2021年度　第3年次編入学試験　筆記試験問題

情報科学部　情報科学科

実施期日　：　2020年8月1日（土）
試験時間　：　10時00分〜12時00分

注意事項

1　この問題冊子には, 微分積分, 線形代数, 確率・統計の範囲の問題が **4 問**あります. 総ページは **9 ページ** です.

2　解答用紙は **4 枚** (表面) あります. **解答** はすべて解答用紙の所定の場所に記入しなさい.

3　**受験番号** は, すべての解答用紙の所定の欄に必ず記入しなさい. 解答用紙は持ち帰ってはいけません.

4　試験終了後は, **解答用紙の左上の番号の順**に並べなさい.

5　問題冊子は持ち帰ってください.

6　受験票, 筆記用具, 定規, 時計以外の所持品は, 机の下に置いてください. また, 時計のアラームを使用してはいけません.

[1]　以下の問いに答えよ．

1. 以下の積分方程式を解け．

$$f(t) = 1 + \int_0^t (t-x)f(x)dx$$

2. 以下で与えられる 3 つのベクトルが同一平面 α 上にあるように定数 p の値を定めよ．また平面 α のうち, 原点 O $(0,0,0)$ からの距離が 1 である平面の方程式を求めよ．

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -4 \end{bmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ p \end{bmatrix}$$

3. $a < b$ とする．確率変数 X の確率密度関数が以下で与えられる．

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a}, & (a \leq x \leq b) \\ 0, & (x < a,\ b < x) \end{cases}$$

このとき, 期待値 $E(X) = 0$, 分散 $V(X) = 1$ となる定数 a, b の値をそれぞれ求めよ．

空　欄

[**2**]　以下の問いに答えよ．ただし，e は自然対数の底である．

1. 平面 $\mathbb{R}^2$ において定義された関数 $f(x,y)=xye^{-x^2-y^2}$ について考える．

(1)　$\dfrac{\partial f}{\partial x}=\dfrac{\partial f}{\partial y}=0$ を満たす点 (x,y) を全て求めよ．

(2)　前問で求めた点 (x,y) において，関数 $f(x,y)$ が極値をとるか判定せよ．さらに，極値を取る場合には，その値を求めよ．

(3)　関数 $f(x,y)$ の取りうる値の範囲を求めよ．

2. $D=\{(x,y)\mid x\geq 0,\ y\geq 0\}$ とする．

(1)　$x+y=u$, $y=v$ と変数変換して，広義積分 $\displaystyle\iint_D e^{-(x+y)^2}\,dxdy$ を求めよ．

(2)　$n=2m$, $m=0,1,\ldots$ のとき，広義積分 $\displaystyle\iint_D y^n e^{-(x+y)^2}\,dxdy$ を求めよ．

空　欄

[**3**] α を 0 でない実数とする．2 次の正方行列 A を

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha \\ \alpha & 0 \end{bmatrix}$$

で定義する．E を 2 次の単位行列とするとき，以下の問いに答えよ．

(1) A の全ての固有値と対応する固有ベクトルを求めよ．

(2) A^n を α, A, および E のうち，必要なものを利用して表せ．ただし，n は自然数とする．

(3) 4 次の正方行列 B を

$$B = \begin{bmatrix} A & E \\ E & -A \end{bmatrix}$$

で定義する．B の行列式を α を用いて表せ．

(4) 前問の B に対して，B が正則行列となるための必要十分条件を求めよ．また，正則行列となる場合，B^{-1} を α, A, および E を用いて表せ．

空　欄

[4]　以下の問いに答えよ．ただし，必要に応じて下記の正規分布表を用いても良い．

1. $X_1,\ X_2,\ \ldots\ ,\ X_n$ は正数である σ が既知である正規母集団 $N(\mu, \sigma^2)$ からのランダムサンプルである．これらのランダムサンプルの標本平均を $\bar{X}$ で表すとき，母平均 μ の信頼係数 95%の信頼区間を記述せよ．また，信頼係数を 90%に変更したとき，同じ信頼区間を得るには，標本の大きさ n をどの程度変化させる必要があるか答えよ．

2. X はその確率密度関数が

$$f(x) = ae^{-|x|}, \quad (-\infty < x < \infty)$$

であるような連続確率変数である．ただし，a は正の定数であり，e は自然対数の底である．

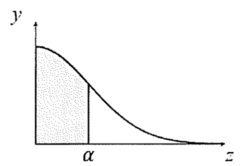
(1)　a の値を求めよ．

(2)　確率密度関数 $f(x)$ の尖度を求めよ．

ただし，$\mu = E(X)$, $\mu_2 = E\big((X-\mu)^2\big)$, $\mu_4 = E\big((X-\mu)^4\big)$ としたとき，尖度 β は $\beta = \dfrac{\mu_4}{{\mu_2}^2} - 3$ で定義される．

(3)　確率密度関数 $y = f(x)$ と標準正規分布にしたがう確率変数の確率密度関数 $y = g(x)$ のグラフの概形を 1 つの座標平面上に重ねて描け．ただし，$x = 0$, $x = \pm 1$, $x = \pm 2$ における関数の値の大小関係がはっきりするように概形を描くこと．さらに，標準正規分布の尖度が 0 であることに注意して，確率密度関数 $y = f(x)$ のグラフの特徴を答えよ．

次の表は，標準正規分布の確率密度関数における右図の灰色部分の面積を掲載したものである．



α	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767

空　欄