令和２年度　広島大学一般入試
後期日程

理学部　物理学科

総合問題

令和２年３月１２日

自　　９時００分

至　１１時３０分

答案作成上の注意

1. 試験開始の合図があるまでは，この問題冊子を開かないこと。
2. この問題冊子は，本表紙を含めて，５枚（10 ページ）です。
3. 解答用紙は４枚，下書き用紙は４枚です。
4. 問題は［Ⅰ］～［Ⅳ］の４問です。全問に解答すること。
5. すべての解答用紙の所定の場所に，受験番号を必ず記入すること。
6. 解答は，すべて対応する解答用紙の表面の所定の欄に記入すること。
7. 配付した解答用紙は，持ち出さず，すべて提出すること。
8. 試験終了後，問題冊子と下書き用紙は持ち帰ること。
9. 解答用紙の注意事項もよく読むこと。

このページは白紙です。

［Ⅰ］（配点 150 点）
以下の問いに答えよ。

問 1
一辺の長さが a の正四面体 ABCD において，辺 AB，BC，CD，DA のそれぞれの中点を図 1 のように点 E，F，H，I と定義する。また，直線 EH と直線 FI の交点を点 G とする。$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{d}$ とおく。以下の問題に答えよ。

(1) $\overrightarrow{AG}=\dfrac{\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}}{4}$ であることを示せ。

(2) $\overrightarrow{AG}$ が面 BCD に対して垂直であることを示せ。

(3) 点 G を中心とした球を考える。その球面と正四面体 ABCD の各面が交わっている（接する場合も含む）。この時の球の半径の最小値と最大値を求めよ。

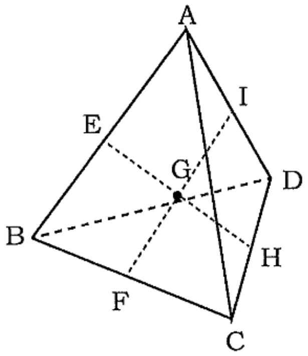

図 1

問 2
(1) 次の定積分を求めよ。

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x\sin x \, dx$$

(2) 次の関数 y を x で微分せよ。

$$y=\frac{1}{1+e^{-\frac{1}{x}}}$$

(3) 無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^4}=\frac{\pi^4}{96}$ を用いて，$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^4}$ の値を求めよ。

［II］（配点 150 点）
以下の問いに答えよ。

問 1
図 1 に示すように，なめらかで水平面と角度 θ をなす斜面を持つ物体 1（質量 M）が，水平な床の上におかれている。斜面には大きさの無視できる質量 m の物体 2 が，斜面の上方から質量の無視できる糸で，床から高さ h の位置に吊り下げられている。重力加速度の大きさを g とせよ。また，床と物体 1 の下面の静止摩擦係数は十分に大きく，以下の問いでは物体 1 は床の上を滑らないものとする。

(1) 物体 1 が床から受ける垂直抗力の大きさをかけ。

次に，糸をそっと切った。

(2) 斜面を下る向きに座標軸を定めたときの，物体 2 の運動方程式をかけ。ただし加速度を a とせよ。
(3) 糸を切ってから物体 2 が床に到達するまでの時間を求めよ。
(4) (3) で物体 2 が床に到達するまでの間に，物体 1 が床から受ける垂直抗力の大きさをかけ。

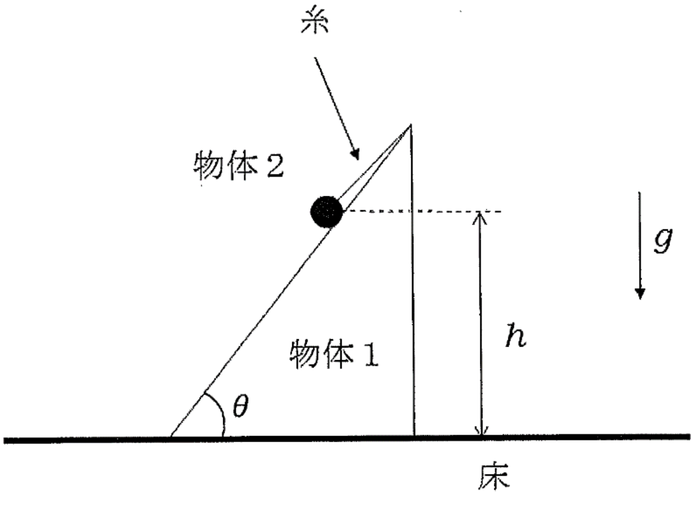

図 1

問２
図２に示すように，なめらかで水平な床上の点 O に軽いバネ（バネ定数 k, 自然長 l ）の一端がとりつけられている。バネの他端には，物体１（質量 m ）がとりつけられている。物体１は速さ v_0 で点 O の周りを反時計まわりに床の上を等速円運動しているものとする。バネの太さおよび物体１，２の大きさは無視できるものとして以下の問いに答えよ。

(1) 点 O から，物体１までの距離を求めよ。
(2) 等速円運動の周期を求めよ。

次に，図２のように，床上で直線 OA と角度 θ をなす方向から質量 m の物体２を速さ V で射出したところ，物体２と物体１は，物体１の軌道上にある点 A において衝突したのち，一体となり OA 上で単振動をはじめた。衝突する時間は十分に短いものとして以下の問いに答えよ。

(3) V を求めよ。
(4) 衝突で失われたエネルギーを求めよ。
(5) 単振動の振幅の二乗を求めよ。

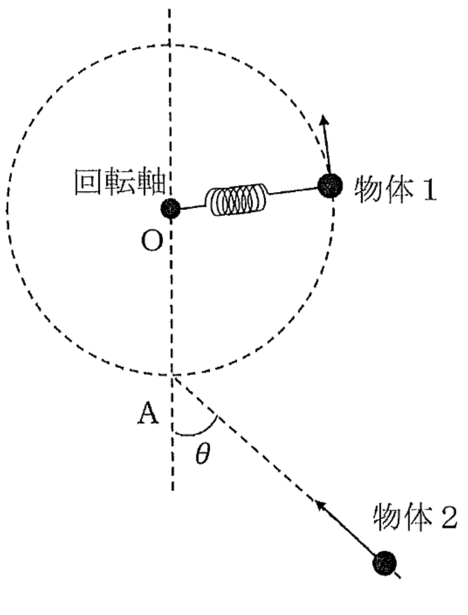

図２

［III］（配点 150 点）
以下の問いに答えよ。

図１のように円環状の鉄心（透磁率μ）の一方に巻数 N_1 のコイル１が，他方に巻数 N_2 のコイル２が巻かれている。コイル１，２の抵抗は無視できるものとする。鉄心の断面は半径 a の円であり，円環の中心から断面の中心までの距離を R とする。このとき，以下の（ ① ）から（ ⑨ ）および（ ⑪ ）に適切な数式を，（ ⑩ ）に適切な用語を入れよ。ただし，鉄心の透磁率μは磁場の大きさによらず一定とみなせるものとする。また，磁束は外部に漏れず鉄心内のみに存在し，鉄心に発生する渦電流による損失は無視できるものとする。また，a に比べ R は十分大きく，鉄心内の磁束密度の大きさは一定と見なせるものとする。必要ならば， $f(t)=\sin(\omega t)$ のとき変化率 $\Delta f/\Delta t=\omega\cos(\omega t)$ となることを用いてよい。

コイル１の２つの端子間に直流電源を取り付け，一定電流 I_1 を流した。コイル１の単位長さ当たりの巻数は $N_1/(2\pi R)$ とみなせる。このことを用いると，鉄心内の磁場の大きさは（ ① ）となる。よって，鉄心内の磁束は（ ② ）である。コイル１は一巻きコイルが直列に（ ③ ）個つながっていると考えることができるので，コイル１の自己インダクタンスは（ ④ ）となる。したがって，鉄心に蓄えられた磁場のエネルギーは（ ⑤ ）となる。また，コイル１とコイル２の間の相互インダクタンスの大きさは（ ⑥ ）である。
次に，コイル１の２つの端子間に交流電源を取り付け，角振動数 ω の交流電流をコイル１に流した。コイル１に流した交流電流は，時刻を t として $I_0\sin(\omega t)$ で与えられるとする。このとき，コイル１の２つの端子間に生じる電圧の大きさ $|v_1(t)|$ は（ ⑦ ）となる。また，コイル２の２つの端子間に生じる電圧の大きさ $|v_2(t)|$ は（ ⑧ ）となる。よって，$|v_2(t)|$ は $|v_1(t)|$ の（ ⑨ ）倍となる。
交流電源から供給されたエネルギーは，（ ⑩ ）より，鉄心内に蓄えられた磁場のエネルギーに等しい。よって，時刻 $t=0$ から $t=T$ の間に電源から供給されたエネルギーは（ ⑪ ）である。

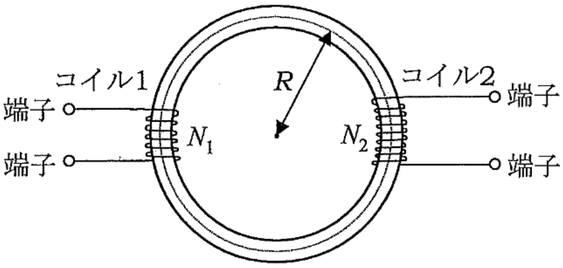

図 1

［IV］（配点 150 点）
以下の問いに答えよ。

問 1
次の文章の空欄に当てはまる適当な語句を答えよ。（ア）および（イ）は「山・谷・節・腹」の中から適当な語を選べ。

ギターやバイオリンなどの弦楽器は，弦を振動させて音を出す。弦をはじくと振動が波として両側へ向かって伝わり，端で反射され，入射波と反射波がともに存在することになる。このとき両端は固定されているため，入射波の山が $\boxed{（ア）}$ となった反射波が逆向きに伝わる。それらが重なり，両端が $\boxed{（イ）}$ になる定在波になるとき，その状態の弦の振動を $\boxed{（ウ）}$ といい，そのときの振動数を $\boxed{（エ）}$ という。弦楽器の音は，主にこの $\boxed{（エ）}$ の音を聞いていると考えてよい。振動数が異なると音の高さが変わり，振動数が高いほど音が高くなる。

問 2
上記（ウ）の状態にあるとき，弦の長さを l，波の波長を λ，自然数を n とすると，$\lambda = \frac{2l}{n}$ という関係式がある。入射波と反射波がともに正弦波の場合に，重ね合わせでできた合成波を考えて，この関係式が得られることを示せ。ここで弦に沿った座標軸を x 軸と定めると，x 軸の正の向きに進む一般の正弦波は，弦の変位を y，振幅を a，周期を T，初期位相を ϕ，時刻を t として， $y = a\sin\left\{2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \phi\right\}$ で表されることを用いてよい。

問 3
入射波と反射波がそれぞれ弦を伝わる速さを v とするとき，（エ）の振動数を，v，l，n のうち必要なものを用いて表せ。

問 4
図 1 のように，線密度 ρ の糸の端を点 A で固定し，反対側は点 B に置いた十分小さな定滑車を介して大きさの無視できる質量 m の重りにつなぐ。AB は水平とする。AB 間の距離を l，定滑車と重りの距離を r，重力加速度の大きさを g とする。以下の（1）から（4）に答えよ。導き方も示せ。ただし，糸を伝わる波の速さ v と，糸の張力 S および線密度 ρ の間には $v = \sqrt{\frac{S}{\rho}}$ の関係があることを用いてよい。また，糸の質量は m に比べて十分小さいものとする。

(1) 糸の AB 間をはじいたところ，基本振動（$\lambda = 2l$ となる振動）が起こった。この時の振動数 f_0 を，ρ，m，l，g を用いて表せ。ただし振動の振幅は l に比べて十分小さく，重りは動かないとする。また，糸の線密度が 1.0×10^{-1} g/m，重りの質量が 200 g，AB 間の

長さが 50 cm，重力加速度の大きさが 9.8 m/s^2 の時に，f_0 を有効数字２桁で求めよ。

(2) 次に AB と平行な向きに重りをたたいて初速度を与えたところ，図２のように，定滑車と重りの距離は変わらずに，重りが AB を含む鉛直面内で最大角 θ_0 $\left(<\frac{\pi}{2}\right)$ で振れ始めた。重りが角度 θ にあるときの重りの運動エネルギーと糸の張力を，m，g，r，θ，θ_0 を用いて表せ。

(3) 重りが振れるに従って基本振動数が変化した。角度 θ のときの基本振動数を，f_0，θ，θ_0 を用いて表せ。

(4) マイクとオシロスコープを用いて基本振動数の変化を測定したところ，最小と最大で $\sqrt{2}$ 倍変化していた。このときの $\cos\theta_0$ を求めよ。

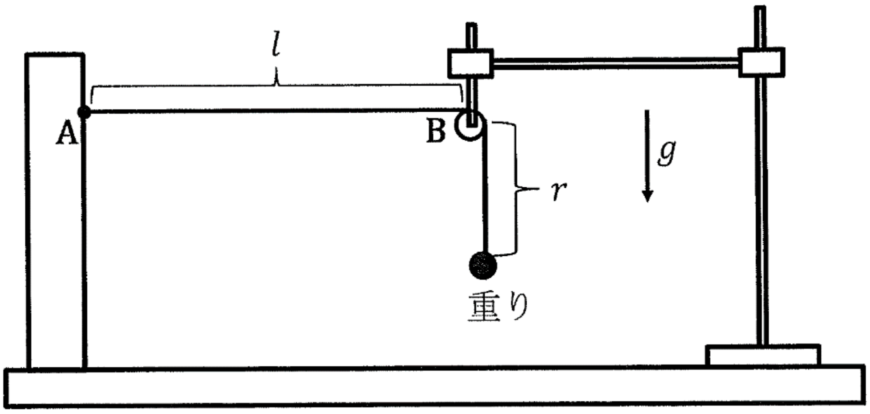

図1

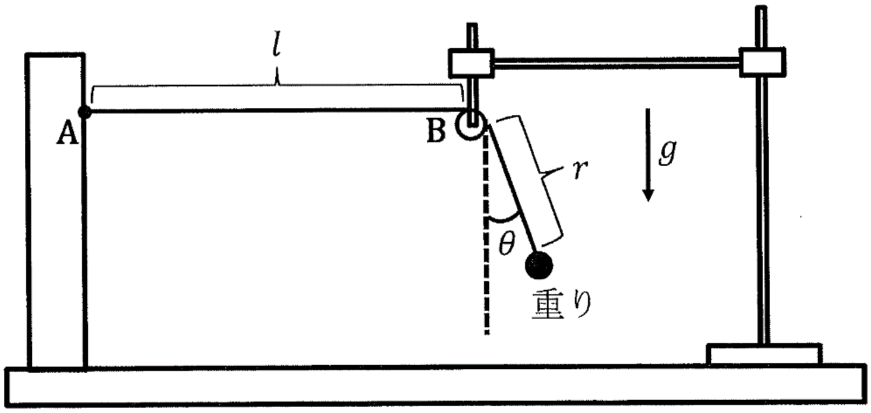

図2

このページは白紙です。