広島大学大学院先進理工系科学研究科理工学融合プログラム
（環境自然科学分野）（博士課程前期）入学試験（令和２年２月実施）
Transdisciplinary Science and Engineering Program
(Environmental and Natural Sciences),
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination (February 2020)

受 験 番 号 Examinee`s Number							
M							

問題用紙 専門科目 [一般選抜]

Question Sheet Specialized Subject General Selection

[1] 単振動の運動方程式について，以下の問いに答えよ。

For differential equation of simple harmonic oscillation, answer the following questions,

$$m\frac{d^2x(t)}{dt^2} = -kx(t)$$

(1) 一般解を求めよ。

Find the general solution.

(2) 初期条件 $x(0)=x_0$，$x'(0)=v_0$ をみたす解を求めよ。

Find the solution to satisfy initial conditions, $x(0)=x_0$ and $x'(0)=v_0$

(3) 振幅が A で，t=0 のとき $x(0)=A\sin\delta$ である解を求めよ。

Find the solution to satisfy initial condition $x(0)=A\sin\delta$ with amplitude A.

[2] 一様な球体（密度ρ，半径a）の中心を原点とするz軸周りの慣性モーメントIは，以下の式で与えられる。なお，積分の範囲は球体内（$D=\{x^2+y^2+z^2 \leq a^2\}$）である。

Moment of inertia around z-axis of uniform sphere (density: ρ, radius: a), I, is expressed as the following equation. Here, integral range is in the sphere, $D=\{x^2+y^2+z^2 \leq a^2\}$.

$$I = \iiint_D \rho(x^2+y^2)dxdydz$$

(1) 系の対称性から慣性モーメントIは以下のように記述できる。このことを示せ。

Moment of inertia, I, is described as the following equation from symmetry of the system. Describe how this equation is obtained.

$$3I = \iiint_D 2\rho(x^2+y^2+z^2)dxdydz$$

(2) 積分を実行するにあたり，極座標に変換する。変換する際のヤコビアンが以下の式で与えられることを示せ。

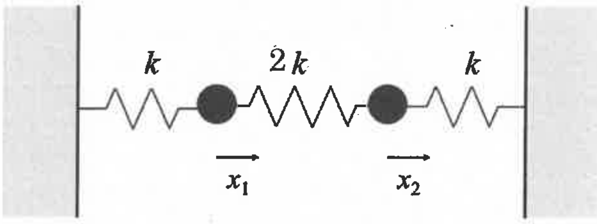
To achieve the above integral, coordinates are converted to polar one. Describe that Jacobian is given by the following equation for the conversion to polar coordinates.

$$dxdydz = r^2 \sin\theta \, drd\theta d\varphi$$

(3) 積分を実行して慣性モーメントIを求めよ。

Find the Moment of inertia, I, by conducting the above integral.

[3] 質量 m の二つの質点が右図のように２種類のバネ(両端が k, 中央が $2k$)で連結されている。両質点の変位はそれぞれ x_1, x_2 とする。これらをつり合いの付近でバネの方向に振動させる時の運動方程式は以下のように与えられる。



Two equivalent point masses (mass: m) are connected by two kinds of springs (sides: k, center: $2k$). The displacement of the point masses is respectively expressed as x_1 and x_2. When, they are oscillating in the direction of spring at around equilibrium position, the equations of motion are given as follows,

$$\begin{cases} m\dfrac{d^2x_1}{dt^2} = -kx_1 + 2k(x_2 - x_1) \\ m\dfrac{d^2x_2}{dt^2} = -kx_2 - 2k(x_2 - x_1) \end{cases}$$

以下の問いに答えよ。

Answer the following questions.

(1) 上記の運動方程式を以下の形に書いたとき，対称行列である A を求めよ。

Find the symmetric matrix A when the above equations of motion are changed as follows.

$$\frac{d^2X}{dt^2} = -AX, \qquad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

(2) 行列 A の固有値 λ_1, λ_2 とそれに対する大きさ１の固有ベクトル $\boldsymbol{v}_1$, $\boldsymbol{v}_2$ を求めよ。

Find the eigenvalues λ_1, λ_2 and respective eigenvectors $\boldsymbol{v}_1$, $\boldsymbol{v}_2$ of the matrix A. Here, the size of eigenvectors is 1.

(3) 直交行列 $V=(\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2)$により，その逆行列 V^{-1} を用いて，基準座標 $Q= V^{-1}X$ を導入する。運動方程式は，次のように書きなおせることを示せ。

Normal coordinates $Q= V^{-1}X$ are introduced, where V^{-1} is inverse matrix of orthogonal matrix $V=(\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2)$. Show that the equation of motion is rewritten as follows.

$$\frac{d^2Q}{dt^2} = -\begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix} Q$$

(4) $X= VQ$ の関係を用いて，上記運動方程式の一般解を求めよ。

Find the general solution of the above equation of motion by using relationship of $X= VQ$.