平成 31 年度広島大学理学部

物理学科

第３年次編入学試験学力検査問題

筆記試験(物理，数学，英語)(5 問)

平成 30 年 7 月 6 日　9:00　～　12:00

答案作成上の注意事項

1．この問題冊子には物理，数学，英語の問題が計 5 問あり，総ページは表紙を入れて 6 ページある．
2．解答用紙は 5 枚ある．解答はすべて問題番号と同じ番号の解答用紙に記入すること．紙面不足の場合は，表面に明示の上，裏面に記入して良い．
3．下書用紙は 3 枚ある．
4．すべての解答用紙と下書用紙の所定の欄に受験番号を必ず記入すること．
5．配布した解答用紙と下書用紙は持ち出さないこと．

問１　力学

図のように，それぞれ質量 m の質点４個が，それぞれ自然長 $l/4$，ばね定数 k の軽いばね４本で円環状につながれ，長さ l の円周に沿って１次元的に運動する．質点には時計回りに 1, 2, 3, 4 と番号付けし，n 番目($n = 1, 2, 3, 4$)の質点の平衡位置から円周に沿った時計回りを正とする変位を x_n とする．ばねの質量とコイル径、摩擦、重力は無視できるものとして，以下の問いに答えよ．

(1) n 番目の質点の運動方程式を，x_{n-1}，x_n，x_{n+1} を変数として記せ．ただし，$x_0 = x_4$，$x_5 = x_1$ である．

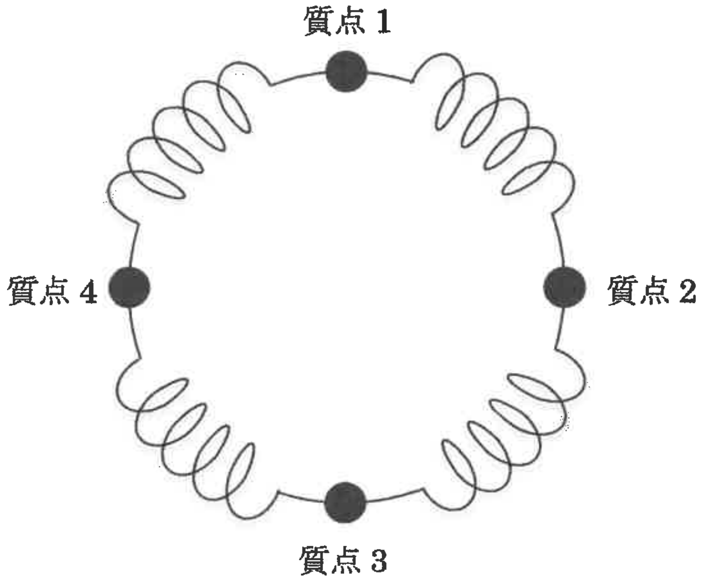
(2) 4 個の質点の運動方程式を以下で定義するベクトル $\vec{x}$ の微分方程式で表せ．

$$\vec{x} \equiv \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$$

(3) 4 個の質点の運動方程式を定常解である基準振動 $x_n = A_n \sin(\omega t + \phi)$ を用いて，下記のベクトル $\vec{A}$ の行列方程式として表し，$A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = 0$ の自明解以外の解が存在する条件を求めよ．

$$\vec{A} \equiv \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{pmatrix}$$

(4) 0 ではない基準振動数をすべて求めよ．また，求めた各基準振動数について，A_n 相互間の関係を記し，振動の様子を図示せよ．



問2　電磁気学

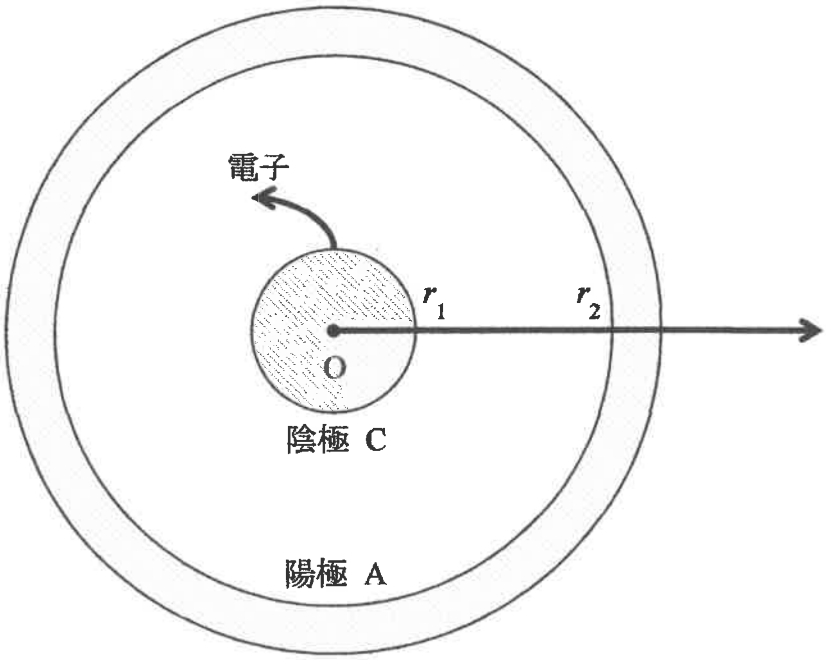
図のように半径r_1の円板形の陰極 C と内半径r_2 $(>r_1)$ の円環形の陽極 A を，原点 O を共通の中心として同一平面上に配置する．陰極 C の電位を 0 とし，陽極 A に電圧 $V(>0)$を与える．さらに，両電極の乗る平面と垂直に一様な大きさBの磁場をかける．陰極 C の外周上の一点から初速度 0 で放たれる電子の運動について，以下の問いに答えよ．電子の電荷を $-e$ ，質量をmとし，極座標系(r,θ)を用いよ．また，電子の加速度運動による電磁波の放出は無いものとする．

(1) 座標(r,θ)における電位を $\phi(r)$ とする．$\phi(r_1)=0$，$\phi(r_2)=V$である．座標(r,θ)における電子の運動エネルギー$K(r)$をm，r，$\dot{r}$，$\dot{\theta}$ のうち必要なものを用いて表せ．また，$K(r)$と$\phi(r)$の関係式を記せ．

(2) 座標(r,θ)における電子の原点 O の周りの角運動量の大きさ $L(r)$ をm，r，$\dot{r}$，$\dot{\theta}$ のうち必要なものを用いて表せ．また，$L(r_1)=0$ および電子が電磁場から受ける力のモーメントを考えて，$L(r)$ をm，e，B，r，r_1，r_2 のうち必要なものを用いて表せ．

(3) 前問までの結果から，$\dot{r}$ と $\dot{\theta}$ をそれぞれm，e，B，r，r_1，r_2，$\phi(r)$ のうち必要なものを用いて表せ．

(4) 電子が陽極 A に到達するのに必要な電圧 Vの最小値 V_0をm, e, B, r_1, r_2のうち必要なものを用いて表せ．



問３　熱力学

体積V_1であった気体が，外部と熱や仕事のやりとりをせずに断熱自由膨張して，体積V_2の状態になる場合を考える．以下の問いに答えよ．

(1) 気体がnモルの理想気体のとき，膨張の前後で温度が変わらない．この理由を述べよ．

(2) 気体がnモルの理想気体のとき，膨張により増加するエントロピーを求めよ．

(3) 内部エネルギーU，圧力P，体積V，温度T，定積比熱C_V (>0) の間に一般に成り立つ以下の関係式を導け．

(ア) $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P$

(イ) $\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_U = -\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T\left(\frac{1}{C_V}\right)$

(4) 気体が状態方程式 $(P + an^2/V^2)(V - nb) = nRT$ $(a, b > 0)$ にしたがうnモルのファンデルワールス気体の場合について，$(\partial T/\partial V)_U$を計算し，膨張により温度が低下することを示せ．前問(3)の関係式(ア)と(イ)を用いてよい．

(5) 気体が膨張するとき，理想気体の場合は温度が変わらないにもかかわらず，ファンデルワールス気体の場合は温度が低下する物理的理由を述べよ．

問４　数学

導出過程を明示のうえ，以下の問いに答えよ．

(1) 三次元空間内に互いに平行でない３つのベクトル $\vec{\mathrm{v}}, \vec{\mathrm{a}}, \vec{\mathrm{b}}\ (\neq 0)$ をとる．また，$\vec{\mathrm{a}}, \vec{\mathrm{b}}$で張られる平面に$\vec{\mathrm{v}}$を射影したベクトルを$\vec{\mathrm{w}}$とする．$\vec{\mathrm{w}} = \alpha\vec{\mathrm{a}} + \beta\vec{\mathrm{b}}$ (α, β: 実数)とするとき，$\vec{\mathrm{v}}, \vec{\mathrm{a}}, \vec{\mathrm{b}}$ を用いてα, βを表せ．

(2) 以下の行列 A について，$\mathrm{A}\vec{\mathrm{v}} = \lambda\vec{\mathrm{v}}$ を満たす固有値 λ と固有ベクトル$\vec{\mathrm{v}}$の組をすべて求めよ．

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(3) 以下の微分方程式を解き，一般解を示せ．ただし，$y' = \mathrm{dy/dx}$であり、解答は陰関数の形式で示してよい．

$$y'(x\sin y - \sin x) = \cos y + y\cos x$$

(4) 二次元極座標における動径 r と偏角 $\theta\ (\theta \geq 0)$を用いて，曲線 $r(\theta) = ae^{b\theta}$ $(a > 0, b \neq 0)$を定義する．$0 \leq \theta \leq 2\pi$において，この曲線の長さを求めよ．

(5) ベクトル場 $\vec{A} = xz^2\boldsymbol{i} + yz^2\boldsymbol{j} + (x^2 + y^2)z\boldsymbol{k}$ について，以下の問いに答えよ．ここで $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$は直交座標の$x, y, z$方向の単位ベクトルである．

（ア） $\mathrm{div}\,\vec{A}\ (= \vec{\nabla}\cdot\vec{A})$を計算せよ．

（イ） 座標原点を中心とする単位球面 S における面積分 $\iint_S \vec{A}\cdot d\vec{S}$ を求めよ．

問 5　英語

以下の英文の下線部(ア), (イ), (ウ)を和訳せよ.

著作権保護の観点から，公開していません。

Niels Bohr, *Philosophical Magazine*. Series 6, Volume 26, July 1913, p. 1-25 より抜粋