

令和2年度 広島大学光り輝き入試 AO入試「筆記試験問題」 出題の意図

[1] 複素数の図形表現に関する問題である。(1)では、複素数の基本的な演算に関する計算力を問う。(2)では、複素数の極形式と偏角の意味の基本的理解が要求されている。(3)では、複素数の変化を複素数平面で軌跡として表現する計算力・論証力を問うている。

[2] 数列に関する問題である。(1)では、等比数列の和を求める基本的な計算力を見る。(2)の中央値は、データの分析においてよく使われる概念であるが、数列の問題に組み込まれた場合でも、正確に問題を解決するための読解力と論証力を問うている。

(1)(2)ともに、公比によって場合分けの必要があり、場合分けを漏れなく尽くす論理構成力が要求されている。

[3] 空間図形に関する問題である。(1)と(2)では双曲線上の各点における法線を導出する基本的な計算力を問うている。(3)では、指定された点を通り、かつ、(2)で求めた法線となる直線を求める問題であり、計算力と論理構成力が要求されている。(4)では、命題を正しく理解し、不等式で表された2つの領域間の包含関係を正しく捉える論証力が要求されている。

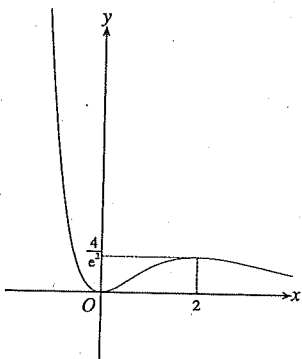
[4] 平面内のベクトルと微積分に関する問題である。(1)(2)では、ベクトルに関する基本事項を用いて問題で与えられた図形の状況を正確に把握し、数式で表現する能力が要求されている。(3)(4)では、与えられた図形の面積を正確に表す注意力と、増減表を使って、面積の最大を求める計算力が試されている。

[5] 確率に関する問題である。(1)(2)(3)ともに、それぞれの条件を満たす確率を求める。問題を正しく読み解く読解力、および、系統的に条件を分解し、場合分けを漏れなく尽くす論理構成力を問うている。

解答例

[1]

- 問1. (1) $x=0$ で $f(x)$ は極小で、その値は $f(0) = 0$ 。 $x=2$ で極大で、 $f(2) = \frac{4}{e^2}$ 。
 (2) グラフの概略は下図のようになる。



- (3) 接線の方程式は $y = \frac{1}{e}x$, 接点の座標は $(1, \frac{1}{e})$ 。
 (4) 接線と曲線 $y = f(x)$ で囲まれた図形の面積 S は

$$\begin{aligned} S &= \int_0^1 \left(\frac{1}{e}x - x^2 e^{-x} \right) dx = \frac{1}{2e} - \int_0^1 x^2 e^{-x} dx = \frac{1}{2e} + [x^2 e^{-x}]_{x=0}^1 - 2 \int_0^1 x e^{-x} dx \\ &= \frac{3}{2e} + 2 [x e^{-x}]_{x=0}^1 - 2 \int_0^1 e^{-x} dx \\ &= \frac{11}{2e} - 2 \end{aligned}$$

- 問2. (1) $f(x)$ の1次導関数は

$$\begin{aligned} f'(x) &= -\frac{\sin x}{1 + \cos x} - \frac{\sin x}{1 - \cos x} = \frac{-2 \sin x}{1 - \cos^2 x} \\ &= -\frac{2}{\sin x} \end{aligned}$$

(2)

$$x \left(\sqrt{x^2 + 4x + a} - x - b \right) = \frac{(4 - 2b)x + a - b^2}{\sqrt{1 + \frac{4}{x} + \frac{a}{x^2} + 1 + \frac{b}{x}}}$$

$x \rightarrow \infty$ のとき、分子が発散しないためには $4 = 2b$ 。さらに、極限值が1になるためには、 $a - b^2 = 2$ 。よって、 $a = 6, b = 2$ である。

- (3) x, y を実数として $z = x + iy$ と表すと、

$$z + \frac{5}{z} = x + \frac{5x}{x^2 + y^2} + i \left(1 - \frac{5}{x^2 + y^2} \right) y$$

$y \neq 0$ で、これが実数であるためには、 $x^2 + y^2 = 5$ 。よって、 $|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{5}$ 。

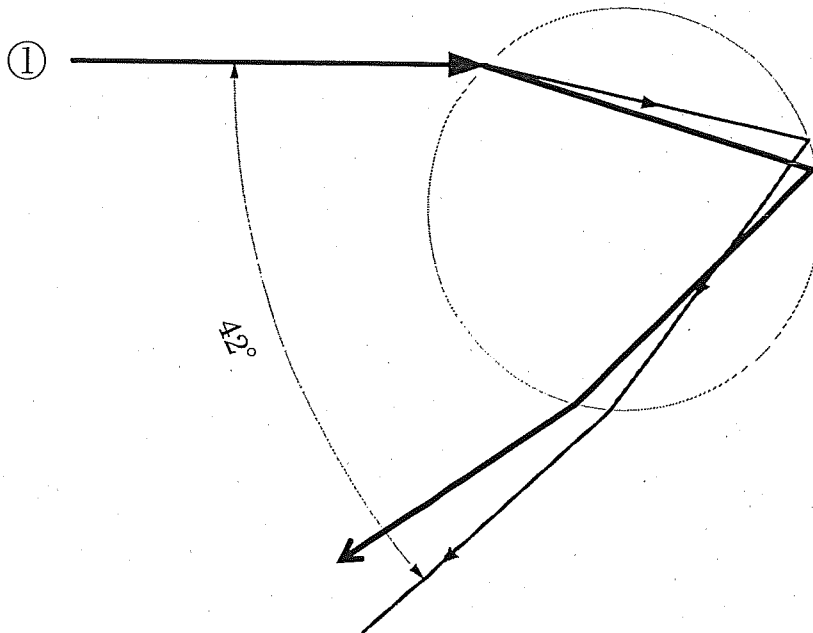
解答例

[2]

問 1.

- (1) 空に見える虹は、太陽と無数の雨滴とそしてあなたの目がうまく協力してできるもので、あなたの目はぴったり正しい角度で雨粒を観測しなくてはなりません。
- (2) 光の一部は進み続け雨滴から外に出ます。しかし、ななめに跳ね返り、つまり反射され、雨滴の前方から外に出る光もあります。実際には、二回以上反射される光もありますが、それは後ほど重要になってきます。

問 2.



- 問 3. According to the explanation, any colored light rays will be ejected from the raindrop less than 42 degrees. Thus, to the direction where the angle larger than 42 degrees, it will be darker. So, inside the rainbow, the sky will be brighter.

解答例

[3]

問 1 .

衝突直前の小球 1 の速度 $u_1 = \sqrt{2gl(1 - \cos\theta)}$

問 2 .

衝突直後の小球 1, 2 の速度 u_1', u_2' はそれぞれ,

$$u_1' = \frac{m_1 - e m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gl(1 - \cos\theta)} , \quad u_2' = \frac{(1 + e) m_1}{m_1 + m_2} \sqrt{2gl(1 - \cos\theta)}$$

問 3 .

$$\cos\theta < 1 - \frac{5}{2} \left(\frac{m_1 + m_2}{(1 + e)m_1} \right)^2 \frac{r}{l}$$

問 4 .

小球 2 $m_2 a_2 = -\mu' m_2 g$ 可動台 $Ma_M = \mu' m_2 g$

問 5 .

可動台の上を滑り出してから止まるまでの時間 $t_1 = \frac{1}{\mu' g} \frac{M}{(m_2 + M)} v$

問 6 .

小球 2 の速度 $v_2(t = t_1) = \frac{m_2}{M + m_2} v$

問 7 .

可動台に対する小球 2 の相対速度を $t = t_1$ まで積分した値より長ければ良いから,

$$x \geq \frac{1}{2\mu' g} \frac{M}{(m_2 + M)} v^2$$

解答例

[4]

問1. 時刻 t のときに、磁束を貫いている部分の面積 S は、次式となる。

$$S = \frac{(vt)^2}{\sqrt{3}}$$

したがって、コイルを貫く磁束の大きさ $\Phi(t)$ は、次式で与えられる。

$$\Phi(t) = BS = \frac{B(vt)^2}{\sqrt{3}}$$

問2.
$$\Delta\Phi(t) = \Phi(t + \Delta t) - \Phi(t) = \frac{Bv^2(t+\Delta t)^2 - Bv^2t^2}{\sqrt{3}} = \frac{Bv^2\{2t\Delta t + (\Delta t)^2\}}{\sqrt{3}}$$

問3. 問2で $(\Delta t)^2$ を無視すると

$$\Delta\Phi(t) = \frac{2Bv^2t\Delta t}{\sqrt{3}}$$

ファラデーの電磁誘導の法則より

$$|V(t)| = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{2Bv^2t}{\sqrt{3}}$$

問4. 磁束の増加を妨げる方向に誘導起電力が発生するので、E→Fに電流が流れる。

問5. 電力 P は次式となる。

$$P = \frac{V^2(t)}{3R} = \frac{4B^2v^4t^2}{9R}$$

問6. 電流は小さくなる。

自己インダクタンスがゼロでなければ、外部磁場によってコイルに発生する誘導電流の向きとは逆向きに、自己誘導起電力による電流が流れるので、コイルの電流は小さくなる。

問7.

($0 < x < a$ の場合)

コイルの辺DEFに発生している誘導起電力を V とすると、等価回路は右となる。 V は問題3の V に等しい。

キルヒホッフの第一法則から

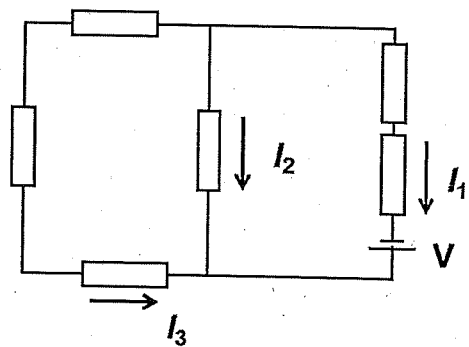
$$0 = I_1 + I_2 + I_3$$

左側の回路について

$$0 = -3RI_3 + RI_2$$

右側の回路について

$$V = 2RI_1 - RI_2$$



この連立方程式から

$$I_1 = \frac{8V}{22R} = \frac{8Bv^2t}{11\sqrt{3}R}$$

$$I_2 = -\frac{3V}{11R} = -\frac{6Bv^2t}{11\sqrt{3}R}$$

$$I_3 = -\frac{V}{11R} = -\frac{2Bv^2t}{11\sqrt{3}R}$$

令和2年度広島大学光り輝き入試 AO 入試

理学部化学科 筆記試験 解答例 (その1)

[I]

問 1	この事実は、高品質のガソリンを低コストで利用できることとあわせて、内燃機関の自動車の卓越性となった。今や、長期間にわたるエネルギー供給や環境汚染に配慮して、電気で動くバスや電気自動車に対する新たな興味がある。	
問 2	(起電力の変化) もとのダニエル電池より大きい。	
	(理由) 標準電極電位は、イオン化傾向が大きいと下がる。すなわち、マグネシウムの標準電極電位は亜鉛に比べて下がる。したがって、銅の標準電極との差（起電力）はマグネシウムを用いた方が大きくなる。	
問 3	(計算過程) 50.0秒間で流れた電気量は、 $1.93[A] \times 50.0[s] = 96.5 [C]$ である。96.5 [C]の電気量が流れるためには、 $96.5 [C] / (9.65 \times 10^4 [C/mol]) = 1.00 \times 10^{-3} [mol]$ の電子が移動することになる。 負極の反応は、 $Pb + SO_4^{2-} \rightarrow PbSO_4 + 2e^-$ とあらわされるので、 e^- が2.00molで96.0g増加する。したがって、増加する量をx gとすると、 $2.00:96.0 = 1.00 \times 10^{-3}:x$ となる。つまり、 $x = 48.0 \times 10^{-3} = 0.0480g$ となり、0.0480g増加する。 正極の反応は、 $PbO_2 + 4H^+ + SO_4^{2-} + 2e^- \rightarrow PbSO_4 + 2H_2O$ とあらわされるので、 e^- が2.00molで64.0g増加する。したがって、増加する量をy gとすると $2.00:64.0 = 1.00 \times 10^{-3}:y$ となる。つまり $y = 32.0 \times 10^{-3} = 0.0320g$ となり、0.0320g増加する。	
	(負極の質量変化)	(正極の質量変化)
	0.0480g増加した。	0.0320g増加した。
問 4	Au, Ag	
問 5	(酸化剤としてはたらく時の半反応式) $H_2O_2 + 2H^+ + 2e^- \rightarrow 2H_2O$	
	(還元剤としてはたらく時の半反応式) $H_2O_2 \rightarrow O_2 + 2H^+ + 2e^-$	

令和2年度広島大学光り輝き入試 AO 入試

理学部化学科 筆記試験 解答例 (その2)

[II]

問 1	<p>(計算過程)</p> <p>$1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$で溶ける窒素の量が24 mLであり, その物質量は $n = PV/RT = 1.0 \times 10^5 \text{ Pa} \times 24 \times 10^{-3} \text{ L} / (8.3 \times 10^3 \text{ Pa L K}^{-1} \text{ mol}^{-1} \times 273 \text{ K})$ $= 1.05 \times 10^{-3} \text{ mol}$ となるので, $2.0 \times 10^5 \text{ Pa}$で溶ける窒素の物質量はこの2倍となり $1.05 \times 10^{-3} \text{ mol} \times 2 = 2.10 \times 10^{-3} \text{ mol} = \underline{2.1 \times 10^{-3} \text{ mol}}$となる。</p>	<p>(物質量)</p> <p style="text-align: center;">2.1×10^{-3}</p> <p style="text-align: right;">mol</p>	
問 2	<p>(計算過程)</p> <p>Gが標準状態において水1.0 Lと接することで溶ける窒素の体積が, 標準状態に換算すると20 mLなので, 混合気体G1の窒素のモル分率は, $20 \text{ mL} / 24 \text{ mL} = 5/6$となる。よって, 残りが酸素のモル分率となり, $1/6$となる。</p> <p>酸素は標準状態で49 mL溶けるので, 全圧$1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$でモル分率が$1/6$の時に溶ける酸素の体積は標準状態で$49 \text{ mL} \times 1/6 = 8.17 \text{ mL}$となる。よってこの酸素の物質量は $n = PV/RT = 1.0 \times 10^5 \text{ Pa} \times 8.17 \times 10^{-3} \text{ L} / (8.3 \times 10^3 \text{ Pa L K}^{-1} \text{ mol}^{-1} \times 273 \text{ K})$ $= \underline{3.6 \times 10^{-4} \text{ mol}}$となる。</p>	<p>(物質量)</p> <p style="text-align: center;">3.6×10^{-4}</p> <p style="text-align: right;">mol</p>	<p>(モル分率)</p> <p style="text-align: center;">0.17</p>
問 3	<p>(計算過程)</p> <p>0°Cにおいて$3.0 \times 10^5 \text{ Pa}$の圧力で容器1内の1.0 Lの水に溶けた二酸化炭素の体積は, 標準状態で $1.7 \text{ L} / (1.0 \times 10^5 \text{ Pa}) \times 3.0 \times 10^5 \text{ Pa} = 5.1 \text{ L}$となる。よって, その物質量は $(1.0 \times 10^5 \text{ Pa} \times 5.1 \text{ L}) / RT$ (1) となる。</p> <p>容器2を排気後コック1を開けると溶解している二酸化炭素の一部が容器2へと移動し, その後平衡に達する。その時の容器2の圧力を$P \text{ [Pa]}$とすると, 容器1内の水に溶けている二酸化炭素の体積は標準状態で$1.7 \text{ L} / (1.0 \times 10^5 \text{ Pa}) \times P$ となるので, その物質量は, $\{1.0 \times 10^5 \text{ Pa} \times 1.7 \text{ L} / (1.0 \times 10^5 \text{ Pa}) \times P\} / RT$ (2) となる。また, 容器2内の二酸化炭素の物質量は $(P \times 1.0 \text{ L}) / RT$ (3) となる。(2)と(3)の和が(1)となるので, $\{1.0 \times 10^5 \text{ Pa} \times 1.7 \text{ L} / (1.0 \times 10^5 \text{ Pa}) \times P\} / RT + (P \times 1.0 \text{ L}) / RT = (1.0 \times 10^5 \text{ Pa} \times 5.1 \text{ L}) / RT$ をPについて解くと, $2.7P = 5.1 \times 10^5 \text{ Pa}$となり, $P = 1.88 \times 10^5 \text{ Pa} = \underline{1.9 \times 10^5 \text{ Pa}}$となる。</p>	<p>(圧力)</p> <p style="text-align: center;">1.9×10^5</p> <p style="text-align: right;">Pa</p>	

令和2年度広島大学光り輝き入試 AO 入試

理学部化学科 筆記試験 解答例 (その3)

[III]

問 1	<第一級アルコール>			
	$\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{-OH}$ $\begin{array}{c} \text{CH}_3 \\ \\ \text{CH}_3\text{-C-CH}_2\text{-OH} \\ \\ \text{CH}_3 \end{array}$ $\begin{array}{c} \text{H} \\ \\ \text{CH}_3\text{-C-CH}_2\text{-CH}_2\text{-OH} \\ \\ \text{CH}_3 \end{array}$ $\text{H}_3\text{C-CH}_2\text{-}\overset{\text{H}}{\underset{\text{CH}_3}{\text{C}}}\text{-CH}_2\text{-OH}$			
	<第二級アルコール>			
問 2	$\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{-}\overset{\text{OH}}{\underset{\text{H}}{\text{C}}}\text{-CH}_3$ $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-}\overset{\text{OH}}{\underset{\text{H}}{\text{C}}}\text{-CH}_2\text{-CH}_3$ $\text{CH}_3\text{-CH-}\overset{\text{OH}}{\underset{\text{H}}{\text{C}}}\text{-CH}_3$			
	<第三級アルコール>			
問 3	$\begin{array}{c} \text{OH} \\ \\ \text{CH}_3\text{-C-CH}_2\text{-CH}_3 \\ \\ \text{CH}_3 \end{array}$			
	A	B	C	D
問 3	E	F, G		
	$\begin{array}{c} \text{OH} \\ \\ \text{CH}_3\text{-CH-C-CH}_3 \\ \quad \\ \text{CH}_3 \quad \text{H} \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{C} \quad \text{CH}_3 \\ \diagdown \quad / \\ \text{C}=\text{C} \\ / \quad \diagdown \\ \text{H}_3\text{C} \quad \text{H} \end{array}$ $\begin{array}{c} \text{CH}_3 \\ \\ \text{H}_3\text{C-CH} \\ \quad \diagdown \\ \text{H} \quad \text{C}=\text{C} \\ \quad \quad \diagup \quad \diagdown \\ \quad \quad \text{H} \quad \text{H} \end{array}$		

[I]

解答例

(1) インターネット上における地球科学コミュニティが拡大するに伴い、ツイッターは不特定多数の人達が閲覧するために使われるだけでなく、高度な科学分析を迅速に議論するための基盤としても活用されている。

(2) 緊急の地質災害について私たちが受け取る初期データの多くは、世界中のモニタリング機構(網)によって確立された高度な実時間処理システムから得られる。

(3) ツイッターで配信する前に情報の正確性を二重点検することは、世界中の様々な地域から注目を集めることができる地球科学的問題にとって特に重要であるため、言語の壁や誤訳に注意深くならなければならない。

(4) Some people may regard actively using Twitter for science as a significant waste of time.

(5) ツイッターなどのソーシャルメディアの普及と共に、世界中の地質災害がリアルタイムで科学的に解析されるようになったことにより、様々な分野の地球科学者達が多くのデータを解釈し、議論を共有し、新たな共同研究を生み出すことができるという科学的価値がある。これは次世代の災害対策にも応用でき、被災者や救援団体への迅速な情報伝達にも役立つ。一方、ツイッターで地質災害情報を世界中に配信する前には情報の正確さを十分に確認することが重要である。また、データが膨大であるため欲しい情報が探しにくい、情報が錯綜する、虚偽の報道がなされるなどの問題も予想されるため、慎重を期して用いる必要がある。

[II]

[問1]

解答例

(1) : 110.6 km, : 111.7 km

(2) 赤道方向にふくらんだ扁平な回転だ円体。

(3) 赤道上で遠心力がもっとも大きいため。(「地球は完全な剛体ではない。」の併記も可)

(4) 扁平率 = (赤道半径 - 極半径) / 赤道半径

$$1/298 = (6378 - \text{極半径}) / 6378$$

$$\text{極半径} \approx 6357 \text{ km}$$

(5) 同じ長さの振り子の周期が、低緯度の方が高緯度よりも長い。地球が球であれば、地表面の引力はどの緯度でも等しいので、緯度による重力の違いは遠心力の違いとなる。振り子の周期の違いは、遠心力による違いよりも大きいことから、低緯度ほど引力が小さいことになる。このことは、低緯度ほど地球の中心(重心)からの距離が長いことを示している。(ニュートンの仮説)

[I]

[問2]

解答例

(1) グループ I の天体は平均密度が $3\sim 6\times 10^3 \text{ kg/m}^3$ と大きく、主に岩石と鉄から構成される(岩石)天体である。一方、グループ II の天体は平均密度が $1\times 10^3 \text{ kg/m}^3$ より小さく、主に水素やヘリウムから構成される(ガス・氷)天体である。

(2) 月 : A, 地球 : E, 木星 : I

(3) 小惑星イトカワは主に岩石で構成されるが、空隙率が高く、その平均密度が小さくなっている。小惑星イトカワは、小惑星が衝突により破壊され岩片となったその破片が再び集まって、互いの引力でゆるくひきつけあってできた天体である。