

中等教育研究開発室年報 第33号 (2020年3月31日発行) 別冊電子版
2019年度 授業実践事例

数学科 高等学校第I学年

図形と計量—菱形十二面体の体積—

授業者 富永 和宏

(校内研究授業)

広島大学附属中・高等学校

高等学校 数学科学習指導案（数学Ⅰ）

指導者 富永 和宏

- 日時 令和2（2020）年1月10日（金）5限（13：20～14：10）
場所 数学教室
学年・組 1年2組 39人（男子21人，女子18人）
単元 図形と計量
目標
1. 三角比のよさや有用性を実感し，課題を解決するのに活用しようとする。（数学への関心・意欲・態度）
 2. 三角比を利用して，数学的な事象や日常的な事象に関する課題について考察することができる。（数学的な見方や考え方）
 3. 三角比を利用して，線分の長さや角の大きさ，図形の面積や体積を求めることができる。（数学的な技能）
 4. 直角三角形における三角比の性質や三角比の拡張，正弦定理や余弦定理など三角比に関する性質について理解できる。（知識・理解）

指導計画（全23時間）

第1次	三角比	6時間
第2次	三角比の拡張	5時間
第3次	正弦定理と余弦定理	6時間
第4次	図形の計量	6時間（本時は6／6）

授業について

空間図形の体積を求める学習は，小学校で直方体の体積に始まり，柱体の体積へと進み，中学校では錐体や球の体積を扱っている。さらに，立体の切断や三平方の定理などを利用することで，角錐や円錐のような，やや複雑な形の立体の体積を求めることも学習している。

本時は，単元「図形と計量」の課題学習であり，三角比や三平方の定理，図形の性質を利用して菱形十二面体の体積について考察する。本時のねらいは，菱形十二面体の体積を求めるという課題に対して，面のなす角や立体の切断などに着目してその特徴を分析し，対象の立体の中に正三角錐や正四角錐などを自ら見だし，周囲と協力しながら既習事項を活用して課題を解決することのよさを実感することである。このような学習活動を通して，思考力や判断力，協働して課題を解決する力などを高めるとともに，身の回りの事象に対して数学的な視点から分析，考察する態度を育み，学びに向かう力を伸ばしていきたい。

また，本時のような学習活動を行うことは，課題に対して数学的な見方・考え方を働かせて，主体的な学びに取り組むことができるとともに，考察した内容を周りと議論し，さらに考えを進めることで対話的な学びも展開できる。このような自ら進んで課題について考察を進める探究的な学習活動に取り組むことが，深い学びにつながり数学的活動を一層充実させる例になると考えている。

本時の題目 菱形十二面体の体積

本時の目標



菱形十二面体の体積を求める方法を考察し，菱形十二面体の中に正三角錐や正四角錐などを見だし，これまでに学習した図形の計量に関する知識や技能を活用することができる。

本時の評価規準（観点／方法）

1. 余弦定理や三平方の定理を用いて，多面体の面のなす角の余弦の値や多面体の体積を求めることができるか。（数学的な技能／様相観察，ワークシートの点検）

2. 菱形十二面体の中に正三角錐や正四角錐などを見だし、菱形十二面体の体積を求める方法を考察することができるか。(数学的な見方・考え方/様相観察, ワークシートの点検)
3. 自ら進んで立体の性質を見つけようとしているか。また、グループのメンバーで協力して課題の解決に取り組んでいるか。(関心・意欲・態度/様相観察, 調査用紙の点検)

本時の学習指導過程

学習内容	○学習活動 ●指導過程	指導上の留意点
(導入) 菱形十二面体の紹介 (5分)	●菱形十二面体の模型を示しながら、その特徴を説明する。 ・各面は合同な菱形 ・各辺の長さは等しい	・各自に菱形十二面体の模型を配布する。(右図) 
(展開)	課題 菱形十二面体の1辺の長さを $\sqrt{3}$ とするととき、その体積を求めよ。	
菱形十二面体の性質の検討 (15分)	●体積を求めるために有効な菱形十二面体の性質を見つけるよう指示する。 ○わかった性質をグループで共有する。(予想される内容) ・面のなす角が直角になる箇所がある ・対角線の短い方を引くと頂点まわりに正四角錐ができる	・どうしても見つからない場合は、各班に配られているヒントカードを難しいものから順に見てもよいと指示する。
解法の検討 (20分)	●気づいた内容を利用して体積を求めるには対角線の長さがわかる必要があることを確認し、対角線の長さを求める方法を考えるよう指示する。 ○短い対角線を引いて頂点まわりにできる正四角錐は、向かい合う側面のなす角が直角な正四角錐であることを確認し、対角線の長さを求める。 ○正四角錐は6つできることを確認し、それらを切り離して残る立体の形を問い、菱形十二面体の体積を求める。	・気づいた内容とこれまでの学習内容を組み合わせ、対角線の長さを求められることを指摘する。 ・正四角錐を向かい合う側面の中線で切断すると断面が直角二等辺三角形になることを確認する。 ・切り離した後の立体が想像しづらい生徒には、右図を示し理解を助ける。 
(まとめ) 立体パズルと菱形十二面体 (5分)	○各班に配られた菱形十二面体の立体パズルを操作して、菱形十二面体の体積が短い対角線を一辺とする立方体の2倍になっていることを確認する。	・併せて、ものごとを分析的に捉える視点を持つことや、気づきを周囲と共有し、ともに課題に取り組むことが、課題の解決に有用であったことをおさえる。
多面体の体積の求め方 (5分)	●立体の体積を求めるために、その特徴をとらえ、わかりやすい立体に分割して考察したことを確認する。	

実践上の留意点

1. 授業説明

本時は、探究的な学習を目指して菱形十二面体の体積を求める学習活動を行った。探究的な学習には、自ら進んで課題に取り組む自主性と、分かったことを踏まえてさらなる課題を立ててそれに取り組む発展性が必要と考えている。また、分かったことを踏まえてさらなる課題を立てる際には、学習者同士で考えをやりとりすることを通して、自分の考えを修正したり深めたりする活動も行うべきだと考えている。

菱形十二面体は、向かい合う面のなす角が直角になる部分もあり、一見すると各面の菱形が正三角形2つを繋いだようにも見える。(正しくは菱形の辺と短い方の対角線の比は $\sqrt{3}:2$) そのことを各班に与えられた菱形十二面体の模型を調べることで確かめて、得られた情報から体積を求める方法を考える学習活動を設定した。普段の図形と計量の授業では、必要な辺の長さや角の大きさは提示されているので、それらを使って体積を求める方法を考えればよいが、本時は具体的な模型はあっても、どの部分の長さを求めたり、どの部分の角の大きさを使ったりするのも併せて考える必要がある。具体的な事物を対象に考察を進めていくことが、探究的な学習に取り組む態度を養うことにつながると考えている。特に、菱形十二面体を切断して既習の立体に分解する方法とは別に、立体を付け足して既習の立体に結び付けるオリジナルの解法を考え出した生徒の活動は大きく評価したい。

また、グループ内で解法を検討する活動に積極的に取り組んだことも評価できる。この課題学習の前に立方八面体や反四角柱など各面が正多角形で対称性のある立体の体積を求める課題に取り組ませた。実際に立体の模型を手に取りながら、どの部分の長さがわかれば体積を求めることができるかを議論する場面を授業の中に設けた。最初はうまく話し合いにならなかったグループもあったが、回数を重ねることで慣れていき、本時のように議論を活発に行うことができたと思う。

2. 研究協議より

- ・菱形十二面体について、はじめに与えた条件は一辺が $\sqrt{3}$ で各面が合同な菱形というだけの条件であり、向かい合う面のなす角が直角であったり、菱形の一片の長さや短い方の対角線の長さが違ったりするという事は、観察の結果から得られる情報であって絶対に正しいものと言い切れるものではないと考える生徒もいた。観察することにも意義があると思うが、課題に取り組む前提となる条件については、全体で確認しておくべきであった。
- ・解法を議論して、正解にたどり着いているグループが複数あった。時間の都合もあっただろうが、教員が解答の過程を説明するのではなく、正解にたどり着いていた生徒に発表させる方が教育的な指導になると思う。
- ・菱形十二面体の模型や体積が菱形の短い対角線を一辺とする立方体の2倍になることを示す模型を準備していたのはとても分かりやすくよかったと思うが、準備にかかる労力は非常に大きく、なかなかこのような授業をすることは難しいのではないだろうか。
- ・体積を求める方法について相談することを指示された生徒たちが、スムーズに話し合い活動を始めていたことに驚いた。普段どのような指導をされているのか。
- ・簡単には解けそうもない課題であるのに、積極的に取り組もうとしていた生徒が多く、学びに向かう力というか考える体力があると感じた。このような力を伸ばすために、どのような指導を普段心掛けているのか。
- ・解答に至る筋道は決して平坦ではないが、解法に用いる技法はシンプルで三平方の定理ですべて説明できるのがわかりやすくよかった。

