

出題の意図および解答のポイント

[1] 数学の基礎に関する問題である。以下に解答のポイントを示す。

(1) は数列の極限に関する問題である。例えば、上界を与える数列 $\frac{1}{k^2} < \frac{1}{k(k-1)}$, $k = 2, 3, \dots$ を利用して、その収束を示すことができる。

(2) は背理法を用いて証明する問題である。例えば、有理数が任意の整数の比として表されることを利用して、矛盾を導くことで証明する。

[2] 微分積分の基礎に関する問題である。以下に解答を示す。

$$(1) J = 8a^2b^2r^3 \cos^3 \theta \sin^3 \theta$$

$$(2) I = \frac{1}{90}a^2b^2$$

$$(3) V = \frac{1}{90}a^2b^2c^2$$

[3] 線形代数の基礎に関する問題である。以下に解答ならびに解答のポイントを示す。

$$(1) \text{固有ベクトル } v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ \beta - \alpha \end{pmatrix}, \text{対角化可能であるための必要十分条件 } \alpha \neq \beta$$

(2) 式の証明を行う。例えば、行列 A の対角化し、その性質を用いて左辺と右辺が一致することを示す。

$$(3) e^A = \begin{pmatrix} e & e^2 - e \\ 0 & e^2 \end{pmatrix}$$

$$(4) e^A = \begin{pmatrix} e^2 & e^2 \\ 0 & e^2 \end{pmatrix}$$

[4] 確率・統計の基礎に関する問題である。以下に解答ならびに解答のポイントを示す。

(1) 定義に従って積分を構成することで、期待値と分散を示すことができる。

$$(2) \log L(a, b) = -\frac{n}{2} \log(2\pi) - n \log \sigma - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b)^2.$$

(3) 数学的に同値な問題であることを示す。例えば、(2) で得られた対数尤度関数から、最大化に影響を与えない項を除外する。

(4) (2) の最大化を行う。例えば、 $\sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b)^2$ の a および b に関する偏微分し、それらが 0 になる a, b を導出する。

[5] プログラミングの基礎に関する問題である。以下に解答のポイントを示す。

(1) 表 1 に基づいて勝敗の判定を行う。例えば、`if, else` を用いた条件分岐処理によって実装できる。

(2) 勝敗を判定する条件式を作成する。例えば、関数 `judge` の戻り値（変数 `j`）の値に基づく条件式などが考えられる。

(3) じゃんけんを継続するための条件式を作成する。例えば、連勝の回数を表す変数 `r` の値に基づく条件式などが考えられる。

(4) (3) のじゃんけん継続条件に関係する処理を行う。例えば、連勝の回数を表す変数 `r` の値を更新する処理（1 増加, 1 減少, 0 に初期化）などが考えられる。