

高等学校 数学科 学習指導案

指導者 森脇 政泰

- 日時** 令和2年12月4日(金) 第3限 10:40~11:30
- 場所** 数学教室
- 学年・組** 高等学校Ⅱ年5組40人(男子18人 女子22人)
- 単元** ベクトル
- 目標**
1. ベクトルに興味・関心をもち、数学的な問題解決に活用する。(主体的に学習に取り組む態度)
 2. 図形の性質をベクトルの考えを用いて考察することができる。(思考・判断・表現)
 3. ベクトルの考えを用いて図形の性質を表現し、処理することによつて的確に問題を解決することができる。(知識・技能)
 4. ベクトルの性質について理解している。(知識・技能)

指導計画(全40時間)

第一次	平面上のベクトル	23時間
第二次	空間のベクトル	14時間
第三次	ベクトルのまとめ	3時間(本時2/3)

授業について

高等学校数学科における探究的な学びの一層の充実に向けて、次期学習指導要領で重視されている学習過程の一部(数学的に問題を表現する→結果を得る→発展させる)を取り入れたベクトルの授業を提案する。この学習過程を本校の「探究ファクター」で捉えると『「試行錯誤する」→「まとめる」→「磨く」』にあたりと考えられる。

本時の問1は「 $\triangle ABC$ の辺BC, CA, ABを1:2に内分する点をそれぞれP, Q, Rとするとき、 $\triangle ABC$ と $\triangle PQR$ の重心は一致する」という性質を、ベクトルを用いて一般化した問題である。一般化する前の問題は、指導計画の第一次で扱った。問1を解決した後の問2では、四面体の重心について、この点と一致する問1のような条件を考える。ここで、「四面体の重心」と「一直線上にない3点 $A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$, $C(\vec{c})$ に対し、点 $P(\vec{p})$ が平面ABC上にあるための条件は、 $\vec{p} = s\vec{a} + t\vec{b} + u\vec{c}$, $s + t + u = 1$ となる実数 s, t, u が存在することである」は発展的な内容であるが、本時まで学習している。問2の解決にあたっては、問1の3点P, Q, Rを定める位置ベクトルの式の形や証明における式の変形などを振り返って、数学的な問題として表現し直してから証明をすることになる。このように問2は問1のベクトルの式の類推で解決することが想定されるため、もとの重心と一致する重心を持つ四面体の頂点が、空間のどのような位置にあるかグラフソフトで確認する。まとめでは、本時の学習全体を振り返るとともに、さらにどのようなことが考えられるか検討し、解決した性質に関連する問いや新たな問題に関わる気づきを全体で共有して「探す」につなげたい。

題目 三角形や四面体の重心に関する性質を調べよう

本時の目標

1. ベクトルを用いて三角形の重心に関する性質を証明する。
2. 四面体に対して三角形の重心の性質と類似した性質を考察し、ベクトルを用いて定式化し証明する。

本時の評価規準（観点／方法）

1. ベクトルを用いて三角形の重心に関する性質を証明することができる。
2. 三角形の重心に関する性質の条件と証明の道筋を手がかりに、四面体の重心に関する性質を考察し、ベクトルを用いて定式化し証明できる。

（思考・判断・表現，知識・技能／学習活動の様子の観察，ワークシート）

本時の学習指導過程

学習内容	学習活動	指導上の留意点
(導入) ●平面上の三角形の重心に関する性質を調べる	1 問題の把握 問1 3点 $A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$, $C(\vec{c})$ を頂点とする $\triangle ABC$ において、直線BC, CA, AB上の3点 $P(\vec{p})$, $Q(\vec{q})$, $R(\vec{r})$ をそれぞれ $\vec{p} = s\vec{b} + t\vec{c}, \vec{q} = s\vec{c} + t\vec{a}, \vec{r} = s\vec{a} + t\vec{b} \quad (s + t = 1)$ とする。このとき、 $\triangle ABC$ と $\triangle PQR$ の重心の関係を調べよう。	
(展開) ●問1の解決	2 問題の解決 ・ $\triangle ABC$ と $\triangle PQR$ の重心が一致することを証明する。 ・全体で証明の道筋を確認する。	○任意の三角形で成立すること、3点P, Q, Rが外分点でも成立することを指摘する。
●四面体に対して、問1に類似した性質を考察する	3 四面体の場合の考察 ・次の問2に取り組む。	○四面体の重心と、その位置ベクトルを復習する。
試行錯誤する	問2 四面体の重心について、この点と一致する問1のような条件を考えよう。 ・問1のP, Q, Rに相当する点を四面体で何個取るか考える。 ・問1のP, Q, Rの条件を振り返り、重心が一致すると予想される四面体の頂点の位置ベクトルを式で表す。 ・全体で、この4頂点の条件と証明の道筋を確認する。	○各面に1つずつ点を取ると、4点が得られることに触れる。 ○この4頂点の位置関係をグラフソフトで示す。
(まとめ) まとめる 磨く	4 学習の振り返りとまとめ ・本時に得られた図形の性質をまとめる。 ・さらにどんなことが考えられるか検討し、全体で共有する。	
備考 準備物 ワークシート， 演示用のコンピュータとディスプレイ 使用ソフト GRAPES, 3D-GRAPES		