

令和8年度 第3年次編入学試験 筆記試験問題

情報科学部 情報科学科

実施期日 : 令和7年6月28日(土)

試験時間 : 10時00分～12時00分

注意事項

- 1 この問題冊子には、微分積分、線形代数、確率・統計、プログラミング(C言語)の範囲の問題が5問あります。総ページは13ページです。
- 2 問題[1]から問題[3]は必答問題です。問題[4]、[5]はいずれか一つを選択し、解答用紙の所定の箇所に選択した問題番号を記入してください。
- 3 解答用紙は4枚(表面)あります。解答はすべて解答用紙の所定の場所に記入してください。裏面は記入してはいけません。
- 4 解答は、特に指定がある場合を除き、結果だけでなく過程も記入してください。
- 5 受験番号は、すべての解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。解答用紙は持ち帰ってはいけません。
- 6 問題冊子は持ち帰ってください。
- 7 受験票、筆記用具、時計及び監督者が許可した物以外の所持品は、足元に置いてください。また、時計のアラームを使用してはいけません。

空 欄

空 欄

[1] 以下の問いに答えよ.

(1) 数列 $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2}$, $n = 1, 2, \dots$ が $n \rightarrow \infty$ で極限を持つ (収束する) ことを示せ.

(2) $3^x = 5$ を満たす x が無理数であることを背理法を用いて示せ.

空 欄

[2]

a, b, c は正の定数とする. 実数 x, y, z に対して

$$\frac{\sqrt{x}}{a} + \frac{\sqrt{y}}{b} + \frac{\sqrt{z}}{c} \leq 1$$

で表される領域 V の体積を求めたい. このとき, 以下の問いに答えよ.

(1) $x = a^2 r^2 \cos^4 \theta, y = b^2 r^2 \sin^4 \theta$ とおくとき, ヤコビアン $J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial \theta} \\ \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial \theta} \end{vmatrix}$ を計算せよ.

(2) 以下の重積分を計算せよ.

$$I = \iint_D \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{a} - \frac{\sqrt{y}}{b}\right)^2 dx dy, \quad D = \left\{(x, y) \mid \frac{\sqrt{x}}{a} + \frac{\sqrt{y}}{b} \leq 1\right\}$$

(3) 領域 V の体積を求めよ.

空 欄

[3] 行列 A に対して、行列指数関数を

$$e^A = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A^k}{k!}$$

と定義する。ただし、 $0! = 1$ とする。行列 B と C が $BC = CB$ であるとき、 $e^{B+C} = e^B e^C$ が成り立つことが知られている。 α, β を実数とする。行列

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}$$

に関して、以下の問いに答えよ。

- (1) 行列 A の固有値および固有ベクトルを求めよ。また、 A が対角化可能となるための条件を述べよ。
- (2) A が対角化可能なとき、ある正則行列 P と対角行列 D を用いて、 $e^A = P e^D P^{-1}$ が成り立つことを示せ。
- (3) $\alpha = 1, \beta = 2$ の場合における e^A を計算せよ。
- (4) $\alpha = 2, \beta = 2$ の場合における e^A を計算せよ。

空欄

[4]

ある実験の入力値 x と出力値 y が以下の関係を満たすものとする。

$$y = ax + b + \epsilon$$

ここで、 a は傾き、 b は切片である。 ϵ は以下の確率密度関数を持つ確率変数とする。

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{u^2}{2\sigma^2}\right).$$

いま n 回の実験を行い、 $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ のデータを得た。以下の問いに答えよ。

- (1) 確率変数 ϵ の期待値が 0、分散が σ^2 であることを示せ。ただし、 $\int_{-\infty}^{\infty} f(u)du = 1$ を用いてよい。
- (2) 誤差 $\epsilon_i = y_i - (ax_i + b)$ の密度関数に基づいて、全データ $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ に対する対数尤度関数を a と b の関数として表せ。ただし、対数尤度関数とは、データの生起のしやすさを表す尤度（確率あるいは密度）に対して対数を取った関数である。
- (3) 対数尤度関数を最大にする a, b を求める問題が、二乗誤差

$$\sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b)^2$$

を最小にする a, b を求める問題と同じになることを示せ。

- (4) 対数尤度関数を最大にする a, b の具体的な式を、データ $(x_i, y_i), i = 1, \dots, n$ を用いて表せ。

空 欄

〔 5 〕 リスト 1 に示す C 言語によるプログラムは、あなたとコンピュータの間でじゃんけんするプログラムである。グーを 0 で、チョキを 1 で、パーを 2 で表し、あなたの手が変数 `u_hand` に、コンピュータの手が変数 `c_hand` にそれぞれ格納される。 `rand() % 3` は 0, 1, 2 の整数のうち一つをランダムに返す。このプログラムについて以下の問いに答えよ。

- (1) `judge` 関数はじゃんけんの勝敗を返す。 `main` 関数から呼び出されたとき、あなたの勝ちなら 1 を、コンピュータの勝ちなら -1 を、あいこなら 0 を返すように空欄 A に適切な処理を書け。複数の文を書いてよい。なお、じゃんけんの勝敗は表 1 の通りとする。
- (2) じゃんけんの勝敗が適切に出力されるように空欄 B と C に適切な条件を書け。
- (3) あなたとコンピュータのどちらかが 3 連勝するまでじゃんけんを繰り返すプログラムになるように、連勝回数を変数 `r` に記録する。 `r > 0` ならばあなたが `r` 回連勝しており、 `r < 0` ならばコンピュータが `-r` 回連勝していることを表す。 3 連勝するとプログラムが終了するように D に適切な条件を書け。
- (4) 変数 `r` に連勝回数が記録されるように空欄 E , F , G に適切な処理を書け。複数の文を書いてよい。

表 1: じゃんけんの勝敗

X の手	Y の手	勝敗
グー	チョキ	X の勝ち
チョキ	パー	X の勝ち
パー	グー	X の勝ち
グー	グー	あいこ
チョキ	チョキ	あいこ
パー	パー	あいこ

リスト 1: コンピュータとじゃんけんするプログラム

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <time.h>

int judge(int u, int c) {
    A
}

int main() {
    int u_hand, c_hand;
    int j = 0, r = 0;
    char *hands[3] = {"グー", "チョキ", "パー"};

    srand(time(NULL)); // 乱数列を初期化
    u_hand = c_hand = 0;
    while ( D ) {
        c_hand = rand() % 3;
        printf("あなたの手グー:0_チョキ:1_パー:2_\n");
        scanf("%d", &u_hand);

        printf("あなたの手%s, コンピュータの手%s\n", hands[u_hand], hands[c_hand]);
        j = judge(u_hand, c_hand);
        if ( B ) {
            printf("あいこ\n");
            E
        } else if ( C ) {
            printf("あなたの勝ち\n");
            F
        } else {
            printf("コンピュータの勝ち\n");
            G
        }
    }
}
```