      |                           |   |
|-----------------|---|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|
| 試験科目<br>Subject | 情報科学 (専門科目 II)<br>Informatics and Data Science II | プログラム<br>Program | 情報科学<br>Informatics and Data Science | 受験番号<br>Examinee's Number | M |
|-----------------|---|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|

## 問題 5 (Question 5)

2 つの母集団  $A$  と  $B$  は、それぞれ平均  $\mu_A$ ,  $\mu_B$ , および 共通の既知の分散  $\sigma^2$  の正規分布に従うとする. それぞれの母集団からサイズ  $n$  のサンプルを取り出し, 母集団  $A$  のサンプルを  $\{a_1, \dots, a_n\}$ , 母集団  $B$  のサンプルを  $\{b_1, \dots, b_n\}$  とする. このとき, 帰無仮説  $\mathcal{H}_0: \mu_A = \mu_B$ , 対立仮説  $\mathcal{H}_1: \mu_A \neq \mu_B$  とした  $z$  検定を行いたい. そこで, 単回帰モデル  $y_i = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} + \varepsilon_i$  ( $i = 1, \dots, 2n$ ) を用いた. ただし,  $\varepsilon_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ ,  $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \beta_2)^T$  とし,  $\mathbf{X}$  と  $\mathbf{y}$  を以下のように定義する.

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1^T \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n^T \\ \mathbf{x}_{n+1}^T \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{2n}^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \\ y_{n+1} \\ \vdots \\ y_{2n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \\ b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}.$$

- (1)  $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y}$  を用いて  $\boldsymbol{\beta}$  の最小二乗推定量  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$  を求めよ.
- (2)  $\hat{\beta}_2$  の期待値  $\mathbb{E}(\hat{\beta}_2)$  を求めよ.
- (3)  $\hat{\beta}_2$  の分散  $\text{Var}(\hat{\beta}_2)$  を求めよ.
- (4)  $\hat{\beta}_2$  が正規分布に従うとすると, 帰無仮説  $\mathcal{H}_0: \mu_A = \mu_B$  と対立仮説  $\mathcal{H}_1: \mu_A \neq \mu_B$  とする検定の検定統計量を導出せよ. また, この検定統計量の標本分布が従う分布を示せ.

Consider two populations  $A$  and  $B$ , both normally distributed with means  $\mu_A$  and  $\mu_B$ , respectively, and a common and known variance  $\sigma^2$ . Suppose we have a sample of size  $n$  from each population:  $\{a_1, \dots, a_n\}$  (population  $A$ ) and  $\{b_1, \dots, b_n\}$  (population  $B$ ). We want to run an independent samples  $z$ -test to test  $\mathcal{H}_0: \mu_A = \mu_B$  against  $\mathcal{H}_1: \mu_A \neq \mu_B$ . We will run this test by means of the simple linear regression model  $y_i = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} + \varepsilon_i$  ( $i = 1, \dots, 2n$ ), where  $\varepsilon_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ ,  $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \beta_2)^T$ ,

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1^T \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n^T \\ \mathbf{x}_{n+1}^T \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{2n}^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{and} \quad \mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \\ y_{n+1} \\ \vdots \\ y_{2n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \\ b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}.$$

- (1) Compute  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ , the least square estimate for  $\boldsymbol{\beta}$ , knowing that  $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y}$ .
- (2) Compute  $\mathbb{E}(\hat{\beta}_2)$ , the expected value of  $\hat{\beta}_2$ .
- (3) Compute  $\text{Var}(\hat{\beta}_2)$ , the variance of  $\hat{\beta}_2$ .
- (4) Knowing that  $\hat{\beta}_2$  is normally distributed, what is the formula of the test statistic testing  $\mathcal{H}_0: \mu_A = \mu_B$  against  $\mathcal{H}_1: \mu_A \neq \mu_B$ ? What is the sampling distribution of this test statistic?

2024 年 4 月入学 (April 2024 Admission)  
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題  
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University  
Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2024 年 1 月 25 日実施 / January 25, 2024)

|                 |   |                  |                                      |                           |   |
|-----------------|---|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|
| 試験科目<br>Subject | 情報科学 (専門科目 II)<br>Informatics and Data Science II | プログラム<br>Program | 情報科学<br>Informatics and Data Science | 受験番号<br>Examinee's Number | M |
|-----------------|---|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|

問題 6 (Question 6)

- (1) 機械学習の「過学習」について、以下の全ての問いに答えよ。
  - (a) 過学習とは何か
  - (b) 過学習が起きる原因について説明せよ
  - (c) 過学習を抑制するための対処法を 3 つ以上述べよ
- (2) 「教師あり学習」と「教師なし学習」の違いについて述べよ。また、具体的な教師あり学習法のアルゴリズム 1 つと教師なし学習法のアルゴリズム 1 つの動作原理を (アルゴリズムごとに 150 字以上を使って) 説明せよ。
  - (1) Answer the following questions related to overfitting in machine learning:
    - (a) Explain what overfitting is,
    - (b) Explain what the main causes of overfitting are,
    - (c) Describe at least 3 different approaches that can be used to avoid overfitting.
  - (2) Explain the differences between supervised learning and unsupervised learning. Also, explain in your own words the algorithms of one supervised learning method and one unsupervised learning method (explain using more than 100 words per algorithm).

2024 年 4 月入学 (April 2024 Admission)

広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題  
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University  
Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2024 年 1 月 25 日実施 / January 25, 2024)

|                 |   |
|-----------------|---|
| 試験科目<br>Subject | 情報科学 (専門科目 II)<br>Informatics and Data Science II |
|-----------------|---|

|                  |                                      |                           |   |
|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|
| プログラム<br>Program | 情報科学<br>Informatics and Data Science | 受験番号<br>Examinee's Number | M |
|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|

問題 7 (Question 7)

卒業研究またはこれまでに従事した研究課題について、400 字程度で簡潔にまとめよ。もしそれを行っていない場合は、興味を持った情報科学に関する最近の話題を一つ選び、その概要とともに、興味を持った理由を 400 字程度で説明せよ。解答は別紙解答用紙に記入せよ。

Describe the outline of your undergraduate study or the research project you were engaged in, in approximately 200 words. If you have never been engaged in them, then choose one of the recent topics on Informatics and Data Science you are interested in, and explain, as well as its outline, why the topic interested you in approximately 200 words. Write your answer on the answer sheet.