令和２年度入学試験問題

数　　学

数学Ⅰ，数学Ⅱ，
数学A，数学B

令和２年２月25日
自　9時00分
至11時00分

答案作成上の注意

1　この問題冊子には，数学Ⅰ，数学Ⅱ，数学A，数学B（数列，ベクトル）の問題が**４問**あります。総ページは11ページで，問題は４ページ以降の偶数ページにあります。

2　解答用紙は**４枚**です。解答はすべて**対応する番号の解答用紙**の所定の**解答欄**（表面）に記入しなさい。解答用紙の注意書きもよく読みなさい。

3　**受験番号**は，それぞれの解答用紙の所定の欄（**２ヶ所**）に必ず記入しなさい。

4　試験終了後は，**解答用紙の右上の番号の順**に並べなさい。

5　配付した解答用紙は，持ち出してはいけません。

6　試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

7　この問題冊子の裏表紙には，試験時間中に机の上に置いてよいものを記載しています。

空　白

空　白

〔１〕　m, p, q を実数とする。二つの関数

$$f(x)=\frac{2}{3}x^2+\frac{1}{3}x,\quad g(x)=\frac{1}{6}(x-p)^2+q$$

を考える。座標平面上の放物線

$$C_1 : y=f(x),\quad C_2 : y=g(x)$$

および直線 ℓ: $y=mx$ について，次の二つの条件 (i)，(ii) が成り立つとする。

(i) 直線 ℓ は原点 O において放物線 C_1 に接している。

(ii) 直線 ℓ は放物線 C_2 に接している。

直線 ℓ と放物線 C_2 の接点を A とする。次の問いに答えよ。

(1) m の値を求めよ。

(2) q を p を用いて表せ。また，点 A の座標を p を用いて表せ。

(3) $p \neq -1$ とする。放物線 C_1 と放物線 C_2 の二つの共有点の x 座標を p を用いて表せ。

(4) $p=2$ とする。放物線 C_1 と放物線 C_2 で囲まれた図形のうち，$x \geqq 0$ の範囲にある部分の面積 S と，$x \leqq 0$ の範囲にある部分の面積 T をそれぞれ求めよ。

空　白

〔 2 〕 a, b を正の定数とする。$0 < \theta < \pi$ を満たす実数 θ に対し，平面上で，次の三つの条件 (i)，(ii)，(iii) を満たす三角形 PAB，およびこの三角形と辺 AB を共有する長方形 ABCD を考える。

(i) $\mathrm{PA} = a$，$\mathrm{PB} = b$，$\angle \mathrm{APB} = \theta$ である。

(ii) 2 点 C，D はともに直線 AB に関して点 P と反対側にある。

(iii) $\mathrm{AB} = 3\,\mathrm{AD}$ である。

三角形 PAB の面積と長方形 ABCD の面積の和を S とする。次の問いに答えよ。

(1) 辺 AB の長さを a，b，θ を用いて表せ。

(2) S を a，b，θ を用いて表せ。

(3) θ が $0 < \theta < \pi$ の範囲を動くときの S の最大値を M とし，S が最大値 M をとるときの θ の値を β とする。M を a，b を用いて表せ。また，$\sin\beta$ および $\cos\beta$ の値をそれぞれ求めよ。

(4) $a = 16$，$b = 25$ とする。また，β を (3) で定めた値とする。$\theta = \beta$ のときの，点 P と直線 AB の距離を求めよ。

空　白

〔３〕　1 個のさいころを 2 回投げる。1 回目に出た目を a_1，2 回目に出た目を a_2 とする。次に，1 枚の硬貨を 2 回投げる。1 回目に表が出た場合は $b_1 = 1$，裏が出た場合は $b_1 = a_1$ とおく。また，2 回目に表が出た場合は $b_2 = 1$，裏が出た場合は $b_2 = a_2$ とおく。ベクトル

$$\overrightarrow{a} = (a_1, a_2), \quad \overrightarrow{b} = (b_1, b_2)$$

を考える。次の問いに答えよ。

(1) $a_1 + a_2 = 7$ である確率を求めよ。

(2) $b_1 = 1$ である確率を求めよ。

(3) $\overrightarrow{b} = (1, 1)$ であったとき，$\overrightarrow{a} = (1, 6)$ である条件付き確率を求めよ。

(4) $\overrightarrow{b} = (1, 1)$ であったとき，$a_1 + a_2 = 7$ である条件付き確率を求めよ。

空 白

〔 4 〕 数列 $\{a_n\}$ を次の条件 (i)，(ii) により定める。

(i) $a_1 = 1$ である。

(ii) $n = 1, 2, 3, \cdots$ に対し，n が奇数ならば $a_{n+1} = -a_n + 1$，また n が偶数ならば $a_{n+1} = -2a_n + 3$ である。

さらに，数列 $\{b_n\}$ を $b_n = a_{2n-1}$ により定め，数列 $\{c_n\}$ を $c_n = a_{2n}$ により定める。次の問いに答えよ。

(1) a_2，a_3，a_4，a_5 を求めよ。

(2) 数列 $\{b_n\}$，$\{c_n\}$ の一般項をそれぞれ求めよ。

(3) 自然数 m に対して，数列 $\{a_n\}$ の初項から第 $(2m-1)$ 項までの和を T_m とする。T_m を m を用いて表せ。

空　白

試験時間中に机の上に置いてよいもの

○　本学受験票

○　大学入試センター試験受験票

○　配付した問題冊子等

○　黒鉛筆(和歌，格言等が印刷されているものは不可)

○　鉛筆キャップ

○　シャープペンシル

○　消しゴム

○　鉛筆削り(電動式，大型のもの，ナイフ類は不可)

○　定規

○　コンパス

○　時計(辞書，電卓，端末等の機能があるものや，それらの機能の有無が判別しづらいもの，秒針音のするもの，キッチンタイマー，大型のものは不可)

○　眼鏡

○　ハンカチ

○　目薬

○　ティッシュペーパー(袋又は箱から中身だけ取り出したもの)