

本資料に掲載されている問題は、DX 科学プログラムの入学試験において新たに導入された試験内容「人工知能」および「システム制御」の出題例を示すための参考資料です。実際の試験問題、出題範囲、および出題形式は年度によって変更される場合があります。また、本資料に示した例題は出題内容の一例であり、実際の試験内容を網羅するものではありません。特に、情報科学プログラムの入学試験とは出題内容や試験方針が一部異なるため、留学生を含む受験希望者が両プログラムを混同しないよう、本資料は制度および出題方針の理解を補助することを目的として掲載しています。

This document provides sample questions illustrating the newly introduced examination contents, "Artificial Intelligence" and "Control Systems," for the entrance examination of the Digital Innovation Science Program. The actual examination contents, scope, and format are subject to change depending on the academic year. Furthermore, the examples presented here are for illustrative purposes only and do not cover the entire scope of the examination. Please note that because the examination policies and subject coverage differ in part from those of the Informatics and Data Science Program, this document is published solely to help applicants-including international students-correctly understand the examination scheme and avoid any confusion between the two programs.

(4) 試験の内容

試験科目	区分	試験内容
DX 科学	専門科目 I	1.線形代数, 2.微積分・微分方程式, 3.確率論, 4.離散数学から 3 問を選択し解答する。これに加えて、人工知能に関する知識と思考力などを問う 1 問を解答する。
	専門科目 II	1.システム制御, 2.アルゴリズムとデータ構造, 3.プログラミング言語, 4.機械学習, 5.推定・検定から 3 問を選択し解答する。 これに加えて、情報科学に関する知識と思考力などを問う 1 問を解答する。

(4) Contents of Examination

Subject Name	Category	Contents
Digital Innovation Science	Specialized subject I	Select three problems from the following four subjects: 1. Linear Algebra, 2. Advanced Calculus and Ordinary Differential Equations, 3. Probability theory, 4. Discrete Mathematics. In addition, you will answer one more problem that evaluates your knowledge of artificial intelligence and related reasoning skills.
	Specialized subject II	Select three problems from the following five subjects: 1. Control Systems 2. Algorithms and Data Structures, 3. Programming Language, 4. Machine Learning, 5. Statistical Estimation and Testing. In addition, you will answer one more problem that evaluates your knowledge and problem solving skills in the area of Informatics and Data Science.

人工知能：問題例

次の各記述の正誤を判定し、その理由を簡潔に述べよ。誤っている場合には、正しい記述に修正せよ。

- (1) ヒューリスティック探索では、問題に関する知識を利用して、探索すべき状態を選択することができる。
- (2) 幅優先探索では、探索木の深さにかかわらず、常に使用するメモリ量を一定に保つことができる。
- (3) ニューラルネットワークの学習において、損失関数の勾配が0となる点は、必ず損失関数の最小点である。
- (4) 強化学習では、エージェントは即時に得られる報酬だけでなく、将来得られる報酬も考慮して行動方策を学習することができる。

Determine whether each of the following statements is true or false, and briefly explain your reasoning. If a statement is false, rewrite it as a correct statement.

- (1) In heuristic search, knowledge about the problem can be used to select which states to explore.
- (2) In breadth-first search, memory usage can always be kept constant, regardless of the depth of the search tree.
- (3) In neural network training, a point at which the gradient of the loss function is zero is always a minimum of the loss function.
- (4) In reinforcement learning, an agent can learn an action policy by considering both immediate rewards and future rewards.

出題意図

人工知能概論および強化学習で扱う基本事項について、ヒューリスティック探索、幅優先探索のメモリ量、ニューラルネットワークの学習における損失関数の勾配、報酬に基づく方策学習の理解を確認する。正誤の判定に加えて、理由の説明および誤った記述の訂正を求めることで、用語の暗記にとどまらない概念の理解を評価する。

解答例

(1) 正しい。

目標までの距離の推定値など、問題に関する知識に基づくヒューリスティックな評価値を利用して、探索する状態の優先順位を決められるためである。

(2) 誤り。

幅優先探索では、同じ深さの未展開の節点を保持する必要がある、一般には探索木の深さや分岐数が増える、必要なメモリ量も増加する。

訂正例：幅優先探索では、探索木の深さや分岐数に応じて必要なメモリ量が増加することがあり、常に一定に保てるとは限らない。

(3) 誤り。

勾配が0となる点は停留点であり、その点が最小点であることは保証されない。極大点や鞍点となる場合もある。

訂正例：ニューラルネットワークの学習において、損失関数の勾配が0となる点は停留点であり、必ずしも損失関数の最小点とは限らない。

(4) 正しい。

強化学習では、将来の報酬も含む累積報酬の期待値を最大化するように方策を学習できるため、即時報酬だけで行動を評価する必要はない。

システム制御：問題例

(1) $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ であるとき, e^{At} を求めよ.

(2) 次の線形システム

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t), \quad u(t) = k \begin{pmatrix} 2 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{x}(t), \quad \mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}(0) \neq 0$$

が漸近安定となる k の値の範囲を求めよ.

※ 注意: 出題範囲は, 「状態空間表現, 安定性, 可制御性・可観測性, 極配置, オブザーバ, 最適レギュレータ」などを含む. ただし, 古典制御は含まない.

(1) Let $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Find e^{At} .

(2) Consider the following linear system:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t), \quad u(t) = k \begin{pmatrix} 2 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{x}(t), \quad \mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}(0) \neq 0$$

Determine the range of values of k for which the system is asymptotically stable.

※ Note: The examination covers topics including state-space representation, stability, controllability and observability, pole placement, observer design, and optimal regulator design. Topics in classical control theory are excluded.

出題意図

遷移行列が計算できるか. また, システムの漸近安定性に関する知識と思考力を問う.

解答例 (一義的な解答が示せないために解答の過程を省略している)

(1) ラプラス変換を利用する. $F(s) = \mathcal{L}(e^{At})$ と定義する.

$$\begin{aligned} F(s) &= (sI_2 - A)^{-1} = \begin{pmatrix} s-1 & 1 \\ -1 & s-1 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{(s-1)^2 + 1} \begin{pmatrix} s-1 & -1 \\ 1 & s-1 \end{pmatrix} \\ \Rightarrow e^{At} &= \mathcal{L}^{-1}(F(s)) = e^t \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t \\ \sin t & \cos t \end{pmatrix} \end{aligned}$$

【別解】 行列 A を $A = I_2 + J$, $J = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ と分解する. ここで, $J^2 = -I_2$ である. I_2 と J は可換であるから, $e^{At} = e^{(I_2+J)t} = e^t e^{Jt}$. さらに,

$$\begin{aligned} e^{Jt} &= I_2 + Jt + \frac{J^2 t^2}{2!} + \frac{J^3 t^3}{3!} + \cdots = I_2 \left(1 - \frac{t^2}{2!} + \frac{t^4}{4!} - \cdots \right) + J \left(t - \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} - \cdots \right) \\ &= I_2 \cos t + J \sin t = \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t \\ \sin t & \cos t \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

以上から,

$$e^{At} = e^{(I_2+J)t} = e^t e^{Jt} = e^t \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t \\ \sin t & \cos t \end{pmatrix}$$

(2) 閉ループシステムは

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \left[\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} k \begin{pmatrix} 2 & -1 \end{pmatrix} \right] \mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1+2k & 1-k \end{pmatrix} \mathbf{x}(t).$$

よって, 閉ループシステム行列を $A_{cl} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1+2k & 1-k \end{pmatrix}$ とおく. その特性方程式は

$$\det(\lambda I_2 - A_{cl}) = \det \begin{pmatrix} \lambda-1 & 1 \\ -1-2k & \lambda-1+k \end{pmatrix} = \lambda^2 + (k-2)\lambda + k+2 = 0.$$

一般に, 2次多項式 $\lambda^2 + a_1\lambda + a_0$ のすべての根が負の実部をもつための必要十分条件は, Routh-Hurwitz の安定条件より $a_1 > 0$, $a_0 > 0$ である. 本問では $a_1 = k-2 > 0$, $a_0 = k+2 > 0$ であるから, 漸近安定となるためには $k > 2$.