

中等教育研究開発室年報 第33号 (2020年3月31日発行) 別冊電子版
2019年度 授業実践事例

数学科 高等学校第I学年

図形の性質と作図

授業者 井上 芳文

(教育研究大会 公開授業)

広島大学附属中・高等学校

高等学校 数学科 学習指導案

指導者 井上 芳文

- 日時** 令和元年 11 月 29 日 (金) 第 3 限 11:40 ~ 12:30
- 場所** 数学教室
- 学年・組** 高等学校 I 年 4 組 40 人 (男子 21 人 女子 19 人)
- 単元** 平面図形
- 目標**
1. 三角形や円の性質に関心を持ち、一般的に成り立つことがらを積極的に見いだそうとする。(主体的に学習に取り組む態度)
 2. 三角形や円の性質について、既習の内容と関連づけながら多様な側面から考察し、図形に関する見方を深めることができる。(思考・判断・表現)
 3. 図形に関する基本的なことがらを用いて、三角形や円に関する性質について証明したり、条件を満たす図形を作図したりすることができる。(知識・技能)
 4. 三角形や円に関する性質について理解し、図形に関する課題の解決に活用することができる。(知識・技能)

指導計画 (全 18 時間)

- 第一次 三角形とその性質 7 時間 第二次 円とその性質 8 時間
第三次 作図 3 時間 (本時 3/3)

授業について

生徒は、中学 1 年で垂直二等分線や垂線の作図方法などの基本的な内容について学ぶ。そして、2 年生以降に図形の論証や円の性質を学習する際にも作図に関する内容が扱われ、作図方法の正しさを証明することも経験している。これを踏まえて高等学校数学においては、数学 A の「平面図形」の単元において、中学校で得た知識や考え方をもとにして、三角形や円の性質を体系的に学習し、図形の構成要素の間の関係に着目して新しい性質を発見したり、その性質を論理的に考察したりする活動を通して、平面図形に対する見方を深めていく。

本時の授業では、円の性質と作図に関する内容を扱う。授業では、実際に生徒が活動した結果から考察すべき課題を見いだすような学習場面を設定する。この課題の共有の場面においては、コンピュータなどの ICT 機器を効果的に利用し、平面図形に関する既習の知識や考え方を生かした、協働的な課題解決を促す。そして、方べきの定理や 2 次方程式を利用して作図問題を解決した後、学習の振り返りとともに別の作図方法の存在を模索することを通して、図形に対するさらなる理解の深まりを目指す。

題 目 図形の性質と作図

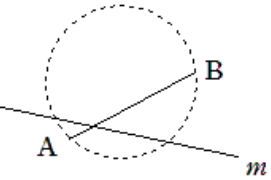
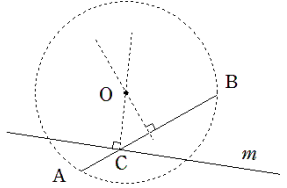
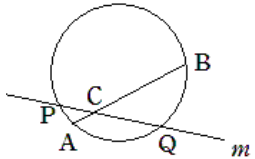
本時の目標

1. 既習の知識や考え方を関連づけて活用することによって、作図の方法を見いだすことができる。
2. 作図の方法に関して多面的な視点から考察し、その方法が正しいことを説明することができる。

本時の評価規準 (観点/方法)

1. 方べきの定理を用いて図形の性質を分析し、作図の方法を決定することができる。
2. 主体的に課題を見だし、解決の方法に関して様々な視点から考察し表現することができる。
(思考・判断・表現、知識・技能/学習活動の様子を観察)

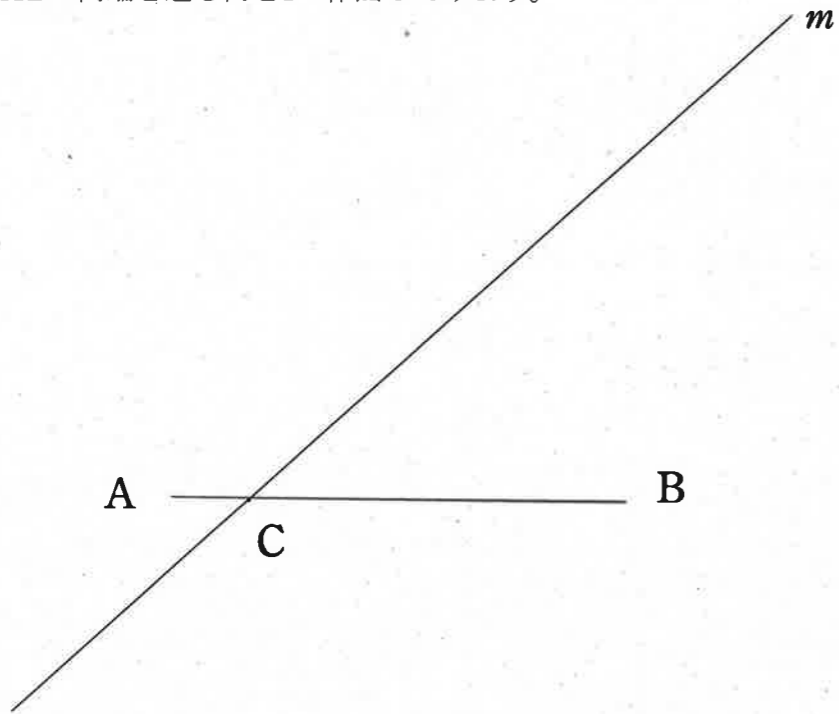
本時の学習指導過程

学習内容	学習活動	指導上の留意点
<p>(導入)</p> <p>● 具体的な操作と課題の設定</p>  <p>(展開)</p> <p>● 求める図形の性質に関する考察</p> <p>● 作図方法の検討</p> <p>(まとめ)</p> 	<p>1 具体的な操作活動と課題の設定</p> <ul style="list-style-type: none"> 線分 AB の両端を通る円をコンパスでかき、直線 m から切り取られた線分 PQ の長さを定規で測る。 コンピュータを利用して線分 PQ の長さが連続的に変化する様子を確認する。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>課題 線分 AB の両端を通る円のうち、直線 m から切り取られる線分の長さが最小となるものを作図せよ。</p> </div> <p>2 課題解決に向けた考察</p> <ul style="list-style-type: none"> $PC=s$, $QC=t$ として、課題に設定された状況を数学的に表現する。 $st=5$, $s+t=k$ ($s>0$, $t>0$) 作図の可能性について、2次方程式 $s^2 - ks + 5 = 0$ の実数解 ($0 < s < k$) の存在条件と関連づけて考察する。 <p>3 作図方法の決定</p> <ul style="list-style-type: none"> 求める円を作図するための方法について考察する。 実際に作図を行うとともに、作図の流れを振り返りながら、その方法で正しい図形が得られていることを確認する。 <p>4 学習の振り返りとまとめ</p> <ul style="list-style-type: none"> 図形の性質を考察することによって作図方法を発見した学習の流れを振り返る。 別の方法による作図の可能性について検討する。 	 <ul style="list-style-type: none"> 線分 PQ の長さが最小となる場合を予想させる。 $AC=1$ cm , $BC=5$ cm であることを確認する。 <p>生徒の活動の結果を取り上げながら、具体的な PQ の値に関して s (および t) の値を求めさせる。</p> <p>2次方程式の判別式を利用して、PQ の最小値とそのときの s (および t) の値を求めさせる。</p> <p><作図方法①></p> <ul style="list-style-type: none"> $AC=1$ をもとにして $\sqrt{2}$ を作図する。 直線 m 上に $CP=\sqrt{2}$ となる P をとる。 3点 A, B, P を通る円を作図する。 <p>PQ が最小となるときに $s=t$ であることから、別の作図方法について検討する。</p> <p><作図方法②></p> <ul style="list-style-type: none"> 線分 AB の垂直二等分線と、C における直線 m の垂線との交点を O とする。 O と中心とし、半径 OA の円を作図する。
備考	アプリケーションソフト「Geogebra」 https://www.geogebra.org/	

○平面図形と作図

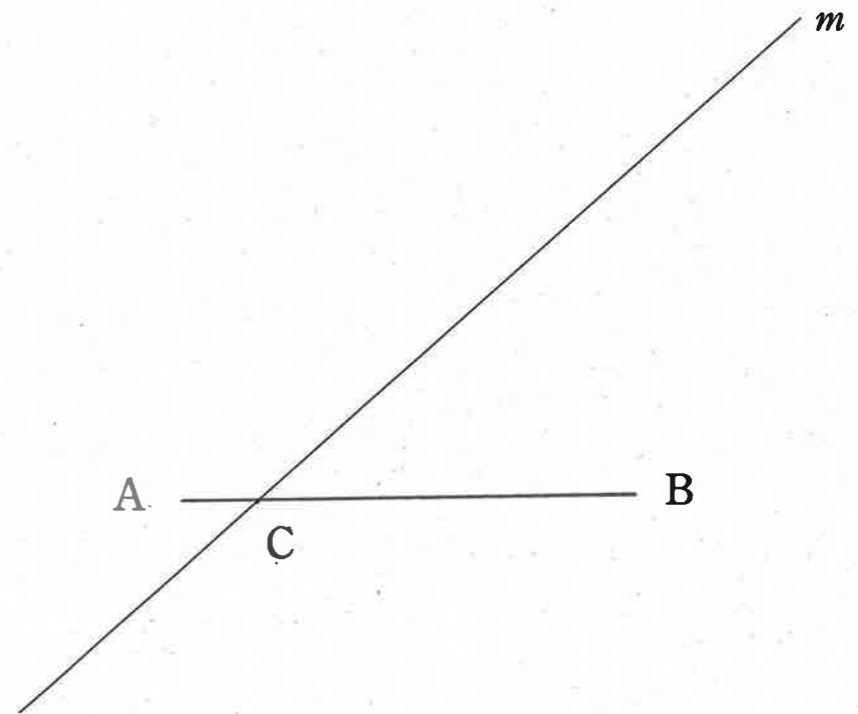
図のように、線分ABと直線 m が点Cで交わっている。

☆線分ABの両端を通る円を1つ作図してみよう。



☆課題

～作図～



実践上の留意点

この授業のポイントは、最初に生徒自身に作図させてそこから弦の長さの最小値に注目させる部分であり、課題を意識化する場面に生徒を主体的に参加させることによって、より意欲的な問題解決への取り組みを促すことができる。実際のワークシートにおいて $AC=1$ cm, $BC=5$ cm にしておくことで、得られた図形を定規で測った結果をそのまま考察の糸口とすることが可能となる(図1)。さらに、ICT 機器を活用することで、図形が連続的に変化する様子を観察し、教室全体で予想を持ったうえで数学的な議論に取り組むことができる。

探究的な学習活動では、これらの「課題の意識化」とともに、知識や方略の関連づけが鍵になる。今回の授業では、平面図形に関する課題の解決に2次方程式の考え方を関連付ける。 $s+t$ の最小値を考察するにあたっては、 $s+t=k$ と $st=5$ から得られる2次方程式の解の存在について議論することになるが、『 $s+t$ が7になることがあるか』、『 $s+t$ が4になることがあるか』というように、生徒の具体的な操作活動の結果と照らし合わせながら丁寧に議論を進めていくことが重要である。こうして、方程式の実数解の存在の有無と図形的な問題の場面との対応を確認しながら、課題の解決の核心に迫っていく。

さらに、問題解決の過程と結果を振り返ることを通して、より一般的な作図方法に目を向けさせる。今回の授業では、生徒は最初に $CP=\sqrt{2}$ となるような P を決定する作図方法に気付くことになるが、授業の振り返りで得られる「 st が一定の条件のもとでは $s=t$ のときに $s+t$ が最小になる」という結果から、別の作図方法を探究することが可能となる(図2)。

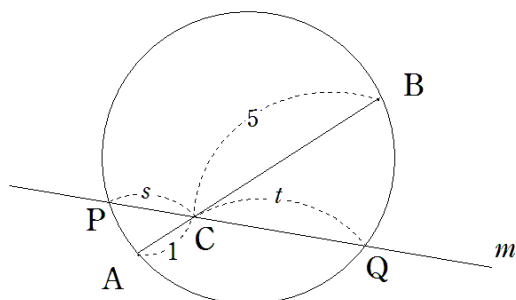


図1

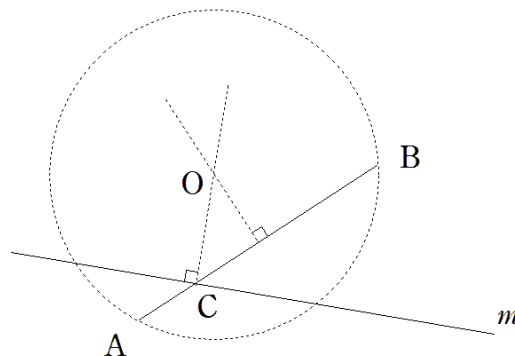


図2

探究的な学習活動の場面を取り入れようとする場合、授業の中にこれまで以上に十分な時間を確保する必要が出てくることもあるが、教材配列などの単元計画を工夫しながらこうした探究の場面を積極的に取り入れることで、生徒の主体的な活動が充実した深い学びの実現につなげることができると考えられる。