

中等教育研究開発室年報 第33号 (2020年3月31日発行) 別冊電子版  
2019年度 授業実践事例

数学科 高等学校第Ⅱ学年

指数関数と対数関数—ベンフォード則—

授業者 井上 優輝

(校内研究授業)

広島大学附属中・高等学校



- 日 時** 令和元年 11 月 25 日 (月) 第 2 限 (9 : 40 ~ 10 : 30)
- 場 所** II 年 2 組 HR 教室
- 学年・組** 高等学校 II 年 2 組 39 人 (男子 21 人, 女子 18 人)
- 単 元** 指数関数と対数関数
- 目 標**
1. 指数関数, 対数関数の有用性を感じ, 問題を解決したり, その過程を振り返り発展的に考えたりしようとする。(数学への関心・意欲・態度)
  2. 指数と対数を相互に関連づけて, 数学的な事象や日常的な事象について多面的に考察することができる。(数学的な見方や考え方)
  3. 指数法則を用いた計算や対数の計算をすることができる。(数学的な技能)
  4. 指数関数, 対数関数などの特徴や性質について理解できる。(知識・理解)

**単元計画 (全 13 時間)**

第 1 次	指数の拡張	3 時間	
第 2 次	指数関数	2 時間	
第 3 次	対数とその性質	2 時間	
第 4 次	対数関数	3 時間	
第 5 次	常用対数	3 時間	(本時 3 / 3)

**授業について**

Society5.0 や AI というキーワードで語られる未来社会では人間の強みを活かすことのできる人材が必要であると言われており, 数学科においても, 内容ベースの授業だけでなく資質ベースの授業が求められるようになってきた。小単元「常用対数」では, 常用対数についての内容ベースの指導に加えて, 身の回りで起こった不思議に対して考察を深めていくような態度や考え方などの資質をベースとした指導を展開したい。具体的には, 現象に問題としての価値を見だし, 議論することでその背景にある仕組みを捉えるということを「ベンフォード則」を題材にして体験させたいと考えている。

**題 目** ベンフォード則

**本時の学習目標**

常用対数を用いて最高位の数を調べる方法を知り, それを活用することで, 調査で起こった現象 (ベンフォード則) について考察し議論することができる。

**本時の評価規準 (観点 / 方法)**

- ・常用対数を用いてべき乗の最高位の数を調べることができる。(数学的な技能 / 様相観察)
- ・ベンフォード則について, 常用対数による最高位の数の調べ方という視点から議論し, 考察することができる。(数学への関心・意欲・態度, 数学的な見方や考え方 / 様相観察)

第5次「常用対数」の学習過程（全3時、本時は第3時）

学習内容	学習活動	指導上の留意点																		
<p>【第1時】 ベンフォード則</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 株価について、1～9の数が最高位および末位にあらわれた回数をそれぞれ調べる。</li> <li>・ 新聞をもちいて、1～9の数が最高位にあらわれた回数を調べ、クラス全員の結果を合計する。</li> <li>・ 分布の様子を観察し、小さい数の方が登場回数が多い傾向にあることを共有する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 授業日に発行された新聞を用いることで不思議な現象として捉えさせる。</li> <li>・ ベンフォード則という言葉は扱わない。</li> </ul>																		
<p>【第2時】</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 常用対数について学習する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ <math>5^{105}</math>の桁数を求める問題を扱う</li> </ul>																		
<p>【第3時】 常用対数を用いてベンフォード則について議論する</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ <math>5^{105}</math>の最高位の数を求める方法について考え、その扱いに慣れる。</li> <li>・ 次の課題について考える</li> </ul> <div data-bbox="427 1010 1401 1131" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><b>課題</b> 【第1時】で調べた結果について、常用対数を用いて議論せよ。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ <math>10^a = 10^{(a \text{の小数部分})} \times 10^{(a \text{の整数部分})}</math>と表したときに、<math>a</math>の小数部分と最高位の数の関係に着目し、課題を解決する。[個人→グループ]</li> </ul> <div data-bbox="427 1373 1401 1753" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><b>解決</b> <math>a</math>の小数部分が、<math>0 \sim 0.3010</math>のとき最高位の数は1、<math>0.3010 \sim 0.4771</math>のとき最高位の数は2、…のように考え、世界のあらゆる数を<math>10^a</math>と変形したときに<math>a</math>の小数部分に偏りなく数があらわれることを仮定すると、最高位の数は次の割合で現れる。</p> <table border="1" data-bbox="451 1626 1377 1715"> <tr> <td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td> </tr> <tr> <td>0.301</td><td>0.176</td><td>0.125</td><td>0.097</td><td>0.079</td><td>0.067</td><td>0.058</td><td>0.051</td><td>0.046</td> </tr> </table> </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 【第1時】の結果と比較し、解決の数値と実際の値が近いことを確認する。</li> </ul>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0.301	0.176	0.125	0.097	0.079	0.067	0.058	0.051	0.046	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ <math>\log_{10}2</math>, <math>\log_{10}3</math>の値に加え、<math>\log_{10}7</math>の値も与える。</li> <li>・ 2通りの手法を扱う。 <ul style="list-style-type: none"> <li>① 最高位の数を <math>k</math> とおく</li> <li>② <math>5^{105} = 10^{0.395} \times 10^{73}</math> と変形する</li> </ul> </li> <li>・ 課題を考える際の前提として、ある数を <math>10^a = 10^{(a \text{の小数部分})} \times 10^{(a \text{の整数部分})}</math> と表したときに、<math>a</math>の小数部分の数はある種の均等性をもっていることを仮定する。</li> </ul> <div data-bbox="427 1753 1401 1984" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><b>まとめ</b> 身の回りで起こった不思議な現象に対して、常用対数を利用して考察することができた。</p> </div>
1	2	3	4	5	6	7	8	9												
0.301	0.176	0.125	0.097	0.079	0.067	0.058	0.051	0.046												
<p>備考</p>	<p>準備物 ワークシート（2枚、第1時）、新聞（異なるもの3紙、第1時）</p>																			

課題1 株価への注目 以下はある日の新聞の一部である

課題2 新聞を調べる

【カウントの有無】

- (○) ページ番号
- (×) 電話番号 0が頭の数かも
- (×) 郵便番号 0が頭の数かも
- ( ) 漢数字 一歩, 十二単
- ( ) ローマ数字など I, i
- ( ) 慣用句など 一般, 一石二鳥
- ( ) 固有名詞 一郎, 三原市

新聞の株価ページ

【予備実験】 株価（始値）①

	カウント用	自分	班	割合 (%)
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
	合 計			

【予備実験】 株価（始値）②

	カウント用	自分	班	割合 (%)
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
	合 計			

【本実験】 新聞

	カウント用	自分	班	クラス	割合 (%)
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
	合 計				

Ⅱ年 ( ) 組 ( ) 番 名前 ( )

## 実践上の留意点

### 1. 授業説明

この授業では、学校設定教科「SAGAs (探す)」で実施されている課題研究を遂行する際の考えを通常授業に取り入れることを目指した。課題研究（特に理科の研究）では、おおむね、予備実験→本実験→考察という流れで研究が進められ、論文にもそのようなまとめ方がなされる。本授業で題材にした「常用対数 (全3時間)」でも、この流れを踏襲した。具体的には、第1時に予備実験（株価に現れる数を調べる）、本実験（新聞に現れる数を調べる）を行い、第2時～第3時前半に必要な知識を整理し（常用対数の学習）、第3時後半に本実験の内容についての考察を行わせた。常用対数の学習を終えてから、課題学習の文脈で扱うこともできる。

本時では「目に見えるあらゆる数」という不確定なものを考察対象としているため、考察を進めるためには何らかの仮定が必要であり、本時では「10のべき乗の形に変形したときに、べき的小数部分に現れる数に偏りが無い」という仮定をしている。偏りがあることを議論するときの仮定としては強引とも考えられるため、第1時で扱った株価の末尾の数について振り返りながら確認できればよかった。

### 2. 研究協議より

- ・分布の形状によっては、最高位の数について本時で扱ったような状態になるわけではない。授業を見に来ていた国語の教員から「乱数表でも同じようになるのか？」という質問をされた。仮定のもとで結論に向かってはいたが、どのような場面であればこの結果になるのか（あるいはどのような場面であればこの結果にならないのか）を具体的に扱うことで、常に成り立つ話ではないことを感じさせることができたのではないかと。
- ・分布の形状に依ることもあり、どこまで言えば説明したことになるのかということが明確ではなかった。「幅に差があることはわかったけど、それで説明したことになるのか」ということを言っている生徒もいた。
- ・資質ベースという言葉が指導案にあるが、資質とは何にあたるのか？  
→学校設定教科「SAGAs (探す)」の課題研究では、ふとした小さな疑問をもとに研究をはじめグループが多い。ともすれば見逃してしまいそうな現象に対して問題として価値を見出ししていくような資質や態度の育成にも寄与したいと願い、この授業を構成している。
- ・導入部分で、「 $10^{2.1}$ が $10^3=1000$ よりも $10^2=100$ に近そうだ」という話をしていった。小数部分に注目させるための導入としてはそれでよいと思うが、 $10^{2.5}$ の最高位の数予想させておけば、授業で最後にまとめた内容に結びつけることができたのではないかと。
- ・小数部分に注目して、その値がどのような値であれば（何と何の間であれば）ということを考え、最高位を議論するが、その際にグラフを用いている生徒がいなかったのが意外であった。数直線を考えている生徒もいた。

