2023 年 10 月，2024 年 4 月入学（October 2023 and April 2024 Admission）
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題

# 問題用紙

Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)

# Question Sheets

（2023 年 8 月 24 日実施 / August 24, 2023）

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 試験科目 Subject | 機械工学（専門科目 I） Mechanical Engineering I | プログラム Program | 機械工学 Mechanical Engineering | 受験番号 Examinee's Number | M |

**試験時間**：09 時 00 分～12 時 00 分 (Examination Time：From 09:00 to 12:00)

**受験上の注意事項**

(1) これは問題用紙です。解答は別冊の解答用紙に記入してください。
(2) 問題用紙は表紙を含み 8 枚あります。
(3) 本表紙およびすべての問題用紙に受験番号を記入してください。
(4) 問題用紙は解答用紙とともに回収します。

**Notices**

(1) This booklet consists of only question sheets. Use another booklet for answers.
(2) This booklet consists of eight (8) sheets including this front sheet.
(3) Fill in your examinee's number in all sheets including this front sheet.
(4) Return these question sheets together with the answer sheets.

| 試験科目 Subject | 機械工学（専門科目 I） Mechanical Engineering I | プログラム Program | 機械工学 Mechanical Engineering | 受験番号 Examinee's Number | M |
|---|---|---|---|---|---|

**[問題用紙]**

**I －1（数学）(Mathematics)〔1/3〕**

問題 1（Question 1）

1. 行列 $A=\begin{pmatrix} -0.6 & 0.8 & 0 \\ 0.8 & 0.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4 \end{pmatrix}$ について以下の問いに答えよ。

(a) 行列 $\boldsymbol{A}$ の固有値と固有ベクトルを求めよ。
(b) 行列 $\boldsymbol{A}$ の逆行列を求めよ。
(c) 行列 $\boldsymbol{A}^n$ を計算せよ。$n$ は自然数である。
(d) 非零実ベクトルを $\boldsymbol{u}=\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}$ とするとき，$\lim_{n\to\infty} \boldsymbol{A}^{2n}\boldsymbol{u}$ を計算せよ。

2. 行列 $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} 1 & 1 & b^2 \\ 1 & b^2 & 1 \\ b^2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ の階数を求めよ。なお $b$ は実数である。

1. Answer the following questions about the matrix $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} -0.6 & 0.8 & 0 \\ 0.8 & 0.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4 \end{pmatrix}$.

(a) Find the eigenvalues and the associated eigenvectors for the matrix $\boldsymbol{A}$.
(b) Find the inverse matrix for the matrix $\boldsymbol{A}$.
(c) Calculate $\boldsymbol{A}^n$. Here $n$ is a natural number.
(d) Calculate $\lim_{n\to\infty} \boldsymbol{A}^{2n}\boldsymbol{u}$ when $\boldsymbol{u}=\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}$ is a nonzero real vector.

2. Find the rank of the matrix $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} 1 & 1 & b^2 \\ 1 & b^2 & 1 \\ b^2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Here $b$ is a real number.

| 試験科目 Subject | 機械工学(専門科目Ⅰ) Mechanical Engineering I | プログラム Program | 機械工学 Mechanical Engineering | 受験番号 Examinee's Number | M |
|---|---|---|---|---|---|

［問題用紙］

**Ⅰ－1（数学）(Mathematics)〔2/3〕**

問題 2（Question 2）

領域 $D = \{x^2 - 2x + y^2 \leq 0\}$ 上の２重積分，

$$I = \iint_D \ln|y|\, dxdy$$

について，以下の問いに答えよ。

(a) 積分領域を $x$-$y$ 平面図に示し，その領域にハッチングをつけ，かつ，$x$，$y$ 軸上に値を記せ。

(b) ２重積分 $I$ を求めよ。なお，必要に応じて，

$$\int_0^1 \frac{\ln z}{\sqrt{1-z^2}} dz = -\frac{\pi}{2}\ln 2$$

の定積分を用いて良い。

Answer the following questions about the double integral $I$ on the region $D = \{x^2 - 2x + y^2 \leq 0\}$ .

$$I = \iint_D \ln|y|\, dxdy$$

(a) Show and hatch the domain of the integral on the $x$-$y$ plane and express values on the $x$ and $y$ axes.

(b) Calculate the double integral $I$. The following integral may be used as necessary.

$$\int_0^1 \frac{\ln z}{\sqrt{1-z^2}} dz = -\frac{\pi}{2}\ln 2$$

2023 年 10 月，2024 年 4 月入学（October 2023 and April 2024 Admission）
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題
Graduate School of Advanced Science and Engineering（Master's Course），Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)

（2023 年 8 月 24 日実施 / August 24, 2023）

| 試験科目 Subject | 機械工学（専門科目 I） Mechanical Engineering I | プログラム Program | 機械工学 Mechanical Engineering | 受験番号 Examinee's Number | M |
|---|---|---|---|---|---|

**[問題用紙]**

**I ー1（数学）(Mathematics)〔3/3〕**

問題 3（Question 3）

連立微分方程式 (1), (2) について以下の問いに答えよ。

$$\begin{cases} z = y' & (1) \\ y = z' & (2) \end{cases}$$

(a) $y = \cosh x$, $z = \sinh x$ が式(1), (2) を満たすことを示せ。
(b) 連立微分方程式 (1), (2) を解け。

Answer the following questions regarding simultaneous differential equations (1) and (2).

$$\begin{cases} z = y' & (1) \\ y = z' & (2) \end{cases}$$

(a) Show that $y = \cosh x$ and $z = \sinh x$ satisfy Eqs. (1) and (2).
(b) Solve the simultaneous differential equations (1) and (2).

2023 年 10 月，2024 年 4 月入学（October 2023 and April 2024 Admission）
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題
Graduate School of Advanced Science and Engineering（Master's Course），Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)

（2023 年 8 月 24 日実施 / August 24, 2023）

| 試験科目 Subject | 機械工学(専門科目 I ) Mechanical Engineering I | プログラム Program | 機械工学 Mechanical Engineering | 受験番号 Examinee's Number | M |
|---|---|---|---|---|---|

**[問題用紙]**

**I －2(材料力学)(Mechanics of Materials)〔1/2〕**

**問題 1（Question 1）**

Fig. 1 に示すような丸棒と円管から構成される組合せ棒がある。丸棒は，長さ$(l+\lambda)$，断面積$A_1$，線膨張係数$\alpha_1$，およびヤング率$E_1$である。円管は，長さ$l$，断面積$A_2$，線膨張係数$\alpha_2$，およびヤング率$E_2$である。ただし，$l>>\lambda$，$\alpha_1<\alpha_2$である。剛体板を丸棒の両端へ固定したあと，組合せ棒の温度を円管の両端が剛体板に接触するまで$\Delta T$だけ上昇させた。この状態において丸棒と円管の軸方向に作用する内力をそれぞれ$Q_1$および$Q_2$とする。以下の問いに答えよ。

1. 丸棒と円管の軸方向に作用する内力$Q_1$と$Q_2$の間で成り立つ力の釣合いの式を示せ。
2. 丸棒と円管の伸びをそれぞれ$\delta_1$および$\delta_2$とするとき，$\lambda$，$\delta_1$および$\delta_2$の間で成り立つ条件式を示せ。
3. 丸棒と円管に作用する内力$Q_1$および$Q_2$を求めよ。
4. 円管に生じる伸び$\delta_2$を求めよ。

There is a combination bar consisting of a round bar and a circular tube as shown in Fig. 1. The round bar has a length of $(l+\lambda)$, a cross-sectional area of $A_1$, coefficient of thermal expansion $\alpha_1$ and a Young's modulus of $E_1$. The circular tube has a length of $l$, a cross-sectional area of $A_2$, coefficient of thermal expansion $\alpha_2$ and a Young's modulus of $E_2$. Note that $l >> \lambda$, $\alpha_1 < \alpha_2$. The temperature of the combination bar was raised by $\Delta T$ until both ends of the circular tube contacted the rigid boards after both ends of the round bar were fixed to the rigid boards. In this situation, the internal forces induced in the axial direction of the round bar and the circular tube are $Q_1$ and $Q_2$, respectively. Answer the following problems.

1. Show the equation of equilibrium of forces $Q_1$ and $Q_2$.
2. Show the conditions to be satisfied about $\lambda$, $\delta_1$ and $\delta_2$ when the elongations of the round bar and the circular tube are $\delta_1$ and $\delta_2$, respectively.
3. Determine the internal forces $Q_1$ and $Q_2$ induced in the round bar and the circular tube, respectively.
4. Determine the elongation of the circular tube $\delta_2$.

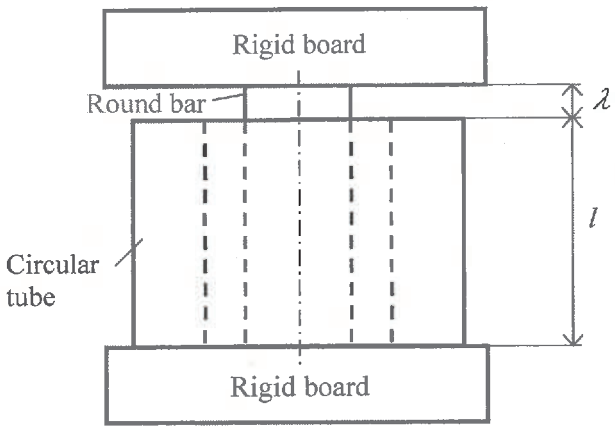



Fig. 1

2023 年 10 月，2024 年 4 月入学（October 2023 and April 2024 Admission）
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題
Graduate School of Advanced Science and Engineering（Master's Course）, Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)

（2023 年 8 月 24 日実施 / August 24, 2023）

| 試験科目 Subject | 機械工学(専門科目 I ) Mechanical Engineering I | プログラム Program | 機械工学 Mechanical Engineering | 受験番号 Examinee's Number | M |
|---|---|---|---|---|---|

**[問題用紙]**

**I −2(材料力学) (Mechanics of Materials)〔2/2〕**

問題 2（Question 2）

以下の問いに答えよ。

1. Fig. 2(a)に示すように，直径$d$，長さ$l$の丸棒の一端を剛体壁に固定し，他の自由端にねじりモーメント$T'$を作用させたとする。棒内の最大せん断応力$\tau_{max}$，および自由端のねじれ角$\varphi$に対して以下の式(1)を導出せよ。ここで， $G$は横弾性係数とする。

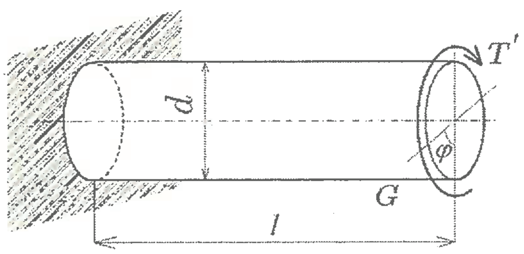
$$\tau_{max} = \frac{16T'}{\pi d^3}, \qquad \varphi = \frac{32T'l}{\pi G d^4} \tag{1}$$

2. Fig. 2(a)に示す棒に蓄えられるひずみエネルギー$U'$を求めよ。
3. Fig. 2(b) に示すような直径$d_1$と$d_2$をもつ段付き丸棒が，点 C においてねじりモーメント$T$を受けるとき，段付き丸棒の点 A および B における支持モーメント$T_A$と$T_B$を求める問題を考える。この問題が不静定となる理由を説明せよ。
4. 前問 3 で，棒の AC 間および CB 間に蓄えられるひずみエネルギー$U_{AC}$と$U_{CB}$，および段付き丸棒に蓄えられるひずみエネルギー$U$を求めよ。ただし，横弾性係数$G$は棒全体に渡って均一である。
5. カスチリアーノの第 2 定理と前問 4 の結果を用いて，$T_A$と$T_B$，ならびに点 C におけるねじれ角$\varphi_C$を求めよ。

1. As shown in Fig. 2(a), one end of a round bar with diameter $d$ and length $l$ is fixed on a rigid wall. Assume that a torsional moment $T'$ is applied to the other free end of the bar. Derive the following equations in (1) for maximum shear stress $\tau_{max}$ in the bar and angle of twist $\varphi$ at the free end, where $G$ is a transverse elastic modulus.

$$\tau_{max} = \frac{16T'}{\pi d^3}, \qquad \varphi = \frac{32T'l}{\pi G d^4} \tag{1}$$

2. Calculate the strain energy $U'$ stored in the bar as shown in Fig. 2(a)..
3. Let us consider the problem which the torsional moments $T_A$ and $T_B$ at the points A and B are obtained when a stepped cylindrical bar as shown in Fig. 2(b) with $d_1$ and $d_2$ in each diameter is subjected to torsional moment $T$ at the point C. Explain reasons why the problem is statically indeterminate.
4. On the previous problem 3, calculate the strain energies $U_{AC}$, $U_{CB}$ and $U$ stored in the section AC, the section CB and the whole stepped bar as shown in Fig.2(b), respectively. Here, the transverse elastic modulus $G$ is assumed to be uniform through the bar.
5. Based on the Castigliano's second theorem and the result of the previous problem 4, calculate $T_A$ and $T_B$, and the angle of twist $\varphi_C$ at the point C of the stepped bar shown in Fig.2(b).



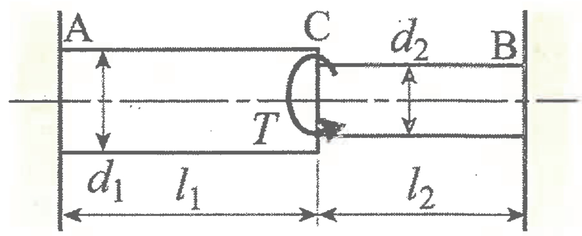




Fig. 2

2023年10月，2024年4月入学（October 2023 and April 2024 Admission）
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題
Graduate School of Advanced Science and Engineering（Master's Course），Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)
（2023年8月24日実施 / August 24, 2023）

| 試験科目 Subject | 機械工学(専門科目Ｉ) Mechanical Engineering I | プログラム Program | 機械工学 Mechanical Engineering | 受験番号 Examinee's Number | M |
|---|---|---|---|---|---|

**[問題用紙]**

**Ｉ－3(機械力学)(Mechanical Vibrations)〔1/2〕**

問題 1（Question 1）

Fig. 1のような系を考える。水平な直線レール上をなめらかに動く質量 $m$ の物体Pがあり，物体Pはばね A を介して壁と接続され，ばね B を介して点 Q と接続されている。ばね A とばね B のばね定数はともに $k$ である。物体 P および点 Q の壁からの距離をそれぞれ $x$ および $y$ と表すとする。$y = 2L$，$x = L$，$\dot{x} = 0$ であるとき，系は平衡状態にあり，ばね A から壁に加わる力はゼロである。ここで $L$ は正の定数である。時刻 $t = 0$ において，物体 P の位置と速度は $x = L$ および $\dot{x} = 0$ を満たす。また，$t \geq 0$ において点 Q の位置が $y = 2L + Y\sin(\omega t)$ のように変動すると仮定する。ここで $\omega$ は正の定数であり，$\omega^2$ は $k/m$ の整数倍ではないとする。

(1) 物体 P の運動方程式を書け。
(2) (1) の運動方程式の一般解を求めよ。（強制振動解ではなく一般解を求めよ。）
(3) 物体 P の位置 $x$ を時刻 $t$ の関数として表せ。（初期条件を考慮せよ。）
(4) 物体 P の初期位置からの変位の大きさの上限 $X_{\max}$ を求めよ。（$C_1$，$C_2$，$a_1$，および $a_2$ が定数であるとき，$|C_1\sin(a_1 t) + C_2\sin(a_2 t)|$ の上限は，$|C_1| + |C_2|$ であるという事実を用いてよい。）
(5) $k = 5000$ N/m, $m = 1$ kg, $Y = 0.01$ m であるとする。ばね A から壁に加わる力の大きさを 50 N 未満にするために $\omega$ が満たすべき条件を求めよ。（適切な単位を用いて答えよ。）

Consider the system shown in Fig. 1. The object P is allowed to move smoothly on a horizontal rail, and it is connected to the wall through the spring A and to the point Q through the spring B. The spring constants of both springs are $k$. The distances of the object P and the point Q from the wall are $x$ and $y$, respectively. When $y = 2L$, $x = L$, and $\dot{x} = 0$, the system is in the equilibrium and the force acting from the spring A to the wall is zero. Here, $L$ is a positive constant. Hereafter, assume that the object P satisfies $x = L$ and $\dot{x} = 0$ at $t = 0$, and that the point Q moves as $y = 2L + Y\sin(\omega t)$ for $t \geq 0$. Here, $\omega$ is a positive constant and $\omega^2$ is not an integer multiple of $k/m$.

(1) Write the equation of motion of the object P.
(2) Derive the general solution (as opposed to the forced-vibration solution) of the equation of motion obtained in (1).
(3) Write the position $x$ of the object P as a function of time $t$. (The initial conditions need to be taken into account.)
(4) Find the supremum $X_{\max}$ of the magnitude of the displacement of the object P from its initial position. (If necessary, use the fact that the supremum of $|C_1\sin(a_1 t) + C_2\sin(a_2 t)|$ is $|C_1| + |C_2|$ when $C_1$, $C_2$, $a_1$, and $a_2$ are constants.)
(5) Assume $k = 5000$ N/m, $m = 1$ kg, and $Y = 0.01$ m. Derive the condition to be satisfied by $\omega$ to make the magnitude of the force from the spring A to the wall to be smaller than 50 N. (Answer with appropriate units.)

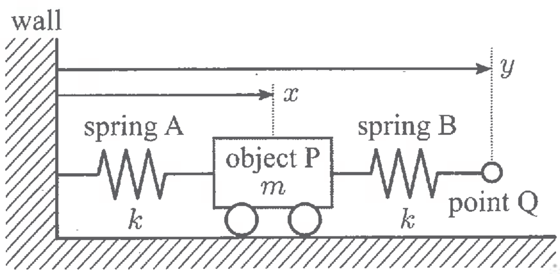



Fig. 1

| 試験科目 Subject | 機械工学（専門科目Ｉ） Mechanical Engineering I | プログラム Program | 機械工学 Mechanical Engineering | 受験番号 Examinee's Number | M |
|---|---|---|---|---|---|

**[問題用紙]**

**Ｉ－３（機械力学）（Mechanical Vibrations）〔2/2〕**

問題２（Question 2）

Fig. 2のような系を考える。質量が$3m$と$m$である２つの物体があり，それぞれのFig. 2に示す方向の変位を$x_1$と$x_2$とする。これらが平衡状態にあるとき，$x_1 = x_2 = 0$であるとする。２つの物体の運動は水平方向に拘束されているものとする。図中の$4k$，$2k$，および$k$は，それぞれのばねのばね定数であり，$F$は質量$3m$の物体に働く外力である。車輪の摩擦は無視できるほど小さいものとする。

まず，$F = 0$として，次の問いに答えよ。

(1) この系の運動方程式を書け。

(2) この系の固有角振動数をすべて求めよ。

(3) ２つの物体の初期位置がそれぞれ$x_1 = 2a$および$x_2 = 3a$であり，初期速度がともにゼロであるとき，$x_1$および$x_2$を時刻$t$の関数として表せ。根拠も説明すること。ただし，$a$は十分小さい正の実数である。

次に，外力$F$が時刻$t$とともに$F = F_0 \sin(\omega t)$のように変動すると仮定する。ただし，$\omega$は(2)で求めた固有角振動数のいずれとも一致しない定数であり，$F_0$は正の定数である。次の問いに答えよ。

(4) $x_1$および$x_2$についての強制振動解を求めよ。

(5) $x_1$についての強制振動解の振幅が０になるような$\omega$を求めよ。

Consider the system shown in Fig. 2. It consists of two objects with masses $3m$ and $m$, and their displacements in the direction shown in Fig. 2 are denoted as $x_1$ and $x_2$, respectively. When the system is in the equilibrium, $x_1 = x_2 = 0$. Their motions are restricted in the horizontal direction. In the figure, $4k$, $2k$, and $k$ represent the spring coefficients of the springs, and $F$ represents the external force acting on the object with the mass $3m$. The friction on wheels is negligibly small.

First, assume that $F = 0$.

(1) Derive the equations of motion of this system.

(2) Find all the natural angular frequencies of this system.

(3) Suppose that the objects start moving from their initial positions $x_1 = 2a$ and $x_2 = 3a$ with the zero initial velocities, where $a$ is a sufficiently small positive real number. Find $x_1$ and $x_2$ as functions of time $t$. Describe also how they are derived.

Next, assume that the external force $F$ varies along time $t$ as $F = F_0 \sin(\omega t)$. Here, $\omega$ is a constant that is not equal to any natural angular frequencies obtained in (2), and $F_0$ is a non-zero constant.

(4) Find the forced vibration solution with respect to $x_1$ and $x_2$ as functions of time $t$.

(5) Derive $\omega$ such that the forced vibration solution with respect to $x_1$ has zero amplitude.

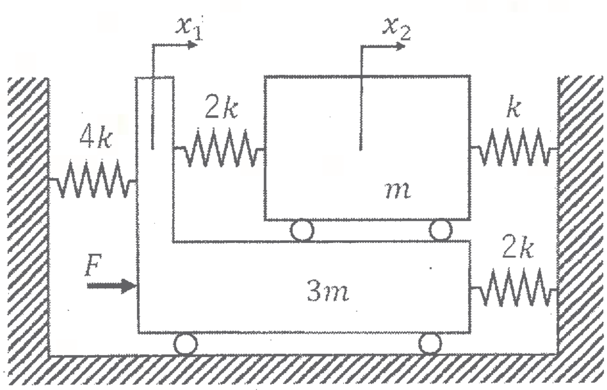



Fig. 2

2023年10月，2024年4月入学（October 2023 and April 2024 Admission）
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題

# 問題用紙

Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)

# Question Sheets

（2023年8月24日実施 / August 24, 2023）

| 試験科目 Subject | 機械工学(専門科目 II) Mechanical Engineering II | プログラム Program | 機械工学 Mechanical Engineering | 受験番号 Examinee's Number | M |
|---|---|---|---|---|---|

**試験時間**：13時30分～16時30分 (Examination Time：From 13:30 to 16:30)

**受験上の注意事項**

(1) これは問題用紙です。解答は別冊の解答用紙に記入してください。
(2) 問題用紙は表紙を含み9枚あります。
(3) 本表紙およびすべての問題用紙に受験番号を記入してください。
(4) 問題用紙は解答用紙とともに回収します。

**Notices**

(1) This booklet consists of only question sheets. Use another booklet for answers.
(2) This booklet consists of nine (9) sheets including this front sheet.
(3) Fill in your examinee's number in all sheets including this front sheet.
(4) Return these question sheets together with the answer sheets.

2023 年 10 月，2024 年 4 月入学（October 2023 and April 2024 Admission）

広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題

Graduate School of Advanced Science and Engineering（Master's Course），Hiroshima University

Entrance Examination Booklet (General Selection)

（2023 年 8 月 24 日実施 / August 24, 2023）

| 試験科目<br>Subject | 機械工学（専門科目 II）<br>Mechanical Engineering II | プログラム<br>Program | 機械工学<br>Mechanical Engineering | 受験番号<br>Examinee's Number | M |
|---|---|---|---|---|---|

**［問題用紙］**

**II－1（機械材料）(Mechanical Materials)〔1/2〕**

問題 1（Question 1）

(1) マグネシウム(Mg)およびアルミニウム(Al)は，それぞれ最密六方構造および面心立方構造である。それぞれの結晶構造を作図せよ。

(2) Mg および Al の原子半径は，それぞれ 0.145nm, 0.118nm である。Mg および Al の完全結晶の格子定数を求めよ。また，各単位胞に含まれる原子数を求めよ。

(3) Mg および Al 結晶の室温におけるすべり面，すべり方向をミラー指数によって示せ。また，Mg および Al 結晶の単位胞中のすべり面，各すべり面でのすべり方向の数を示せ。

(4) 図 1 は，Mg-Al の Al 側の平衡状態図である。Al 元素の一次固溶体 $\alpha$ への Mg 元素の 200℃および 400℃での Al に対する Mg の固溶限濃度を示せ。また，Al-10at%Mg 合金を 450℃で $\alpha$ 単相とした後，急冷した。その後，室温で保持した際の，時間に対する硬さの関係を図示せよ。また，なぜそのような関係になるのか理由を示せ。

(1) Magnesium (Mg) and aluminum (Al) have hexagonal close-packed and face-centered cubic structures, respectively. Draw each crystal structure.

(2) The atomic radii of Mg and Al are 0.145nm and 0.118nm, respectively. Calculate the lattice constants of perfect crystals of Mg and Al. Then, indicate the number of atoms contained in each unit cell.

(3) Indicate the slip plane and slip direction of Mg and Al crystals at room temperature by Miller indices. Also, indicate the number of slip planes and slip directions on each slip plane in the unit cell of Mg and Al crystals.

(4) Fig. 1 shows the equilibrium phase diagram of Mg-Al on the Al side. Show the solid solubility limits of Mg to Al at 200℃ and 400℃, respectively. Al-10at%Mg alloy was quenched after changing it into $\alpha$ single phase at 450°C. After that, illustrate quantitatively the relationship between hardness and exposure time when held at room temperature, and explain the reason why this relation exists.

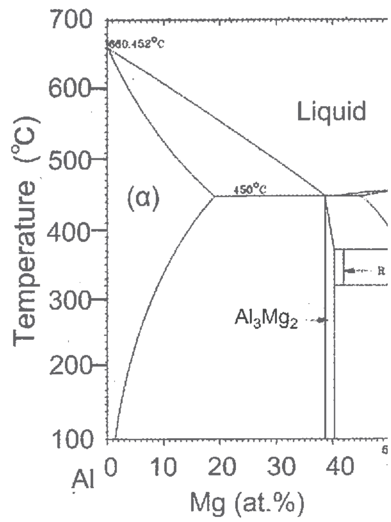



図 1．Al 側の Al-Mg 平衡状態図　Fig. 1 Al-Mg equilibrium diagram on the Al side.

| 試験科目 Subject | 機械工学(専門科目Ⅱ) Mechanical Engineering II | プログラム Program | 機械工学 Mechanical Engineering | 受験番号 Examinee's Number | M |
|---|---|---|---|---|---|

**[問題用紙]**

**Ⅱ－1（機械材料）(Mechanical Materials)〔2/2〕**

問題2（Question 2）

(1) 純鉄，0.8%C炭素鋼および0.08%C-18%Cr-8%Niオーステナイト系ステンレス鋼を室温から1100℃まで徐々に加熱し，10分間保持した後，急冷した。いずれの材料も加熱前は十分に焼きなまされていた。以下の問いに答えよ。（但し，各元素濃度の単位はmass%である）

(1－1) 各材料の加熱および冷却過程での金属組織の変化を説明せよ。

(1－2) 各材料について，加熱前と冷却後の機械的性質(引張強さ，伸び，硬さ)の違いを，理由とともに述べよ。

(1－3) 0.08%C-18%Cr-8%Ni オーステナイト系ステンレス鋼は，700℃付近で長時間保持すると耐食性が劣化する。この理由と，これに対する防止策を3つ挙げよ。

(2) オーステナイト系ステンレス鋼，マルテンサイト系ステンレス鋼，フェライト系ステンレス鋼，はだ焼き鋼，高張力鋼の5種類の鋼材がある。以下の製品を製作するために最適な鋼材を選択せよ。また，その選択理由を述べよ。

(a) 液体窒素用容器
(b) 硝酸水溶液用容器
(c) 歯車
(d) 橋梁

(1) Pure iron, 0.8% carbon steel, and 0.08%C-18%Cr-8% Ni austenitic stainless steel were slowly heated from room temperature to 1100°C, held for 10 minutes, and quenched. All materials had been sufficiently annealed before heating. Answer the following questions. (The unit of concentration of element is mass%)

(1-1) Explain the change of microstructure in each material during heating and cooling processes.

(1-2) Explain the difference between the mechanical properties such as tensile strength, elongation, and hardness, before heating and after cooling each material by giving the reason.

(1-3) The corrosion resistance deteriorates in 0.08%C-18%Cr-8% Ni austenitic stainless steel when held for a long time at about 700°C. Explain the reason for the deterioration of corrosion resistance and mention three countermeasures for improving corrosion resistance by giving the reason.

(2) There are five types of steel: austenitic stainless steel, martensitic stainless steel, ferritic stainless steel, carburized steel, and high-strength steel. Select the most suitable steel to produce the following products and explain the reason.

(a) Container for liquid nitrogen
(b) Vessel container for an aqueous nitric acid solution
(c) Gear wheel
(d) Bridge

| 試験科目 Subject | 機械工学(専門科目Ⅱ) Mechanical Engineering II | プログラム Program | 機械工学 Mechanical Engineering | 受験番号 Examinee's Number | M |
|---|---|---|---|---|---|

**[問題用紙]**

**Ⅱ－2(熱力学)(Thermodynamics)〔1/2〕**

**問題1（Question 1）**

以下に示す4つの可逆過程から構成される熱力学サイクルについて，設問 (a)～(e) に答えよ。動作気体は 1 kg の理想気体であり，気体定数 $R$ は 0.287 kJ/(K·kg) である。また比熱比 $\kappa$ は 1.36 であり定数とする。ここで $p, V, T$ は順に圧力，体積，熱力学温度を表し，添字1～4は状態1～4を表す。$T_1, T_3$ および $p_3$ は順に 491 K, 298 K および 85.5 kPa である。

[過程 1→2] 状態1から状態2へは等温膨張（$p_1, V_1, T_1 \rightarrow p_2, V_2, T_1$）
[過程 2→3] 状態2から状態3へは断熱膨張（$p_2, V_2, T_1 \rightarrow p_3, V_3, T_3$）
[過程 3→4] 状態3から状態4へは等温圧縮（$p_3, V_3, T_3 \rightarrow p_4, V_4, T_3$）
[過程 4→1] 状態4から状態1へは断熱圧縮（$p_4, V_4, T_3 \rightarrow p_1, V_1, T_1$）

(a) 体積 $V_3$ を求めよ。
(b) 体積比 $V_3/V_2$ を求めよ。
(c) 断熱膨張過程 2→3 がする仕事 $W_{23}$ を求めよ。
(d) 動作気体が1サイクルでする正味の仕事が 107.8 kJ であるとき，$V_2/V_1$ を求めよ。
(e) このサイクルの熱効率 $\eta$ を求めよ。

Answer the questions (a) thorough (e) for a thermodynamic cycle consisting of the following four reversible processes. The operating gas is one kilogram of ideal gas with the gas constant $R$ of 0.287 kJ/(K·kg). The specific-heat ratio $\kappa$ is 1.36 and constant. Here $p$, $V$, and $T$ denote pressure, volume and thermodynamic temperature, respectively, and subscripts 1 to 4 denote states 1 to 4. $T_1$, $T_3$, and $p_3$ are 491 K, 298 K, and 85.5 kPa, respectively.

[Process 1→2] Isothermal expansion from state 1 to state 2 ($p_1, V_1, T_1 \rightarrow p_2, V_2, T_1$)
[Process 2→3] Adiabatic expansion from state 2 to state 3 ($p_2, V_2, T_1 \rightarrow p_3, V_3, T_3$)
[Process 3→4] Isothermal compression from state 3 to state 4 ($p_3, V_3, T_3 \rightarrow p_4, V_4, T_3$)
[Process 4→1] Adiabatic compression from state 4 to state 1 ($p_4, V_4, T_3 \rightarrow p_1, V_1, T_1$)

(a) Calculate the volume $V_3$.
(b) Calculate the volume ratio $V_3/V_2$.
(c) Calculate the work $W_{23}$ done by the adiabatic expansion process 2→3.
(d) Calculate $V_2/V_1$ when the net work done by the operating gas by one cycle is 107.8 kJ.
(e) Calculate the thermal efficiency $\eta$ of this cycle.

| 試験科目 Subject | 機械工学（専門科目 II） Mechanical Engineering II | プログラム Program | 機械工学 Mechanical Engineering | 受験番号 Examinee's Number | M |
|---|---|---|---|---|---|

**[問題用紙]**

**II－2（熱力学）(Thermodynamics)〔2/2〕**

問題 2（Question 2）

以下の設問 (a)－(e) に答えよ。

(a) 温度 $T_A$ と $T_B$ の固体物 A と B を接触させて放置すると温度 $T_1$ になった。固体物 A と B，および両者から成る系のエントロピー変化：$\Delta S_A$, $\Delta S_B$, $\Delta S_{A+B}$ を計算せよ。ただし，固体物と外界の間の熱交換は無視でき，いずれの固体物についても熱容量は 0.461 kJ/K であり，$T_A$ と $T_B$ は各々 273 K と 407 K である。

(b) 大気圧下の純水 1 kg について考える。融点における融解潜熱は 0.334 MJ/kg，沸点における蒸発潜熱は 2.26 MJ/kg である。融点における融解のエントロピー変化 $\Delta S_{fus}$ と沸点における蒸発のエントロピー変化 $\Delta S_{vap}$ を計算せよ。

(c) ギブズ自由エネルギー $G$ の微分：$\mathrm{d}G = -S\mathrm{d}T + V\mathrm{d}p$（$S, T, V, p$ は，各々，エントロピー，温度，体積，圧力）から，$(\partial S/\partial p)_T$ を熱的状態方程式から計算できるマクスウェルの熱力学的関係を求めよ。

(d) 熱力学関係式 $H = TS + G$（$H$ はエンタルピー）から出発し，設問(c)の結果を使い，$(\partial H/\partial p)_T$ を熱的状態方程式から計算できる関係式を求めよ。

(e) 設問(d)の結果を使い，熱的状態方程式 $pV = NR_uT$（$R_u$ は 1 モルあたりの気体定数，$N$ はモル単位の物質量で $T$ と $p$ の関数）に対して $(\partial H/\partial p)_T$ を計算せよ。

Answer the following questions (a)－(e).

(a) Think of two solid objects A and B, whose temperatures are $T_A$ and $T_B$, respectively. They become thermally in contact with each other, and their temperatures become $T_1$ finally. Calculate the entropy changes of the objects A and B, and of a system consisting of the objects A and B: $\Delta S_A$, $\Delta S_B$, $\Delta S_{A+B}$, assuming that heat exchange between the solid objects and the surroundings is negligible, the heat capacity of each object is 0.461 kJ/K, and $T_A$ and $T_B$ are 273 K and 407 K, respectively.

(b) Think of 1 kg of pure water at the atmospheric pressure, where the latent heat of fusion at the melting point is 0.334 MJ/kg, and the latent heat of vaporization at the boiling point is 2.26 MJ/kg. Calculate the entropy change during the fusion at the melting point $\Delta S_{fus}$, and the entropy change during the vaporization at the boiling point $\Delta S_{vap}$.

(c) From the differential of Gibbs free energy $G$: $\mathrm{d}G = -S\mathrm{d}T + V\mathrm{d}p$, where $S$, $T$, $V$, and $p$ denote respectively entropy, temperature, volume, and pressure, derive one of the Maxwell's relations with which $(\partial S/\partial p)_T$ can be calculated from a thermal equation of state.

(d) Starting from the thermodynamic relation $H = TS + G$, where $H$ denotes enthalpy, and using the result of question (c), derive the thermodynamic relation with which $(\partial H/\partial p)_T$ can be calculated from a thermal equation of state.

(e) Using the result of question (d), calculate $(\partial H/\partial p)_T$ from the thermal equation of state $pV = NR_uT$, where $N$ denotes the quantity of matter in the unit of mole depending on $T$ and $p$ although $R_u$ denotes the (universal) molar gas constant.

| 試験科目 Subject | 機械工学(専門科目Ⅱ) Mechanical Engineering II | プログラム Program | 機械工学 Mechanical Engineering | 受験番号 Examinee's Number | M |
|---|---|---|---|---|---|

**[問題用紙]**

**Ⅱ－3(流体力学) (Fluid Mechanics)〔1/2〕**

**問題 1（Question 1）**

Fig.1 に示すように，圧力 $p_0$ の大気中に，密度 $\rho$ の水が満たされた半径 $R$ の半球状の容器がある。この容器の底にある面積 $a$ の小孔から $t=0$ に水を流出させ始める。水は非圧縮非粘性流体として取り扱うことができる。水面の降下速さ $v_f$ は小孔からの水の流出速さ $v_0$ に比べ，常に無視できるほど小さい（$v_f << v_0$）とする。容器の壁の厚みは無視でき，大気圧は高さに依らず一定とする。重力は鉛直下向きに働いていて，重力加速度の大きさは $|g|=g$ とする。$x$ 軸を鉛直上向きに取り，容器の底面の位置を $x=0$ とする。以下の問いに答えよ。

(a) 水面の高さが $x$ の位置にあるとき，容器底面を基準として，水面と小孔出口の間に成り立つベルヌーイの式を示せ。
(b) 題意に基づいて，水の噴出速さ $v_0$ を求めよ。
(c) 水面の高さが $x$ のときの水面の断面積 $A$ を示せ。
(d) 連続の式を解いて，水面の高さが $x$ のときの降下速さ $v_f$ を $a, g, R, x$ を用いて表せ。
(e) 設問 (d) で得られた式を解いて，$t=0$ に容器を満たしていた水がすべて流出するのに要する時間 $T$ を求めよ。

As shown in Fig.1, a hemispherical tank with the radius $R$ is filled with water with density $\rho$ in the atmosphere at pressure $p_0$. The water starts to flow out though a small hole with the cross-sectional area $a$ at the bottom of the tank at time $t = 0$. The water can be treated as an incompressible inviscid fluid. The falling speed of the water surface $v_f$ is assumed to be always negligibly smaller than the outflow speed of the water $v_0$ though the small hole ($v_f << v_0$). The wall thickness of the tank is negligible. The atmospheric pressure is constant regardless of height. The direction of gravity is vertically downward and the magnitude of the gravitational acceleration is $|g| = g$. The $x$-axis is taken in the vertically upward direction and the position of the bottom of the tank is set to be $x = 0$. Answer the following questions.

(a) Show Bernoulli's equation between the water surface and the small hole exit taking the tank bottom as the reference plane when the water surface is located at $x$.
(b) Find the outflow speed of the water $v_0$ using given conditions.
(c) Show the cross-sectional area of the water surface $A$ when the water surface position is $x$.
(d) Show the falling speed of the water surface $v_f$ using $a, g, R, x$ when the water surface position is $x$ by solving the continuity equation.
(e) Find the time $T$ needed for all the water that filled the tank at $t = 0$ to flow out by solving the equation obtained in question (d).

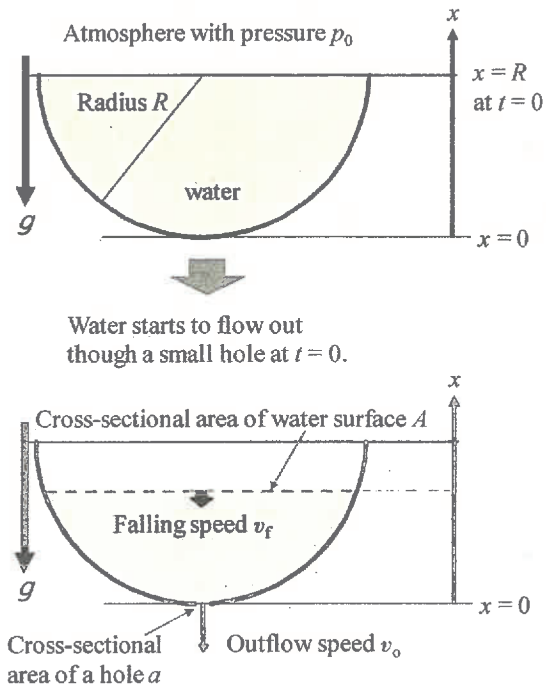



Fig.1

2023 年 10 月，2024 年 4 月入学（October 2023 and April 2024 Admission）
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題
Graduate School of Advanced Science and Engineering（Master's Course），Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)
（2023 年 8 月 24 日実施 / August 24, 2023）

| 試験科目 Subject | 機械工学（専門科目 II） Mechanical Engineering II | プログラム Program | 機械工学 Mechanical Engineering | 受験番号 Examinee's Number | M |
|---|---|---|---|---|---|

**[問題用紙]**
**II －3（流体力学）(Fluid Mechanics)〔2/2〕**
問題 2（Question 2）

Fig. 2 に示す座標系を定義する。原点 $O$ より非圧縮非粘性流体が単位時間に体積流量 $Q$ で $x$-$y$ 平面内で四方へ湧き出す 2 次元流を考える。このとき，流れは座標系に垂直に単位厚さを持つ。以下の問いに答えよ。

(a) 原点 $O$ を除く領域における，速度 $v_r$ と $v_\theta$ をそれぞれ求めよ。
(b) 速度ポテンシャル $\phi$ を求めよ。ただし，$r=1$ で $\phi=0$ とする。
(c) この流れの速度ポテンシャル $\phi$ の等高線を実線で，流線を破線で，それぞれ解答用紙の Fig. 2-A に図示せよ。
(d) 原点 $O$ を囲む閉曲線 $C$ に沿った循環 $\Gamma$ を求めよ。
(e) この湧き出しが $(x,y)=(a,0)$ と $(x,y)=(-a,0)$ の 2 カ所にある場合を考える。速度ポテンシャル $\phi$ を求めよ。

As shown in Fig. 2, the coordinate system is defined, and a two-dimensional flow of the source on the $x$-$y$ plane, where an imcompressible inviscid fluids blows out uniformly in all directions with a volume flow rate, $Q$, at the unit time from the origin, $O$, is considered. Here, the flow is assumed to have a unit thickness normal to the coordinate system. Answer the following questions.

(a) Find the velocity components $(v_r,\ v_\theta)$ in the region excluding the origin, $O$, respectively.
(b) Find the velocity potential, $\phi$. Here, $\phi$ is zero at $r=1$.
(c) Illustrate several contour lines for the velocity potential, $\phi$, with solid lines, and several stream lines with dotted lines in Fig. 2-A of the answer sheet.
(d) Find the circulation, $\Gamma$, along a closed curve, $C$, surrounding the origin, $O$.
(e) If this source is at two places, $(x,y)=(a,0)$ and $(x,y)=(-a,0)$, find the velocity potential, $\phi$.

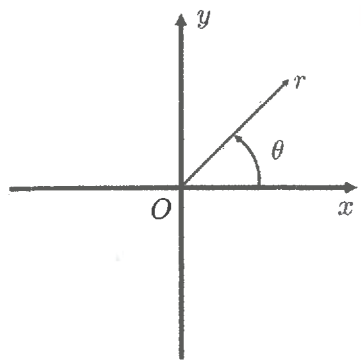



Fig.2

| 試験科目 Subject | 機械工学(専門科目Ⅱ) Mechanical Engineering II | プログラム Program | 機械工学 Mechanical Engineering | 受験番号 Examinee's Number | M |
|---|---|---|---|---|---|

**[問題用紙]**

**Ⅱ－4(制御工学)(Control Engineering)〔1/2〕**

問題1（Question 1）

以下の問いに答えよ。

1. Fig. 1のフィードバックシステムについて考える。ただし，$K(s)=\frac{\beta}{\alpha+s}$，$G(s)=\frac{1}{s}$である。また，$\alpha$と$\beta$は非負の実数である。
   (a) $r$から$y$への伝達関数$P(s)$を求めよ。
   (b) $\alpha=0$かつ$\beta=\omega^2$のとき，$P(s)$の単位インパルス応答を求めよ。ただし，$\omega$は正の実数である。
   (c) $\alpha=0$かつ$\beta=\omega^2$のとき，$P(s)$の単位ステップ応答を求めよ。ただし，$\omega$は正の実数である。

2. $Y(s)=\frac{1}{s+2}U(s)$を考える。
   (a) 出力の定常応答が $y(t)=e^{-2t}$となるような入力 $u(t), t\geq 0$を求めよ。
   (b) 単位ステップ応答を求めよ。

Answer the following questions.

1. Consider the feedback system in Fig. 1, where $K(s)=\frac{\beta}{\alpha+s}$ and $G(s)=\frac{1}{s}$. $\alpha$ and $\beta$ are nonnegative real numbers.
   (a) Derive the transfer function $P(s)$ from $r$ to $y$.
   (b) When $\alpha=0$ and $\beta=\omega^2$, derive the unit impulse response of $P(s)$, where $\omega$ is a positive real number.
   (c) When $\alpha=0$ and $\beta=\omega^2$, derive the unit step response of $P(s)$, where $\omega$ is a positive real number.

2. Consider $Y(s)=\frac{1}{s+2}U(s)$.
   (a) Find the input $u(t), t\geq 0$ such that the steady-state output is $y(t)=e^{-2t}$.
   (b) Derive the unit step response.

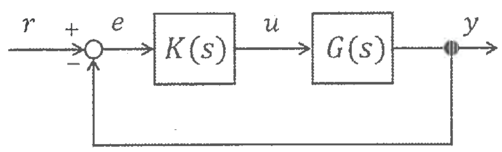



Fig. 1 Feedback system 1

2023 年 10 月；2024 年 4 月入学（October 2023 and April 2024 Admission）
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題
Graduate School of Advanced Science and Engineering（Master's Course），Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)
（2023 年 8 月 24 日実施 / August 24, 2023）

| 試験科目 Subject | 機械工学（専門科目 II） Mechanical Engineering II | プログラム Program | 機械工学 Mechanical Engineering | 受験番号 Examinee's Number | M |
|---|---|---|---|---|---|

**[問題用紙]**

**II－4（制御工学）（Control Engineering）〔2/2〕**

**問題 2（Question 2）**

以下の問いに答えよ。

1. 以下の二つの式により表されるシステムについて考える。ただし，$\alpha, \beta$は実数である。

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} - 2\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = u(t), \qquad u(t) = \alpha\int_0^t \big(r(\tau) - y(\tau)\big)d\tau - \beta\frac{dy(t)}{dt}.$$

(a) $r$から$y$への伝達関数$G(s)$を求めよ。

(b) システムが安定となるために$\alpha, \beta$が満たすべき条件を求めよ。

2. Fig. 2 のフィードバックシステムを考える。ただし，$G(s)$はある安定な伝達関数であり，そのベクトル軌跡はFig. 3 で与えられるものとする。また，$K(s)$は，$K(s) = e^{-Ls}$であるものとする。ただし，$L$は正の実数である。システムが安定となるために$L$が満たすべき条件を求めよ。なお，Fig. 3 の$\omega$は角周波数を表し，その単位はrad/s とする。

Answer the following questions.

1. Consider the system described by the following two equations, where $\alpha$ and $\beta$ are real numbers.

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} - 2\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = u(t), \qquad u(t) = \alpha\int_0^t \big(r(\tau) - y(\tau)\big)d\tau - \beta\frac{dy(t)}{dt}.$$

(a) Derive the transfer function $G(s)$ from $r$ to $y$.

(b) Derive the condition of $\alpha$ and $\beta$ under which the system is stable.

2. Consider the feedback system in Fig. 2. $G(s)$ is a stable transfer function, and its vector locus is given in Fig. 3. In addition, $K(s)$ is given as $K(s) = e^{-Ls}$, where $L$ is a positive real number. Derive the condition of $L$ under which the system is stable. Note that $\omega$ in Fig. 3 represents the angular frequency, and its unit is rad/s.

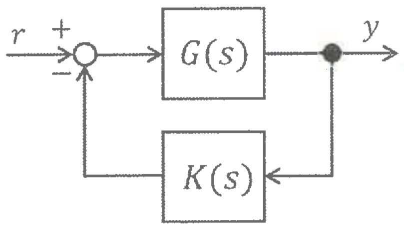


Fig. 2 Feedback system 2

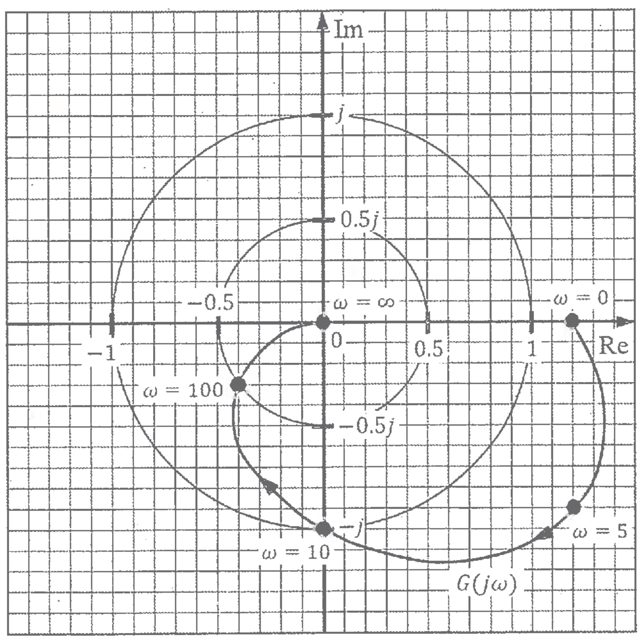


Fig. 3 Vector locus of $G(s)$

以下，解答例

2023 年 10 月，2024 年 4 月入学（October 2023 and April 2024 Admission）
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題
Graduate School of Advanced Science and Engineering（Master's Course），Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)
（2023 年 8 月 24 日実施 / August 24, 2023）

| 試験科目 Subject | 機械工学（専門科目 II） Mechanical Engineering II | プログラム Program | 機械工学 Mechanical Engineering | 受験番号 Examinee's Number | M |
|---|---|---|---|---|---|

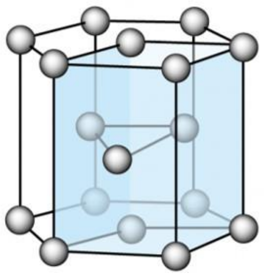
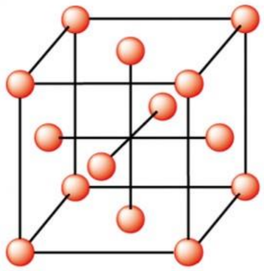
**［解答用紙］**

**II－1（機械材料）（Mechanical Materials）〔1/2〕**

| この科目を選択しない場合、右欄に✓を記入せよ。 Write "✓" in the box on the right if you **do not** choose this subject. | |
|---|---|

【問題 1 解答欄】【Answer Sheet for Question 1】

(1)

| 最密六方構造 Close-packed hexagonal structure | 面心立方構造 Face-centered cubic structure |
|---|---|
|  |  |

(2)

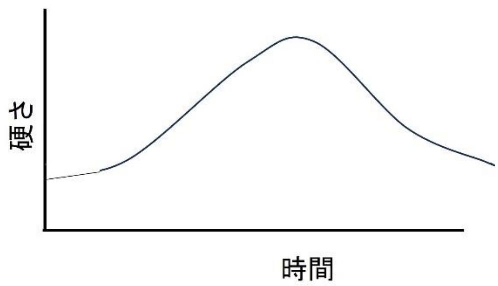
| | 格子定数 Lattice constant(s) | 単位胞に含まれる原子数 Number of atomic in unit cell |
|---|---|---|
| Mg | a=0.321nm c=0.521nm | 6 または 2 |
| Al | 0.405nm | 4 |

(3)

| | すべり面のミラー指数 Miller index of slip plane | すべり面の数 Number of slip plane | すべり方向のミラー指数 Miller index of slip direction | すべり方向の数 Number of slip direction |
|---|---|---|---|---|
| Mg | {0001}または{001} | 1 面 | <-1-120>または<-1-10> (－記号は，指数の上に記載) | 3 方向 |
| Al | {111} | 4 面 | <1-10> (－記号は，指数の上に記載) | 3 方向 |

(4)

| 200℃の時の固溶限 Solid solubility limit at 200℃ | 4 |
|---|---|
| 400℃の時の固溶限 Solid solubility limit at 400℃ | 15 |




理由：室温時効（時間とともに微細析出物が形成して時間とともに硬化，析出物が出た後（ピーク時効），析出物の粗大化，消失が起こる（過時効）.）

**（解答用紙）**

**II－１（機械材料）（Mechanical Materials）〔2/2〕**

【問題 2 解答欄】【Space for answer of Question 2】

(1)

(1-1)　　純鉄(Pure iron)

加熱過程 (Heating process)　　フェライト　→　オーステナイト

冷却過程 (Cooling process)　　オーステナイト →　フェライト

0.8%C 炭素鋼 (0.8% carbon steel)

加熱過程 (Heating process)　パーライト → オーステナイト

冷却過程 (Cooling process)　　オーステナイト → マルテンサイト

オーステナイト系ステンレス鋼 (0.08%C-18%Cr-8%Ni austenitic stainless steel)

加熱過程 (Heating process)　　オーステナイト単相で変態しない

冷却過程 (Cooling process)　　オーステナイト単相で変態しない

(1-2) 純鉄(Pure iron):加熱前と冷却後で組織の変化は見られないので，引張強さ，伸び，硬さに変化なし

0.8%炭素鋼 (0.8% carbon steel)：　冷却後にマルテンサイト組織が形成されるため，硬さが上昇，引張強さが上昇，伸びが低下する

オーステナイト系ステンレス鋼 (0.08%C-18%Cr-8%Ni austenitic stainless steel)：　加熱前と冷却後で組織の変化は見られないので，引張強さ，伸び，硬さに変化なし

(1-3) 理由(Reason):

粒界に Cr 炭化物が形成され，その周辺に Cr 欠乏層が形成される．この部分の Cr 濃度が 12%より少なくなると，不動態皮膜が形成されず，耐食性が劣化する．

防止策(Three countermeasures) 1. 溶体化処理の実施　　2. 低炭素ステンレス鋼の採用

3. Ti または Nb 入り安定化ステンレス鋼を採用

(2)

(a) 液体窒素を入れる容器(Container for liquid nitrogen) ：　オーステナイト系ステンレス鋼

理由(reason) 低温で使用するため，低温脆性を示さない鋼が必要。結晶構造が FCC で，脆性破壊を起こさないため．

(b) 硝酸水溶液を入れる容器(Vessel container for aqueous nitric acid solution)　：

フェライト系ステンレス鋼

理由(reason)　高 Cr 系のステンレス鋼では，不動態皮膜が形成され，酸化性酸の硝酸に対して高い耐酸化性を示す．

(c) 歯車(Gear wheel) ：　はだ焼き鋼

理由(reason) 歯車は，歯の部分は摩耗しやすいため，硬く，軸を挿入する部分はじん性が必要である．この鋼を用い，歯の部分を浸炭焼き入れし硬くし，使用する．

(d) 橋梁(Bridge) ：　高張力鋼

理由(reason) 橋梁の梁としては，強くかつ軽量であることが必要となる．

熱力学 (Thermodynamics)
2023 年 8 月実施の入試問題の略解 (Brief explanations of the entrance examination in August 2023)

問題 1 (Question 1)

(a) 理想気体の熱的状態方程式を使い，$V_3 = RT_3/p_3 = 1.00\ \mathrm{m}^3$。

Using the thermal equation of state of an ideal gas, $V_3 = RT_3/p_3 = 1.00\ \mathrm{m}^3$.

(b) 理想気体の等エントロピー関係式を使い，$V_3/V_2 = \left(T_2/T_3\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} = \left(T_1/T_3\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} = 4.00$。

Using the isentropic relation of an ideal gas, $V_3/V_2 = \left(T_2/T_3\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} = \left(T_1/T_3\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} = 4.00$.

(c) 第一法則より，$W_{23} = c_\upsilon\left(T_2 - T_3\right) = \dfrac{R}{\kappa-1}\left(T_1 - T_3\right) = 154\ \mathrm{kJ}$。

From the first law, $W_{23} = c_\upsilon\left(T_2 - T_3\right) = \dfrac{R}{\kappa-1}\left(T_1 - T_3\right) = 154\ \mathrm{kJ}$.

(d) 第一法則より，正味の仕事 $W_{\mathrm{net}}$ は正味の吸熱量に等しく，さらにこれは過程 $1\to2$ と過程 $3\to4$（等温過程）で動作気体がする仕事に等しい。したがって，次のようになる。

$$W_{\mathrm{net}} = \int_{V_1}^{V_2} p\mathrm{d}V + \int_{V_3}^{V_4} p\mathrm{d}V = RT_1\ln\frac{V_2}{V_1} + RT_3\ln\frac{V_4}{V_3} = R\left(T_1 - T_3\right)\ln\frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \exp\left[\frac{W_{\mathrm{net}}}{R\left(T_1 - T_3\right)}\right] = 7.00$$

$$\left[\frac{V_2}{V_3} = \left(\frac{T_3}{T_2}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} = \left(\frac{T_4}{T_1}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} = \frac{V_1}{V_4} \Rightarrow \frac{V_4}{V_3} = \frac{V_1}{V_2}\right]$$

From the first law, the net work $W_{\mathrm{net}}$ is equal to the net heat supplied to the system, and is equal to the net work done in the isothermal processes $1\to2$ and $3\to4$. Therefore, the answer is as follows.

$$W_{\mathrm{net}} = \int_{V_1}^{V_2} p\mathrm{d}V + \int_{V_3}^{V_4} p\mathrm{d}V = RT_1\ln\frac{V_2}{V_1} + RT_3\ln\frac{V_4}{V_3} = R\left(T_1 - T_3\right)\ln\frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \exp\left[\frac{W_{\mathrm{net}}}{R\left(T_1 - T_3\right)}\right] = 7.00$$

$$\left[\frac{V_2}{V_3} = \left(\frac{T_3}{T_2}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} = \left(\frac{T_4}{T_1}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} = \frac{V_1}{V_4} \Rightarrow \frac{V_4}{V_3} = \frac{V_1}{V_2}\right]$$

(e) 第一法則より，$\eta = \dfrac{W_{\mathrm{net}}}{Q_{12}} = \dfrac{W_{\mathrm{net}}}{\int_{V_1}^{V_2} p\mathrm{d}V} = \dfrac{R\left(T_1 - T_3\right)\ln\left(V_2/V_1\right)}{RT_1\ln\left(V_2/V_1\right)} = 1 - \dfrac{T_3}{T_1} = 0.393$。

From the first law, $\eta = \dfrac{W_{\mathrm{net}}}{Q_{12}} = \dfrac{W_{\mathrm{net}}}{\int_{V_1}^{V_2} p\mathrm{d}V} = \dfrac{R\left(T_1 - T_3\right)\ln\left(V_2/V_1\right)}{RT_1\ln\left(V_2/V_1\right)} = 1 - \dfrac{T_3}{T_1} = 0.393$.

問題 2 (Question 2)

(a) この過程は定圧過程と見なせるから $C_p\mathrm{d}T = T\mathrm{d}S \Rightarrow S_{\mathrm{fin}} - S_{\mathrm{ini}} = C_p\ln\dfrac{T_{\mathrm{fin}}}{T_{\mathrm{ini}}}$ であり，また両固体物の熱容量が等しいから $T_1 = \dfrac{T_{\mathrm{A}} + T_{\mathrm{B}}}{2} = 340\ \mathrm{K}$ である。したがって，次のようになる。

$$\Delta S_{\mathrm{A}} = 461\times\ln\frac{340}{273} = 101.2\ \mathrm{J/K},\quad \Delta S_{\mathrm{B}} = 461\times\ln\frac{340}{407} = -82.9\ \mathrm{J/K},\quad \Delta S_{\mathrm{A+B}} = \Delta S_{\mathrm{A}} + \Delta S_{\mathrm{B}} = 18.3\ \mathrm{J/K}$$

Because this process can be considered as an isobaric process, we can write as $C_p\mathrm{d}T = T\mathrm{d}S \Rightarrow S_{\mathrm{fin}} - S_{\mathrm{ini}} = C_p\ln\dfrac{T_{\mathrm{fin}}}{T_{\mathrm{ini}}}$. Because the heat capacities of the objects A and B are the same, we can write as $T_1 = \dfrac{T_A + T_B}{2} = 340\ \mathrm{K}$. Therefore, the answers are as follows.

$$\Delta S_A = 461 \times \ln\frac{340}{273} = 101.2\ \ \mathrm{J/K},\quad \Delta S_B = 461 \times \ln\frac{340}{407} = -82.9\ \ \mathrm{J/K},\quad \Delta S_{A+B} = \Delta S_A + \Delta S_B = 18.3\ \ \mathrm{J/K}$$

(b) 温度一定の下で融解および蒸発が起こるから，次のようになる。

$$\Delta S_{\mathrm{fus}} = \frac{334}{273.15} = 1.22\ \ \mathrm{kJ/K},\qquad \Delta S_{\mathrm{vap}} = \frac{2260}{373.15} = 6.06\ \ \mathrm{kJ/K}$$

Isobaric fusion and vaporization processes are isothermal processes. Therefore, the answers are as follows.

$$\Delta S_{\mathrm{fus}} = \frac{334}{273.15} = 1.22\ \ \mathrm{kJ/K},\qquad \Delta S_{\mathrm{vap}} = \frac{2260}{373.15} = 6.06\ \ \mathrm{kJ/K}$$

(c) $\left[\dfrac{\partial}{\partial p}\left(\dfrac{\partial G}{\partial T}\right)_p\right]_T = -\left(\dfrac{\partial S}{\partial p}\right)_T$ および $\left[\dfrac{\partial}{\partial T}\left(\dfrac{\partial G}{\partial p}\right)_T\right]_p = \left(\dfrac{\partial V}{\partial T}\right)_p$ と書けるので，$\left(\dfrac{\partial S}{\partial p}\right)_T = -\left(\dfrac{\partial V}{\partial T}\right)_p$ が得られる。

Because of $\left[\dfrac{\partial}{\partial p}\left(\dfrac{\partial G}{\partial T}\right)_p\right]_T = -\left(\dfrac{\partial S}{\partial p}\right)_T$ and $\left[\dfrac{\partial}{\partial T}\left(\dfrac{\partial G}{\partial p}\right)_T\right]_p = \left(\dfrac{\partial V}{\partial T}\right)_p$, we can write as $\left(\dfrac{\partial S}{\partial p}\right)_T = -\left(\dfrac{\partial V}{\partial T}\right)_p$.

(d) $\mathrm{d}H = T\mathrm{d}S + S\mathrm{d}T + \mathrm{d}G \Rightarrow \left(\dfrac{\partial H}{\partial p}\right)_T = T\left(\dfrac{\partial S}{\partial p}\right)_T + \left(\dfrac{\partial G}{\partial p}\right)_T = T\left(\dfrac{\partial S}{\partial p}\right)_T + V$ と書けるから，設問(c)の答えを使い，$\left(\dfrac{\partial H}{\partial p}\right)_T = -T\left(\dfrac{\partial V}{\partial T}\right)_p + V$ と書ける。

Because we can write as $\mathrm{d}H = T\mathrm{d}S + S\mathrm{d}T + \mathrm{d}G \Rightarrow \left(\dfrac{\partial H}{\partial p}\right)_T = T\left(\dfrac{\partial S}{\partial p}\right)_T + \left(\dfrac{\partial G}{\partial p}\right)_T = T\left(\dfrac{\partial S}{\partial p}\right)_T + V$, using the answer of the question (c), we can write as $\left(\dfrac{\partial H}{\partial p}\right)_T = -T\left(\dfrac{\partial V}{\partial T}\right)_p + V$.

(e) 設問(d)の答えと与えられた熱的状態方程式を使い，$N$ が $T, p$ の関数であることに注意して，以下のように計算できる。

$$\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T = -T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p + V = -T\frac{R_u}{p}\left[\left(\frac{\partial N}{\partial T}\right)_p T + N\right] + V = -V\frac{T}{N}\left(\frac{\partial N}{\partial T}\right)_p = -V\left(\frac{\partial \ln N}{\partial \ln T}\right)_p$$

Using the answer of the question (d) and the given thermal equation of state, and noting that $N$ is a function of $T$ and $p$, we can calculate as follows.

$$\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T = -T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p + V = -T\frac{R_u}{p}\left[\left(\frac{\partial N}{\partial T}\right)_p T + N\right] + V = -V\frac{T}{N}\left(\frac{\partial N}{\partial T}\right)_p = -V\left(\frac{\partial \ln N}{\partial \ln T}\right)_p$$

以上

流体力学 (Fluid Mechanics)
2023 年 8 月実施の入試問題の略解 (Brief explanations of the entrance examination in August 2023)

問題 1 (Question 1)

(a) $\frac{1}{2}v_\mathrm{f}{}^2+\frac{p_0}{\rho}+gx=\frac{1}{2}v_\mathrm{o}{}^2+\frac{p_0}{\rho}$

(b) 条件 $v_\mathrm{f} \ll v_\mathrm{o}$ より，設問(a)の答えを使い，$\frac{1}{2}v_\mathrm{o}{}^2=gx \Rightarrow v_\mathrm{o}=\sqrt{2gx}$ と書ける。

Using the condition of $v_\mathrm{f} \ll v_\mathrm{o}$ and the answer of the question (a), we can write as $\frac{1}{2}v_\mathrm{o}{}^2=gx \Rightarrow v_\mathrm{o}=\sqrt{2gx}$.

(c) $A=\pi\left[R^2-\left(R-x\right)^2\right]=\pi\left(2Rx-x^2\right)$

(d) 連続の式より $Av_\mathrm{f}=av_\mathrm{o}$ と書ける。したがって，設問(b)(c)の答えを使い，次のように書ける。

$$v_\mathrm{f}=\frac{av_\mathrm{o}}{A}=\frac{a\sqrt{2gx}}{\pi\left(2Rx-x^2\right)}$$

The continuity equation can be written as $Av_\mathrm{f}=av_\mathrm{o}$. Therefore, using the answers of questions (b) and (c), we can write as follows.

$$v_\mathrm{f}=\frac{av_\mathrm{o}}{A}=\frac{a\sqrt{2gx}}{\pi\left(2Rx-x^2\right)}$$

(e) $v_\mathrm{f}=-\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ だから，設問(d)の結果を使い，次のように計算できる。

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-\frac{a\sqrt{2gx}}{\pi\left(2Rx-x^2\right)} \Rightarrow \int_R^0\left(2Rx^{\frac{1}{2}}-x^{\frac{3}{2}}\right)\mathrm{d}x=-\int_0^T\frac{a\sqrt{2g}}{\pi}\mathrm{d}t \Rightarrow -\frac{14}{15}R^{\frac{5}{2}}=-\frac{a\sqrt{2g}}{\pi}T \Rightarrow T=\frac{14}{15}\frac{\pi}{a\sqrt{2g}}R^{\frac{5}{2}}$$

Because of $v_\mathrm{f}=-\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$, using the answer of the question (d), we can calculate as follows.

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-\frac{a\sqrt{2gx}}{\pi\left(2Rx-x^2\right)} \Rightarrow \int_R^0\left(2Rx^{\frac{1}{2}}-x^{\frac{3}{2}}\right)\mathrm{d}x=-\int_0^T\frac{a\sqrt{2g}}{\pi}\mathrm{d}t \Rightarrow -\frac{14}{15}R^{\frac{5}{2}}=-\frac{a\sqrt{2g}}{\pi}T \Rightarrow T=\frac{14}{15}\frac{\pi}{a\sqrt{2g}}R^{\frac{5}{2}}$$

問題 2 (Question 2)

(a) 質量保存則より $Q=2\pi r v_r$ と書けるから $v_r=\frac{Q}{2\pi r}$。流れの対称性より $v_\theta=0$。

From the law of mass conservation, we can write as $Q=2\pi r v_r$. Therefore, $v_r=\frac{Q}{2\pi r}$. From the symmetry of the flow, $v_\theta=0$.

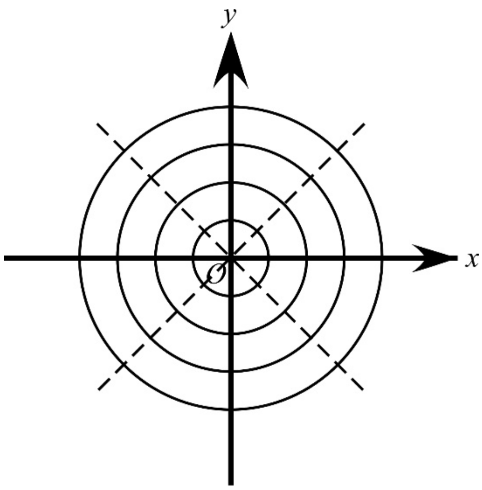
(b) 速度ポテンシャルの定義より，$\frac{\partial\phi}{\partial r}=v_r=\frac{Q}{2\pi r}$, $\frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\theta}=v_\theta=0$ と書ける。したがって，与えられた条件を使い，次のように書ける。

$$\frac{\partial\phi}{\partial\theta}=0 \Rightarrow \phi=\phi\left(r\right) \Rightarrow \frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}r}=\frac{Q}{2\pi r} \Rightarrow \int_0^\phi \mathrm{d}\phi=\int_1^r\frac{Q}{2\pi r}\mathrm{d}r \Rightarrow \phi=\frac{Q}{2\pi}\ln r$$

From the definition of the velocity potential, we can write as $\frac{\partial\phi}{\partial r}=v_r=\frac{Q}{2\pi r}$, $\frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\theta}=v_\theta=0$. Therefore, using the given condition, we can write as follows.

$$\frac{\partial\phi}{\partial\theta}=0 \Rightarrow \phi=\phi\left(r\right) \Rightarrow \frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}r}=\frac{Q}{2\pi r} \Rightarrow \int_0^\phi \mathrm{d}\phi=\int_1^r\frac{Q}{2\pi r}\mathrm{d}r \Rightarrow \phi=\frac{Q}{2\pi}\ln r$$

(c)




(d) 循環の定義$\Gamma = \oint_C \boldsymbol{v} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \int_S (\nabla \times \boldsymbol{v}) \cdot \boldsymbol{n} \mathrm{d}S$より，いまの場合は原点を囲む任意の閉曲線で計算すれば良いから，半径$r$の円を使い，$\Gamma = \int_0^{2\pi} v_\theta r \mathrm{d}\theta = 0$と計算できる。

From the definition of the circulation: $\Gamma = \oint_C \boldsymbol{v} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \int_S (\nabla \times \boldsymbol{v}) \cdot \boldsymbol{n} \mathrm{d}S$, we can calculate it using any closed curve enclosing the origin in this case. Therefore, using a circle of radius $r$, we can calculate the circulation as $\Gamma = \int_0^{2\pi} v_\theta r \mathrm{d}\theta = 0$.

(e) 設問(b)の答えは$\phi = \dfrac{Q}{2\pi} \ln \sqrt{x^2 + y^2}$と書け，非圧縮性ポテンシャル流れの速度ポテンシャルは重ね合わせられるから，答えは次のように書ける。

$$\phi = \frac{Q}{2\pi} \ln \sqrt{(x-a)^2 + y^2} + \frac{Q}{2\pi} \ln \sqrt{(x+a)^2 + y^2} = \frac{Q}{4\pi} \ln \left\{ \left[ (x-a)^2 + y^2 \right] \left[ (x+a)^2 + y^2 \right] \right\}$$

The answer of the question (b) can be written as $\phi = \dfrac{Q}{2\pi} \ln \sqrt{x^2 + y^2}$, and the velocity potential of an incompressible potential flow can be superimposed. Therefore, the answer can be written as follows.

$$\phi = \frac{Q}{2\pi} \ln \sqrt{(x-a)^2 + y^2} + \frac{Q}{2\pi} \ln \sqrt{(x+a)^2 + y^2} = \frac{Q}{4\pi} \ln \left\{ \left[ (x-a)^2 + y^2 \right] \left[ (x+a)^2 + y^2 \right] \right\}$$

以上