2024年10月，2025年4月入学（October 2024 and April 2025 Admission）
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題

問題用紙

Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)

Question Sheets

（2024年8月22日実施 / August 22, 2024）

試験科目 Subject	機械工学(専門科目 I) Mechanical Engineering I	プログラム Program	機械工学 Mechanical Engineering	受験番号 Examinee's Number	M

試験時間：09時00分～12時00分 (Examination Time：From 09:00 to 12:00)

受験上の注意事項

(1) これは問題用紙です。解答は別冊の解答用紙に記入してください。
(2) 問題用紙は表紙を含み8枚あります。
(3) 本表紙およびすべての問題用紙に受験番号を記入してください。
(4) 問題用紙は解答用紙とともに回収します。

Notices

(1) This booklet consists of only question sheets. Use another booklet for answers.
(2) This booklet consists of eight (8) sheets including this front sheet.
(3) Fill in your examinee's number in all sheets including this front sheet.
(4) Return these question sheets together with the answer sheets.

2024年10月，2025年4月入学（October 2024 and April 2025 Admission）
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題
Graduate School of Advanced Science and Engineering（Master's Course），Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)

（2024年8月22日実施 / August 22, 2024）

試験科目 Subject	機械工学(専門科目 I) Mechanical Engineering I	プログラム Program	機械工学 Mechanical Engineering	受験番号 Examinee's Number	M

[問題用紙]

I −1 (数学) (Mathematics) [1/3]

問題 1 (Question 1)

1. 行列 $A=\begin{pmatrix} 2a & -0.2 \\ -0.2 & 3a \end{pmatrix}$ について以下の問いに答えよ。なお a は正の実数である。

(a) 行列 A の固有値 λ は正の実数 b を用いて次の式で表される。b の値を求めよ。

$$\lambda=\frac{5a\pm\sqrt{a^2+b}}{2}$$

(b) 行列 A のひとつの固有値がもう一方の固有値の 2 倍であるとき，a の値と各固有値を求めよ。

(c) 上記(b)の条件下で行列 A の固有ベクトルを求めよ。

(d) 上記(b)の条件下で $\lim_{n\to\infty} A^n \boldsymbol{x} = c\boldsymbol{p}$ が成立することを示せ。ただし n は自然数，c は適当な実数，$\boldsymbol{p}$ は固有ベクトルのうちのどちらかひとつ，$\boldsymbol{x}=\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ は任意の非零実ベクトルとする。

(e) 上記(d)のベクトル $\boldsymbol{x}$ を単位円（$x^2+y^2=1$）上の点の位置ベクトルとする。このとき $\lim_{n\to\infty} A^n \boldsymbol{x}$ によって単位円はどのような図形に変化するか，説明せよ。

2. 次の連立一次方程式が唯一解を持つような d の条件を示し，解を求めよ。

$$\begin{cases} -x+y+z=2 \\ x-y-d^2z=0 \\ x+y-dz=4 \end{cases}$$

1. Answer the following questions about the matrix $A=\begin{pmatrix} 2a & -0.2 \\ -0.2 & 3a \end{pmatrix}$. Here a is a positive real number.

(a) The eigenvalues λ for the matrix A can be described as follows using a positive real number b. Find the value of b.

$$\lambda=\frac{5a\pm\sqrt{a^2+b}}{2}$$

(b) When one eigenvalue of the matrix A is twice the other eigenvalue, find the value of a and each eigenvalue.

(c) Find the eigenvectors of the matrix A under the above condition (b).

(d) Show that $\lim_{n\to\infty} A^n \boldsymbol{x} = c\boldsymbol{p}$ holds under the above condition (b), where n is a natural number, c is an appropriate real number, $\boldsymbol{p}$ is one of the eigenvectors, and $\boldsymbol{x}=\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ is any non-zero real vector.

(e) Let the vector $\boldsymbol{x}$ in (d) be the position vectors of points on the unit circle ($x^2+y^2=1$). Explain how the unit circle changes by $\lim_{n\to\infty} A^n \boldsymbol{x}$.

2. Show the condition on d such that the following simultaneous linear equations have only one solution, and find the solution.

$$\begin{cases} -x+y+z=2 \\ x-y-d^2z=0 \\ x+y-dz=4 \end{cases}$$

試験科目 Subject	機械工学(専門科目 I) Mechanical Engineering I	プログラム Program	機械工学 Mechanical Engineering	受験番号 Examinee's Number	M

[問題用紙]

I －1(数学)(Mathematics)〔2/3〕

問題 2（Question 2）

領域 $D = \{x^2 + y^2 \leq 1\}$ 上の２重積分，

$$I = \iint_D \ln(x^2 + y^2)\, dxdy$$

について，以下の問いに答えよ。

(a) 積分領域を x-y 平面図に示し，その領域にハッチングをつけ，かつ x，y 軸上の数値を記入せよ。

(b) ２重積分 I を求めよ。

Answer the following questions about the double integral I on the region $D = \{x^2 + y^2 \leq 1\}$.

$$I = \iint_D \ln(x^2 + y^2)\, dxdy$$

(a) Show and hatch the domain of the integral at the x-y plane and express numerical values on the x and y axes.

(b) Calculate the double integral I.

試験科目 Subject	機械工学(専門科目Ｉ) Mechanical Engineering I	プログラム Program	機械工学 Mechanical Engineering	受験番号 Examinee's Number	M

[問題用紙]

Ｉ－1(数学)(Mathematics)〔3/3〕

問題3（Question 3）

微分方程式 (1) について以下の問いに答えよ。ただし y は x の関数である。

$$xy'' + (5x+2)y' + (6x+5)y = 0 \qquad (1)$$

(a) $(xy)'$を計算せよ。
(b) $(xy)''$を計算せよ。
(c) 式(1)を$(xy)'$, $(xy)''$, xy を用いて表せ。
(d) 式(1)を解け。

Answer the following questions on the differential equation (1), where y is a function of x.

$$xy'' + (5x+2)y' + (6x+5)y = 0 \qquad (1)$$

(a) Calculate $(xy)'$.
(b) Calculate $(xy)''$.
(c) Express the left hand side of Eq. (1) using $(xy)'$, $(xy)''$, and xy.
(d) Solve Eq. (1).

試験科目 Subject	機械工学(専門科目 I) Mechanical Engineering I	プログラム Program	機械工学 Mechanical Engineering	受験番号 Examinee's Number	M

[問題用紙]

I −2(材料力学)(Mechanics of Materials)〔1/2〕

問題 1（Question 1）

Fig. 1 に示すような断面を持つはりがある。以下の問いに答えよ。
(1) z'軸に関する断面一次モーメント $S_{z'}$を求めよ。
(2) z'軸から断面の図心 G までの距離 e を求めよ。
(3) z'軸に関する断面二次モーメント $I_{z'}$を求めよ。
(4) z 軸に関する断面二次モーメント I_z を求めよ。

There is a beam with a cross section shown in Fig. 1.
(1) Calculate the first moment of area $S_{z'}$ around the z'-axis for the cross-section.
(2) Obtain the distance e from the z'-axis to the centroid G for the cross-section.
(3) Calculate the second moment of area $I_{z'}$ around the z'-axis for the cross-section.
(4) Calculate the second moment of area I_z around the z-axis for the cross-section.

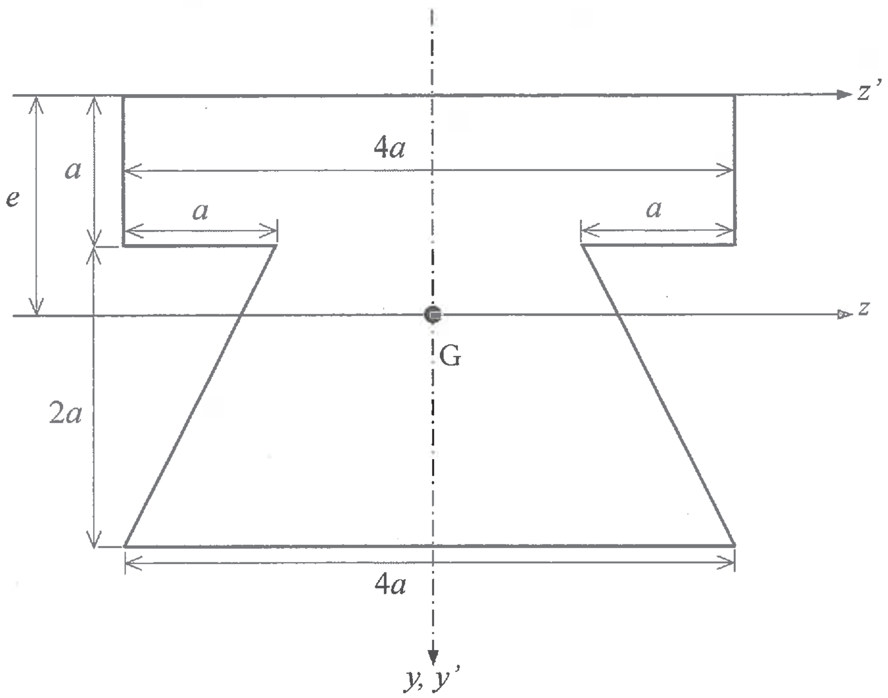


Fig. 1

試験科目 Subject	機械工学（専門科目 I） Mechanical Engineering I	プログラム Program	機械工学 Mechanical Engineering	受験番号 Examinee's Number	M

［問題用紙］

I －2（材料力学）(Mechanics of Materials)〔2/2〕

問題 2（Question 2）

はりの長さを l，曲げ剛性を EI とする時，以下の問いに答えよ。

(1) Fig. 2(a)に示すような，等分布外力 q_1 が作用する片持ちはり AB における点 A のたわみ δ_A を求めたい。この時，点 A に仮想的に作用する鉛直方向下向きの集中外力 T を考え，はり上の座標 x における曲げモーメント M_1 を，自由体図を描いてモーメントのつり合い式を得た上で求めよ。

(2) (1)の T を考えた状態で，はりに蓄えられるひずみエネルギーを求めよ。

(3) (2)の結果から δ_A を q_1 を用いて求めよ。

(4)片持ちはり AB の一端 A から鉛直方向下向きに微小距離 a 離れた位置に剛体ローラーが置いてある。Fig. 2(b)に示すように，片持ちはり AB に等分布外力 q_2 が作用するとき，点 A が剛体ローラーに接触しないための q_2 の条件を求めよ。

(5) 点 A が摩擦なくローラーに接触しているとき，剛体ローラーから点 A に作用する支持外力 R を求めよ。

Answer the following problems when the length and flexural rigidity of the cantilever are assumed to be l and EI, respectively.

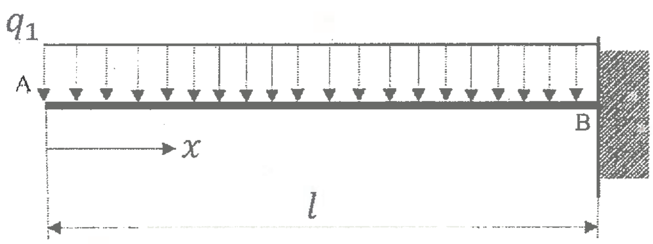
(1) As shown in Fig. 2(a), the deflection at point A on the cantilever AB where a uniformly distributed external force q_1 acts intends to be obtained. After considering a concentrated external force T acting virtually in the direction of vertically downward on the point A, find the bending moment M_1 at the coordinate x on the cantilever by obtaining the moment balance equation. At the same time, draw a free body diagram.

(2) Considering T in the state of (1), calculate the stored strain energy of the cantilever.

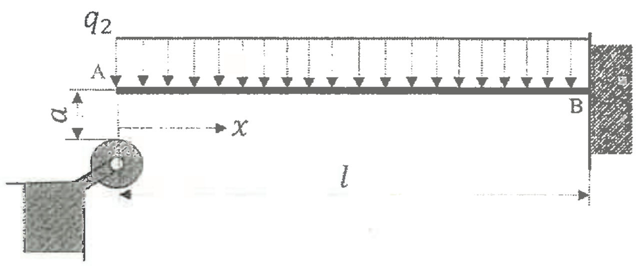
(3) Obtain δ_A by using q_1 from the result of problem (2).

(4) A rigid roller is placed vertically downward at an infinitesimal distance a from one end A of a cantilever AB. When a uniformly distributed external force q_2 acts on the cantilever AB as shown in Fig. 2(b), find the condition of q_2 such that the point A does not contact with the roller.

(5) When the point A is in contact with the roller without frictions, find the supporting external force R acting on the point A from the roller.



(a)



(b)

Fig. 2

試験科目 Subject	機械工学（専門科目Ｉ） Mechanical Engineering I	プログラム Program	機械工学 Mechanical Engineering	受験番号 Examinee's Number	M

[問題用紙]

Ｉ－3（機械力学）(Mechanical Vibrations)〔1/2〕

問題 1（Question 1）

Fig. 1 の系を考える。物体 P は水平な直線レール上をなめらかに動き，ばね A およびダンパ B を介して壁と接続され，ダンパ C を介して点 Q と接続されている。物体 P の質量は m，ばね A のばね定数は k であり，ダンパ B とダンパ C の減衰係数はいずれも c である。これらの定数は $c^2 < mk$ を満たす。物体 P および点 Q の壁からの距離をそれぞれ x および y とする。$x = L$，$\dot{x} = 0$，$\dot{y} = 0$ であるとき，系は平衡状態にあり，ばね A から壁に加わる力はゼロである。ここで L は正の定数である。以下の問いに答えよ。なお，加法定理の公式 $\cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta = \cos(\alpha - \beta)$ を用いてよい。

(1) 物体 P の運動方程式を書け。

(2) 点 Q が一定の速度 $\dot{y} = v$ で移動しているとする。ここで v は正の定数である。

(2a) このとき，(1) の運動方程式の一般解を求めよ。

(2b) 物体 P が壁からの距離が $3L$ 未満の位置で平衡状態となるために，正の定数 v が満たすべき条件を求めよ。

(3) 点 Q の位置が $y = 2L + B\sin(\omega t)$ のように変動しているとする。ここで B と ω は正の定数である。

(3a) このとき，(1) の運動方程式の強制振動解を求めよ。

(3b) (3a) の強制振動解と点 Q の位置 y の位相差がゼロとなる角周波数 ω を求めよ。

Consider the system illustrated in Fig. 1. The object P is allowed to move smoothly on a horizontal rail, and it is connected to the wall through the spring A and the damper B, and to the point Q through the damper C. The mass of the object P is m, the spring constant of the spring A is k, and the damping coefficients of both dampers B and C are c. These constants satisfy $c^2 < mk$. The distances of the object P and the point Q from the wall are x and y, respectively. When $x = L$, $\dot{x} = 0$, and $\dot{y} = 0$, the system is in equilibrium, and the force acting from the spring A to the wall is zero. Here, L is a positive constant. Answer the following questions. If necessary, use the formula $\cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta = \cos(\alpha - \beta)$.

(1) Write the equation of motion of the object P.

(2) Assume that the point Q moves at constant velocity $\dot{y} = v$ with a positive constant v.

(2a) Find the general solution of the equation of motion obtained in (1).

(2b) Find the condition for the positive constant v so that the object P comes to equilibrium at a distance smaller than $3L$ from the wall.

(3) Assume that the point Q moves as $y = 2L + B\sin(\omega t)$. Here, B and ω are positive constants.

(3a) Find the forced vibration solution of the equation of motion obtained in (1).

(3b) Find the condition for the angular frequency ω with which the phase difference between the solution obtained in (3a) and the position y of point Q is zero.

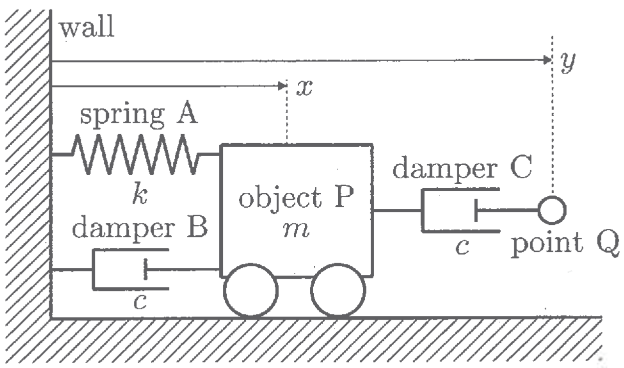


Fig. 1

試験科目 Subject	機械工学（専門科目Ⅰ）Mechanical Engineering Ⅰ	プログラム Program	機械工学 Mechanical Engineering	受験番号 Examinee's Number	M

［問題用紙］

Ⅰ－3（機械力学）(Mechanical Vibrations)〔2/2〕

問題 2（Question 2）

Fig. 2 の系を考える。3 枚の円盤が 2 本の軸でつながれており，軸は軸受けで支持されている。3 枚の円盤の軸まわりの慣性モーメントはそれぞれ J，$3J$，および $2J$ であり，軸のねじり剛性はそれぞれ k および $2k$ である。軸の質量と軸受けの摩擦は無視できるほど小さく，軸は曲がらないものとする。円盤の回転角度をそれぞれ θ_1，θ_2，および θ_3 とし，両方の軸のねじれがゼロのとき $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3$ となる。以下の問いに答えよ。

(1) θ_1，θ_2，θ_3 に関する運動方程式を書け。

(2) この系の固有角振動数をすべて求めよ。また，それぞれの固有角振動数に対応するモードベクトルを求めよ。

(3) 円盤の初期角度を $\theta_1 = -a$，$\theta_2 = a$，$\theta_3 = -a$，初期角速度を $\dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2 = \dot{\theta}_3 = 0$ とする。このとき，θ_1，θ_2，θ_3 を時刻 t の関数として表せ。a は正の定数とする。

(4) 円盤の初期角度を $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0$，初期角速度を $\dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2 = \dot{\theta}_3 = b$ とする。このとき，θ_1，θ_2，θ_3 を時刻 t の関数として表せ。b は正の定数とする。

Consider the system illustrated in Fig. 2. Three rigid disks are coaxially connected by two shafts. The moments of inertia of the disks are J, $3J$, and $2J$, and the torsional stiffnesses of the shafts are k and $2k$. The masses of the shafts and the friction in the bearings are both negligibly small, and the shafts are assumed not to bend. The angular positions of the disks are denoted respectively by θ_1, θ_2, and θ_3, and they satisfy $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3$ when the shafts are not twisted. Answer the following questions.

(1) Write the equations of motion of the system with respect to θ_1, θ_2, and θ_3.

(2) Find all the natural angular frequencies of the system. Also, find their correspondent mode vectors.

(3) Suppose that the disks start rotating from the initial angles of $\theta_1 = -a$, $\theta_2 = a$, $\theta_3 = -a$ and the initial velocities of $\dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2 = \dot{\theta}_3 = 0$, where a is a positive constant. Write θ_1, θ_2, and θ_3 as functions of time t.

(4) Suppose that the disks start rotating from the initial angles of $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0$ and the initial velocities of $\dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2 = \dot{\theta}_3 = b$, where b is a positive constant. Write θ_1, θ_2, and θ_3 as functions of time t.

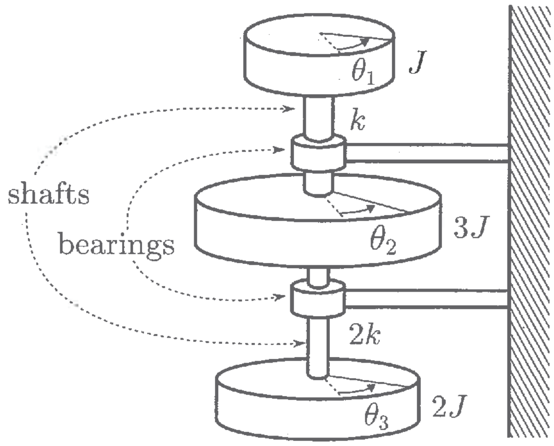


Fig. 2

2024年10月，2025年4月入学（October 2024 and April 2025 Admission）
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題

問題用紙

Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)

Question Sheets

（2024年8月22日実施 / August 22, 2024）

試験科目 Subject	機械工学（専門科目 II） Mechanical Engineering II	プログラム Program	機械工学 Mechanical Engineering	受験番号 Examinee's Number	M

試験時間：13時30分～16時30分 (Examination Time：From 13:30 to 16:30)

受験上の注意事項

(1) これは問題用紙です。解答は別冊の解答用紙に記入してください。
(2) 問題用紙は表紙を含み9枚あります。
(3) 本表紙およびすべての問題用紙に受験番号を記入してください。
(4) 問題用紙は解答用紙とともに回収します。

Notices

(1) This booklet consists of only question sheets. Use another booklet for answers.
(2) This booklet consists of nine (9) sheets including this front sheet.
(3) Fill in your examinee's number in all sheets including this front sheet.
(4) Return these question sheets together with the answer sheets.

2024年10月，2025年4月入学（October 2024 and April 2025 Admission）
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題
Graduate School of Advanced Science and Engineering（Master's Course），Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)

（2024年8月22日実施 / August 22, 2024）

試験科目 Subject	機械工学（専門科目Ⅱ） Mechanical Engineering II	プログラム Program	機械工学 Mechanical Engineering	受験番号 Examinee's Number	M

［問題用紙］

Ⅱ－1（機械材料）(Mechanical Materials)〔1/2〕

問題1（Question 1）

(1) 面心立方構造（fcc）および体心立方構造（bcc）の(100)面，(110)面および(111)面の原子配置を図示せよ。

(2) アルミニウム（Al）およびα鉄（αFe）の格子定数は，それぞれ0.404nmおよび0.286nmである。AlおよびαFeの第一近接原子間距離，第二近接原子間距離および第三近接原子間距離を求めよ。

(3) αFeのX線回折分析を行った場合，(110)面，(200)面および(211)面から得られる回折角2θを求めよ。ここで，X線の波長は0.154nmとする。

(4) Fig. 1はCu-Ni合金の平衡状態図である。a, b, c点での相の種類（L，α）とその組成および割合について答えよ。

(1) Draw the atomic configuration of the (100), (110) and (111) planes of the face-centered cubic structure (fcc) and body-centered cubic structure (bcc).

(2) The lattice constants of aluminum (Al) and α-iron (αFe) are 0.404 nm and 0.286 nm, respectively. Calculate the first nearest neighbor (1st-nn) atomic distance, second nearest neighbor (2nd-nn) atomic distance and third nearest neighbor (3rd-nn) atomic distance of Al and αFe.

(3) Calculate the diffraction angles 2θ obtained from the (110), (200) and (211) planes in the case of X-ray diffraction analysis of αFe. Here, the wavelength of the X-ray is 0.154 nm.

(4) Fig. 1 shows the equilibrium phase diagram of a Cu-Ni alloy. Answer the types of phases (L, α), their compositions and their ratio at points a, b and c.

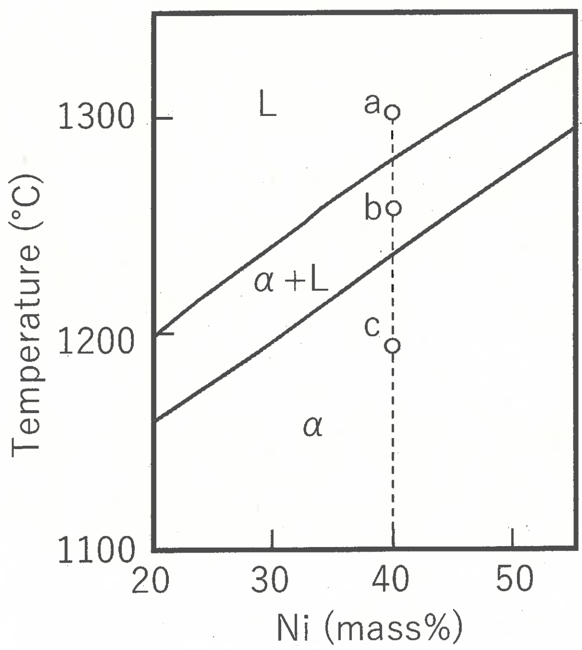


Fig. 1 The equilibrium phase diagram of a Cu-Ni alloy.

2024 年 10 月，2025 年 4 月入学（October 2024 and April 2025 Admission）
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題
Graduate School of Advanced Science and Engineering（Master's Course），Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)
（2024 年 8 月 22 日実施 / August 22, 2024）

試験科目 Subject	機械工学（専門科目Ⅱ） Mechanical Engineering II	プログラム Program	機械工学 Mechanical Engineering	受験番号 Examinee's Number	M

[問題用紙]

Ⅱ－1（機械材料）(Mechanical Materials)〔2/2〕

問題 2（Question 2）

ステンレス鋼について以下の問いに答えよ。

(1) フェライト系およびオーステナイト系ステンレス鋼の代表的な添加元素と代表的な含有量を答えよ。
(2) 液体窒素用容器および硝酸水溶液用容器を製作するために最適なステンレス鋼を答えよ。またその選択理由を述べよ。
(3) マルテンサイト系ステンレス鋼の特徴および用途を述べよ。
(4) オーステナイト系ステンレス鋼 SUS304 を 600～800℃に長時間保持した後，海水環境下で使用すると粒界腐食が生じる。この粒界腐食のメカニズムを説明せよ。
(5) SUS304 の耐粒界腐食性をより改善した鋼材を 2 種類挙げ，JIS 規格名およびその鋼材の耐粒界腐食性向上の理由を説明せよ。

Answer the following questions on stainless steel.

(1) Answer the typical alloying element(s) and typical amount in the ferritic and the austenitic stainless steels.
(2) Answer the most suitable stainless steel to produce the container for liquid nitrogen and the vessel container for an aqueous nitric acid solution, and explain the reason.
(3) Describe the properties and usages of the martensitic stainless steels.
(4) The intergranular corrosion occurs when austenitic stainless steel SUS304 is exposed under the seawater environment after heating at the temperature range of 600～800°C for long time. Explain the mechanism of intergranular corrosion.
(5) List up two kinds of steels which are improved the corrosion resistance better than SUS304. Describe the JIS standards and the reasons for the improvement in intergranular corrosion resistance for each steel.

試験科目 Subject	機械工学（専門科目 II） Mechanical Engineering II	プログラム Program	機械工学 Mechanical Engineering	受験番号 Examinee's Number	M

［問題用紙］

II －2（熱力学）（Thermodynamics）〔1/2〕

問題 1（Question 1）

以下の 4 つの可逆過程で構成される熱力学サイクルについて，設問 (a)～(e) に答えよ。ここで p, V, T は順に圧力，体積，熱力学温度を表し，添字 1～4 は状態 1～4 を表す。動作気体は 1.00 kg の理想気体であり，気体定数 R は 0.287 kJ/(K·kg) である。また比熱比 κ は 1.40 であり定数とする。圧力比 p_2/p_1 は 15.0，T_1 および T_3 は順に 300 K および 1400 K とする。

[過程 1→2] 状態 1 から状態 2 へは断熱圧縮（$p_1, V_1, T_1 \rightarrow p_2, V_2, T_2$）
[過程 2→3] 状態 2 から状態 3 へは定圧加熱（$p_2, V_2, T_2 \rightarrow p_2, V_3, T_3$）
[過程 3→4] 状態 3 から状態 4 へは断熱膨張（$p_2, V_3, T_3 \rightarrow p_1, V_4, T_4$）
[過程 4→1] 状態 4 から状態 1 へは定圧冷却（$p_1, V_4, T_4 \rightarrow p_1, V_1, T_1$）

(a) 状態 2 の温度 T_2 を求めよ。
(b) 定圧加熱で加えられた熱 q_{23} を求めよ。
(c) 定圧冷却で捨てた熱 q_{41} を求めよ。
(d) このサイクルの熱効率 η を求めよ。
(e) 動作気体が 1 サイクルでする正味の仕事を求めよ。

Answer the questions (a) through (e) for a thermodynamic cycle consisting of the following four reversible processes. Here p, V, and T denote pressure, volume and thermodynamic temperature, respectively, and subscripts 1 to 4 denote states 1 to 4. The operating gas is 1.00 kg of ideal gas with the gas constant R of 0.287 kJ/(K·kg). The specific-heat ratio κ is 1.40 and constant. The pressure ratio p_2 / p_1 is 15.0, and T_1 and T_3 are 300 K and 1400 K, respectively.

[Process 1→2] Adiabatic compression from state 1 to state 2 ($p_1, V_1, T_1 \rightarrow p_2, V_2, T_2$)
[Process 2→3] Isobaric heating from state 2 to state 3 ($p_2, V_2, T_2 \rightarrow p_2, V_3, T_3$)
[Process 3→4] Adiabatic expansion from state 3 to state 4 ($p_2, V_3, T_3 \rightarrow p_1, V_4, T_4$)
[Process 4→1] Isobaric cooling from state 4 to state 1 ($p_1, V_4, T_4 \rightarrow p_1, V_1, T_1$)

(a) Calculate the temperature T_2 of the state 2.
(b) Calculate the heat q_{23} added during the isobaric heating.
(c) Calculate the heat q_{41} rejected during the isobaric cooling.
(d) Calculate the thermal efficiency η of this cycle.
(e) Calculate the net work done by the operating gas by one cycle.

試験科目 Subject	機械工学(専門科目Ⅱ) Mechanical Engineering II	プログラム Program	機械工学 Mechanical Engineering	受験番号 Examinee's Number	M

［問題用紙］

Ⅱ－2(熱力学)(Thermodynamics)〔2/2〕

問題 2（Question 2）

以下の文章中の［**a**］～［**k**］に入れるべき適切な数式，数値，語句を答えよ。ただし，気体は，水蒸気を含む場合も含まない場合も，気体定数 $R = 287\ \mathrm{J\ kg^{-1}\ K^{-1}}$，比熱比 $\kappa = 1.40$ の熱量的完全気体として扱え。

静止した大気中の圧力分布は，方程式 $-\mathrm{d}p/\mathrm{d}z - \rho g = 0$ によって与えられる。ただし，z 軸は鉛直上向きの座標軸，p は大気の圧力，ρ は大気の質量密度，$g\left(=9.8\ \mathrm{m\ s^{-2}}\right)$ は重力加速度の大きさである。大気の状態変化を理想気体のポリトロピック変化（ポリトロピック指数 n）とみなすと，温度 T の勾配 $\mathrm{d}T/\mathrm{d}z$ は［**a**］と書ける。国際標準大気モデルでは $\mathrm{d}T/\mathrm{d}z = -6.5\ \mathrm{K\ km^{-1}}$ と定められており，これは $n =$［**b**］に相当する。

次に，水蒸気を含む大気の塊が上方に断熱的に変位する。ただし，水平方向の圧力勾配は無視でき，大気の塊は閉鎖系と見なせ，そこに含まれる水蒸気の分圧は飽和蒸気圧よりも低い。このとき，この大気の塊が上方に変位する際の温度変化率は $\mathrm{d}T/\mathrm{d}z =$［**c**］$\mathrm{K\ km^{-1}}$ である。周囲の大気の温度勾配が $\mathrm{d}T/\mathrm{d}z = -6.5\ \mathrm{K\ km^{-1}}$ なら，上方に変位した大気の塊の質量密度は周囲の大気の質量密度よりも［**d**］，重力が浮力よりも［**e**］なり，この大気の塊は［**f**］に動く。一方，もし寒気が入り込んで周囲の大気の温度勾配が $\mathrm{d}T/\mathrm{d}z = -13\ \mathrm{K\ km^{-1}}$ になれば，上方に変位した大気の塊の質量密度は周囲の大気の質量密度よりも［**g**］，重力が浮力よりも［**h**］なり，この大気の塊は［**i**］に動く。

一般に，上方に変位した大気の塊が下方に動くなら大気の状態は安定であり，さらに上方に動くなら大気の状態は不安定である。大気の状態が不安定であると，上方に変位した大気の塊は上昇し続けて温度が低下し続け，やがて含まれている水蒸気の分圧と飽和蒸気圧が等しくなる。さらに上昇して大気の塊の温度がさらに下がると大気の塊の中の水が［**j**］し始める。こうなると大気の塊の上昇速度が増すが，その理由は［**k**］ためである。

Answer the appropriate mathematical formulas, numerical values, or words that should be placed in [**a**] through [**k**] in the following text. Note that the gas, with or without water vapor, should be treated as a calorimetrically perfect gas with the gas constant of $R = 287\ \mathrm{J\ kg^{-1}\ K^{-1}}$ and the specific-heat ratio of $\kappa = 1.40$.

The pressure distribution in the stationary atmosphere is given by the equation $-\mathrm{d}p/\mathrm{d}z - \rho g = 0$, where z-axis is the vertical upward coordinate axis, p and ρ are the pressure and mass density of the atmosphere, respectively, and $g\left(=9.8\ \mathrm{m\ s^{-2}}\right)$ is the magnitude of the gravitational acceleration. If we consider the change of state of the atmosphere as a polytropic change of an ideal gas with the polytropic index n, the gradient of temperature, $\mathrm{d}T/\mathrm{d}z$, can be written as [**a**]. The International Standard Atmosphere Model defines $\mathrm{d}T/\mathrm{d}z = -6.5\ \mathrm{K\ km^{-1}}$, which corresponds to $n =$ [**b**].

Next, an air mass containing water vapor is displaced adiabatically upward. Note that the horizontal pressure gradient is negligible, the air mass can be regarded as a closed system, and the partial pressure of water vapor contained in the air mass is lower than the saturated vapor pressure. In this case, the rate of temperature change during the upward displacement of the air mass is $\mathrm{d}T/\mathrm{d}z =$ [**c**] $\mathrm{K\ km^{-1}}$. If the temperature gradient of the surrounding atmosphere is $\mathrm{d}T/\mathrm{d}z = -6.5\ \mathrm{K\ km^{-1}}$, the mass density of the upward-displaced air mass is [**d**] than that of the surrounding atmosphere, so the gravity force is [**e**] than the buoyancy force, and therefore the air mass moves [**f**]. In contrast, if cold air enters and the temperature gradient of the surrounding atmosphere becomes $\mathrm{d}T/\mathrm{d}z = -13\ \mathrm{K\ km^{-1}}$, the mass density of the upward-displaced air mass is [**g**] than that of the surrounding atmosphere, so the gravity force is [**h**] than the buoyancy force, and therefore the air mass moves [**i**].

In general, if the upward-displaced air mass moves downward, the atmospheric state is stable; but if it moves upward further, the atmospheric state is unstable. If the atmospheric state is unstable, the upward-displaced air mass will continue to move upward and the temperature will continue to decrease and at some altitude the partial pressure of the contained water vapor will become equal to the saturated vapor pressure. Furthermore, if the temperature of the air mass decreases further as the air mass moves upward further, the water in the air mass will begin to [**j**]. When this happens, the rate of ascent of the air mass increases. The reason for this is that [**k**].

2024年10月，2025年4月入学（October 2024 and April 2025 Admission）
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題
Graduate School of Advanced Science and Engineering（Master's Course），Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)
（2024年8月22日実施 / August 22, 2024）

試験科目 Subject	機械工学（専門科目 II） Mechanical Engineering II	プログラム Program	機械工学 Mechanical Engineering	受験番号 Examinee's Number	M

[問題用紙]

II－3（流体力学）(Fluid Mechanics)〔1/2〕

問題1（Question 1）

Fig. 1に示すように，水の噴流がノズルから体積流量 Q [m^3/s]，断面積 A [m^2]，流速 V [m/s]で圧力 p_0 の大気中に水平に流出し，噴流と同じ向きに一定の速さ U_P[m/s]$(0 \leq U_P < V)$で動く，角度 θ だけ傾いた大きな平板に衝突している。噴流が平板に衝突したあとは2方向に分かれ，衝突点から十分離れた断面①と断面②でそれぞれ体積流量 Q_1，Q_2 [m^3/s]で平板に沿って流れる。噴流の断面積と流速をそれぞれ $A = 0.01$ m^2，$V = 2.0$ m/s，角度 $\theta = 60°$，水の密度は $\rho = 1000$ kg/m^3 として，以下の問いに答えよ。ただし，Fig. 1に示す流れは水平面上にあり，定常，非圧縮，非粘性，層流で，重力の影響は無視できるとする。

(a) ノズル出口の体積流量 Q [m^3/s] を求めよ。
(b) 平板が静止しているとき($U_P = 0$)，流れが平板におよぼす力 F [N]を求めよ。また，その力の向きを答えよ。
(c) 設問(b)のとき，体積流量 Q_1，Q_2 [m^3/s]をそれぞれ求めよ。
(d) 平板が速さ $U_P = 0.5$ m/s で移動しているとき，流れが平板におよぼす力 F [N]を求めよ。

As shown in Fig. 1, a horizontal jet of water exits a nozzle with the volume flow rate Q [m^3/s], an area of cross section A [m^2] and the velocity V [m/s] into the atmosphere at a pressure p_0. The jet strikes a large flat plate, which is moving at a speed U_P[m/s]$(0 \leq U_P < V)$ along the same direction as the jet, inclined with the angle θ. The jet is split into two directions after it strikes the plate, and the water flows along the flat plate with the volume flow rates Q_1 and Q_2 [m^3/s] at the cross sections ① and ② that are far from the impinging point of the jet, respectively. The area of cross section and the velocity of the jet are $A = 0.01$ m^2 and $V = 2.0$ m/s, respectively. The angle is $\theta = 60°$ and the density of water is $\rho = 1000$ kg/m^3. Answer the following questions. Assume that the flow in Fig. 1 is on the same horizontal plane, and is steady, incompressible, inviscid and laminar. The effect of gravity is negligible.

(a) Calculate the volume flow rate Q [m^3/s] at the nozzle exit.
(b) Calculate the force F [N] acting on the stationary plate ($U_P = 0$), and describe the force direction.
(c) Calculate the volume flow rates Q_1 and Q_2 [m^3/s] in question (b).
(d) Calculate the force F [N] acting on the plate when it is moving at a speed $U_P = 0.5$ m/s.

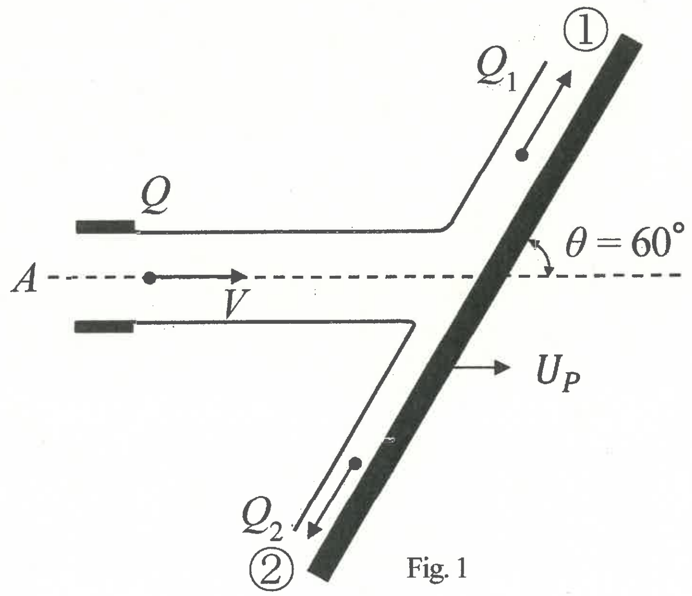


Fig. 1

試験科目 Subject	機械工学（専門科目 II） Mechanical Engineering II	プログラム Program	機械工学 Mechanical Engineering	受験番号 Examinee's Number	M

［問題用紙］

II −3（流体力学）(Fluid Mechanics)〔2/2〕

問題 2（Question 2）

Fig. 2 のように，空気中で，水平面に対して傾いて静止した無限平板の上を水が流れており，流れは定常状態の層流である。x 軸を平板に沿って下向きにとり，y 軸を平板に対して垂直上向きにとる。水面は平板に平行な平面であり，流れ場は x-y 平面内の 2 次元流である。x 軸と重力のなす角 θ は $0 < \theta < \pi/2$ の範囲にある。水の質量密度 ρ と粘度 μ は一定とする。また，空気の粘性は無視できる。以下の問いに答えよ。

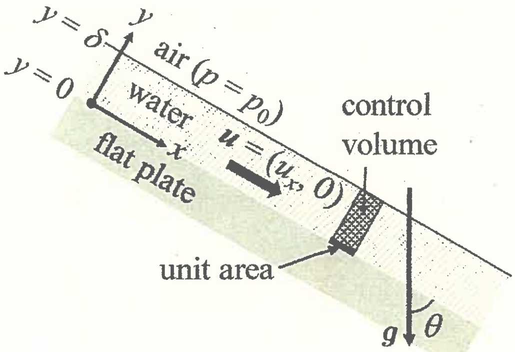


Fig.2

(a) 水の定常流れに対する運動方程式は次のとおりである。

$$(\boldsymbol{u}\cdot\nabla)\boldsymbol{u} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \frac{\mu}{\rho}\nabla^2\boldsymbol{u} + \boldsymbol{g}$$

ここで $\boldsymbol{u}$ は水の流速ベクトルで $\boldsymbol{u}=(u_x, 0)$（u_x は x 軸方向の流速），p は圧力，$\boldsymbol{g}$ は重力加速度ベクトルである。水の流速ならびに水中の圧力は y のみに依存する（$p = p(y)$, $u_x = u_x(y)$）。重力加速度の大きさを $|\boldsymbol{g}| = g$ として運動方程式を x, y 方向成分ごとに記述し，題意に沿って簡略化した式を示せ。

(b) 水面（$y=\delta$）では，水は圧力一定（$p=p_0$）の空気に接している。水中の圧力分布を求めよ。

(c) Fig. 2 に示すように，水と平板との接触面の面積が単位面積となる検査体積（control volume）をとる。この検査体積に対して x 方向に働く力のバランスを考え，平板が水に及ぼすせん断応力の大きさ $|\tau_w|$ を求めよ。

(d) x 方向の運動方程式を解くための，$y=0$ における境界条件を 2 つ示せ。

(e) 設問 (d) の境界条件を用いて設問 (a) で求めた簡略化した x 方向の運動方程式を解き，流速分布を求めよ。

As shown in Fig. 2, in air, water is flowing on a stationary infinite flat plate tilted with respect to the horizontal plane and the flow is a steady-state laminar flow. The x-axis is taken in the downward direction along the flat plate and the y-axis is taken in the upward direction perpendicular to the flat plate. The water surface is a plane parallel to the flat plate and the flow field is a two-dimensional flow in the x-y plane. The angle θ between the x-axis and the direction of gravity is in the range $0 < \theta < \pi/2$. The mass density ρ and viscosity μ of the water are assumed to be constant. The viscosity of air can be neglected. Answer the following questions.

(a) The equation of motion for a steady flow of water is

$$(\boldsymbol{u}\cdot\nabla)\boldsymbol{u} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \frac{\mu}{\rho}\nabla^2\boldsymbol{u} + \boldsymbol{g},$$

where $\boldsymbol{u}$ is the flow velocity vector of the water, $\boldsymbol{u} = (u_x, 0)$ where u_x is the velocity in the x-direction, p is the pressure, and $\boldsymbol{g}$ is the gravitational acceleration vector. The flow velocity of the water and the pressure in the water depend only on the coordinate y, $p = p(y)$ and $u_x = u_x(y)$. Describe the equations of motion separately for x- and y-directional components with the magnitude of the gravitational acceleration as $|\boldsymbol{g}| = g$, and show the simplified expression of each of them using given conditions.

(b) At the water surface ($y = \delta$), the water is in contact with the air with a constant pressure $p = p_0$. Find the pressure distribution in the water.

(c) As shown in Fig. 2, the control volume is taken so that the area of the contact surface between the water and the flat plate is the unit area. Find the magnitude of the shear force acting on the water $|\tau_w|$, by considering the balance of forces acting on the control volume in the x-direction.

(d) Show two boundary conditions at $y = 0$ for solving the equation of motion in the x-direction.

(e) Find the velocity distribution by solving the simplified equation of motion in the x-direction obtained in question (a) using the boundary conditions in question (d).

試験科目 Subject	機械工学（専門科目Ⅱ） Mechanical Engineering II	プログラム Program	機械工学 Mechanical Engineering	受験番号 Examinee's Number	M

[問題用紙]

Ⅱ－4（制御工学）（Control Engineering）〔1/2〕

問題1（Question 1）

つぎの連立微分方程式を考える。

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = x_2(t)$$
$$\frac{dx_2(t)}{dt} = -x_1(t) - 2\zeta x_2(t) + u(t)$$
$$y(t) = x_1(t)$$

ただし，$\zeta \geq 0$ かつ $x_1(0) = x_2(0) = 0$ とする。

以下の問いに答えよ。

(a) u から y への伝達関数を求めよ。

(b) $\zeta = 1$ のとき，単位インパルス応答を求めよ。

(c) $0 < \zeta < 1$ のとき，単位インパルス応答を求めよ。

(d) $\zeta = 0$ のとき，単位インパルス応答を求めよ。

Consider the following set of differential equations.

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = x_2(t)$$
$$\frac{dx_2(t)}{dt} = -x_1(t) - 2\zeta x_2(t) + u(t)$$
$$y(t) = x_1(t),$$

where $\zeta \geq 0$ and $x_1(0) = x_2(0) = 0$.

Answer the following questions.

(a) Derive the transfer function from u to y.

(b) When $\zeta = 1$, calculate the unit impulse response.

(c) When $0 < \zeta < 1$, calculate the unit impulse response.

(d) When $\zeta = 0$, calculate the unit impulse response.

2024 年 10 月，2025 年 4 月入学（October 2024 and April 2025 Admission）
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題
Graduate School of Advanced Science and Engineering（Master's Course），Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)
（2024 年 8 月 22 日実施 / August 22, 2024）

試験科目 Subject	機械工学(専門科目Ⅱ) Mechanical Engineering II	プログラム Program	機械工学 Mechanical Engineering	受験番号 Examinee's Number	M

[問題用紙]
Ⅱ－4（制御工学）(Control Engineering)〔2/2〕
問題 2（Question 2）

以下の問いに答えよ。

1. Fig. 1 のシステムを考える。ただし，$K(s) = \frac{\alpha s+\beta}{s}$，$P(s) = \frac{1}{s(s+1)}$ であり，α，β は実数とする。システムが安定となるように α，β が選ばれているものとする。$r(t) = 2t, t \geq 0$ および $d(t) = t + 1, t \geq 0$ に対する信号 $e(t)$ の定常値を求めよ。

2. Fig. 2 のシステムを考える。ただし，図中の G の要素は次式で表されるものとする。
$$\dot{y}(t) = -2y(t) + 4e(t)$$
また，図中の K の要素は次式で表されるものとする。
$$\dot{x}(t) = \sqrt{2}y(t-h)$$
ここで，h は非負の実数である。
(a) 一巡伝達関数を求めよ。
(b) $h = 0$ とする。ゲイン交差周波数 ω_{gc} [rad/s] と位相余裕 PM [rad] の値を求めよ。
(c) システムが安定となるために h が満たすべき条件を求めよ。

Answer the following questions.

1. Consider the system in Fig. 1. Let $K(s) = \frac{\alpha s+\beta}{s}$ and $P(s) = \frac{1}{s(s+1)}$, where α and β are real numbers. Suppose that α and β are chosen such that the system becomes stable. Derive the steady-state value of the signal $e(t)$ for $r(t) = 2t, t \geq 0$ and $d(t) = t + 1, t \geq 0$.

2. Consider the system in Fig. 2. The element G in the figure is described by the following equation.
$$\dot{y}(t) = -2y(t) + 4e(t).$$
In addition, the element K in the figure is described by the following equation.
$$\dot{x}(t) = \sqrt{2}y(t-h),$$
where h is a nonnegative real number.
(a) Derive the loop transfer function.
(b) Let $h = 0$. Derive the values of the gain crossover frequency ω_{gc} [rad/s] and the phase margin PM [rad].
(c) Derive the condition of h under which the system is stable.

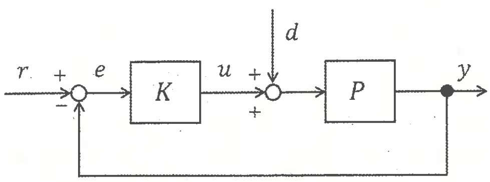


Fig. 1 Feedback system 1

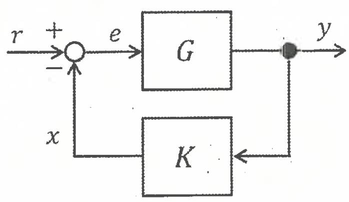


Fig. 2 Feedback system 2

M 一般入試_機械工学 P_熱力学（2024 年 8 月実施分）略解

熱力学 (Thermodynamics)
2024 年 8 月実施の入試問題の略解 (Brief explanations of the entrance examination in August 2024)

問題 1 (Question 1)

(a) 理想気体の等エントロピー関係式を使い， $T_2 = \left(p_2/p_1\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} T_1 = 650\ \mathrm{K}$。

Using the isentropic relation of an ideal gas, $T_2 = \left(p_2/p_1\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} T_1 = 650\ \mathrm{K}$.

(b) 第一法則より， $q_{23} = \dfrac{\kappa}{\kappa-1} R\left(T_3 - T_2\right) = 753\ \mathrm{kJ}$。

From the first law, $q_{23} = \dfrac{\kappa}{\kappa-1} R\left(T_3 - T_2\right) = 753\ \mathrm{kJ}$.

(c) 理想気体の等エントロピー関係式を使い， $T_4 = \left(p_1/p_2\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} T_3 = 645.8\ \mathrm{K}$。

さらに，第一法則より， $q_{41} = \dfrac{\kappa}{\kappa-1} R\left(T_4 - T_1\right) = 347\ \mathrm{kJ}$。

Using the isentropic relation of an ideal gas, $T_4 = \left(p_1/p_2\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} T_3 = 645.8\ \mathrm{K}$.

Furthermore, from the first law, $q_{41} = \dfrac{\kappa}{\kappa-1} R\left(T_4 - T_1\right) = 347\ \mathrm{kJ}$.

(d) 第一法則より， $\eta = \left(q_{23} - q_{41}\right)/q_{23} = 0.539$。

From the first law, $\eta = \left(q_{23} - q_{41}\right)/q_{23} = 0.539$.

(e) 第一法則より， $w = q_{23} - q_{41} = 406\ \mathrm{kJ}$。

From the first law, $w = q_{23} - q_{41} = 406\ \mathrm{kJ}$.

問題 2 (Question 2)

(a) ポリトロピック変化の関係式と理想気体の状態方程式を使い， $p = R\dfrac{\rho_0}{T_0^{\frac{1}{n-1}}} T^{\frac{1}{n-1}+1}$， $\rho = \dfrac{\rho_0}{T_0^{\frac{1}{n-1}}} T^{\frac{1}{n-1}}$。

これらを与えられた圧力分布の支配方程式に代入し，整理して， $\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z} = -\dfrac{n-1}{n}\dfrac{g}{R}$。

Using the relationship of the polytropic change and the equation of state of an ideal gas, $p = R\dfrac{\rho_0}{T_0^{\frac{1}{n-1}}} T^{\frac{1}{n-1}+1}$, $\rho = \dfrac{\rho_0}{T_0^{\frac{1}{n-1}}} T^{\frac{1}{n-1}}$. Substituting these into the given governing equation for the pressure distribution, and then arranging it, $\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z} = -\dfrac{n-1}{n}\dfrac{g}{R}$.

(b) $\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z} = -\dfrac{n-1}{n}\dfrac{g}{R} = -6.5\times10^{-3}\ \mathrm{K\ m^{-1}} \Rightarrow n = 1.235$.

(c) $\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z} = -\dfrac{\kappa-1}{\kappa}\dfrac{g}{R} = -9.756\ \mathrm{K\ km^{-1}} \left(\Leftarrow \kappa = 1.40\right)$

(d) 高く　higher　(e) 大きく　greater　(f) 下方　downward　(g) 低く　lower

(h) 小さく　less　(i) 上方　upward　(j) 凝縮　condense

(k) 水の凝縮は一種の発熱反応であるから，上昇に伴う大気の塊の温度低下率が凝縮しない場合よりも小さくなり，結果として大気の塊の質量密度が凝縮しない場合よりも低くなって，上昇を駆動する力が増大する

water condensation is a kind of exothermic reaction, which makes the rate of temperature decrease of the air mass associated with the ascent smaller than in the case of no condensation, and as a result the mass density of the air mass is lower than in the case of no condensation, and the force driving the ascent of the air mass is increased

以上

M 一般入試_機械工学 P_流体力学（2024 年 8 月実施分）略解

流体力学 (Fluid Mechanics)
2024 年 8 月実施の入試問題の略解 (Brief explanations of the entrance examination in August 2024)

問題 1 (Question 1)

(a) $Q = AV = 0.02\ \mathrm{m^3/s}$.

(b) 平板の垂直方向の運動量保存則より， $F = \rho V^2 A \sin\theta = 34.64\ \mathrm{N}$。向きは右下で，平板に垂直。
From the momentum-conservation law in the direction normal to the flat plate, $F = \rho V^2 A \sin\theta = 34.64\ \mathrm{N}$. The direction of the force is right downward, perpendicular to the flat plate.

(c) 質量保存則より，$Q = Q_1 + Q_2$。平板に沿った方向の運動量保存則より，$QV\cos\theta = Q_1V_1 - Q_2V_2$。さらに，ベルヌーイの式より，$V = V_1 = V_2$。これらより，$Q_1 = \dfrac{Q(1+\cos\theta)}{2} = 0.015\ \mathrm{m^3/s}$，$Q_2 = \dfrac{Q(1-\cos\theta)}{2} = 0.005\ \mathrm{m^3/s}$。
From the mass-conservation law, $Q = Q_1 + Q_2$. From the momentum-conservation law in the direction along the flat plate, $QV\cos\theta = Q_1V_1 - Q_2V_2$. Furthermore, from the Bernoulli's equation, $V = V_1 = V_2$. Using these, we can write as $Q_1 = \dfrac{Q(1+\cos\theta)}{2} = 0.015\ \mathrm{m^3/s}$, $Q_2 = \dfrac{Q(1-\cos\theta)}{2} = 0.005\ \mathrm{m^3/s}$.

(d) 平板に固定された座標系における平板の垂直方向の運動量保存則より， $F = \rho(V - U_\mathrm{P})^2 A\sin\theta = 19.49\ \mathrm{N}$。
From the momentum-conservation law in the direction normal to the flat plate in the coordinates fixed to the flat plate, $F = \rho(V - U_\mathrm{P})^2 A\sin\theta = 19.49\ \mathrm{N}$.

問題 2 (Question 2)

(a) $$(\boldsymbol{u}\cdot\nabla)\boldsymbol{u} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \frac{\mu}{\rho}\nabla^2\boldsymbol{u} + \boldsymbol{g} \Rightarrow \begin{cases} u_x\dfrac{\partial u_x}{\partial x} + u_y\dfrac{\partial u_x}{\partial y} = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial x} + \dfrac{\mu}{\rho}\left(\dfrac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u_x}{\partial y^2}\right) + \boldsymbol{g}\cdot\boldsymbol{e}_x \Rightarrow \dfrac{\mathrm{d}^2 u_x}{\mathrm{d}y^2} = -\dfrac{\rho g\cos\theta}{\mu} \\ u_x\dfrac{\partial u_y}{\partial x} + u_y\dfrac{\partial u_y}{\partial y} = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial y} + \dfrac{\mu}{\rho}\left(\dfrac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u_y}{\partial y^2}\right) + \boldsymbol{g}\cdot\boldsymbol{e}_y \Rightarrow \dfrac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}y} = -\rho g\sin\theta \end{cases}$$

（u_x も p も y のみに依存するので、答は常微分方程式であることに注意せよ。）
（Note that the answers are ordinary deferential equations because both u_x and p depend only on y.）

(b) $$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}y} = -\rho g\sin\theta \Rightarrow \int_{p_0}^{p}\mathrm{d}p = -\rho g\sin\theta\int_{\delta}^{y}\mathrm{d}y \Rightarrow p - p_0 = -\rho g\sin\theta(y-\delta) \Rightarrow p = p_0 + \rho g\sin\theta(\delta - y)$$

(c) $|\tau_\mathrm{w}| = \rho\delta g\cos\theta$

(d) $$\mu\left.\frac{\mathrm{d}u_x}{\mathrm{d}y}\right|_{y=0} = \rho\delta g\cos\theta \Rightarrow \left.\frac{\mathrm{d}u_x}{\mathrm{d}y}\right|_{y=0} = \frac{\rho\delta g\cos\theta}{\mu},\quad u_x|_{y=0} = 0$$

(e) $$\frac{\mathrm{d}^2 u_x}{\mathrm{d}y^2} = -\frac{\rho g\cos\theta}{\mu} \Rightarrow \frac{\mathrm{d}u_x}{\mathrm{d}y} = -\frac{\rho g\cos\theta}{\mu}y + C_1 = -\frac{\rho g\cos\theta}{\mu}y + \frac{\rho\delta g\cos\theta}{\mu}$$
$$\Rightarrow u_x = -\frac{1}{2}\frac{\rho g\cos\theta}{\mu}y^2 + \frac{\rho\delta g\cos\theta}{\mu}y + C_2 = y\left(\delta - \frac{y}{2}\right)\frac{\rho g\cos\theta}{\mu}$$

以上