

令和3年度入学試験問題

数 学

数学I, 数学II, 数学III,
数学A, 数学B

令和3年2月25日
自 9時00分
至 11時30分

答案作成上の注意

- この問題冊子には、数学I, 数学II, 数学III, 数学A, 数学B(数列, ベクトル)の問題が5問あります([1]～[5])。このうち、[5]は選択問題です。総ページは13ページで、問題は4ページ以降の偶数ページにあります。
- 解答用紙は5枚です。解答はすべて対応する番号の解答用紙の所定の解答欄(表面)に記入しなさい。解答用紙の注意書きもよく読みなさい。
- 受験番号は、それぞれの解答用紙の所定の欄(2ヶ所)に必ず記入しなさい。
- 試験終了後は、解答用紙の右上の番号の順に並べなさい。
- 配付した解答用紙は、持ち出してもいけません。
- 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。
- この問題冊子の裏表紙には、試験時間中に机の上に置いてよいものを記載しています。

空 白

空 白

[1] a を実数とする。関数 $f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + \frac{2a+1}{2}x^2 - ax$ が $x = a$ で極大値をとるとき、次の問いに答えよ。

(1) a の満たす条件を求めよ。

(2) 次の不等式を解け。

$$|x+1| + |x-2| \leq 4$$

(3) x が (2) の範囲を動くとき、 $f(x)$ の最大値と最小値を a を用いて表せ。

空 白

[2] 座標平面において、二つの放物線

$$y = x^2, \quad y = -\sqrt{2}x^2 + 3x + \sqrt{2}$$

上にそれぞれ点 A(1, 1), 点 C($\sqrt{2}-1, \sqrt{2}+1$) をとる。次の問い合わせに答えよ。

- (1) 放物線 $y = x^2$ 上に点 A と異なる点 B があり、 \overrightarrow{AB} と \overrightarrow{CB} は垂直であるとする。このとき、B の座標を求めよ。
- (2) 放物線 $y = -\sqrt{2}x^2 + 3x + \sqrt{2}$ 上に点 C と異なる点 D があり、 \overrightarrow{AD} と \overrightarrow{CD} は垂直であるとする。このとき、D の座標を求めよ。
- (3) B, D はそれぞれ(1), (2)で定めたものとする。このとき、四角形 ABCD が正方形であることを示せ。

空 白

[3] 1 個のさいころを 3 回投げる。1 回目に出た目の数を a , 2 回目に出た目の数を b , 3 回目に出た目の数を c とする。また,

$$f(x) = (-1)^a x^2 + bx + c$$

とする。次の問い合わせよ。

- (1) $b^2 > 4c$ である確率を求めよ。
- (2) 2 次方程式 $f(x) = 0$ が異なる二つの実数解をもつ確率を求めよ。
- (3) 2 次方程式 $f(x) = 0$ が異なる二つの実数解をもつとき, $f'(1) = 7$ である条件付き確率を求めよ。
- (4) 2 次方程式 $f(x) = 0$ が異なる二つの実数解をもつとき, 少なくとも一つが正の解である条件付き確率を求めよ。

空 白

[4] a, b, c を実数とし, 2 次方程式 $x^2 + x - (c-1) = 0$ が実数解 α, β ($\alpha < \beta$) をもつとする。さらに, 二つの等式 $a+b=c^2, a\alpha+b\beta+c=0$ が成り立つとき, 次の問い合わせよ。

(1) α, β および $b-a$ を, それぞれ c を用いて表せ。

以下において, a, b, c を自然数とする。

(2) $\sqrt{4c-3}$ が自然数でないとき, 自然数 a, b, c の組を求めよ。

(3) 自然数 s を用いて, $4c-3=s^2$ と表せるとき, s と a は等式

$$s^5 - s^4 + 6s^3 + 2s^2 + (9 - 32a)s = -15$$

を満たすことを示せ。

(4) (3) のとき, 自然数 a, b, c の組をすべて求めよ。

空 白

[5] 次の (A), (B) から 1 題を選択して解答せよ。解答欄の (A・B) (問題番号 [5] の右側)において、選択した問題記号を ○ で囲むこと。

(A) 座標平面において、曲線 $y = e^x$ 上の点 $P(t, e^t)$ における法線を ℓ とし、 ℓ と y 軸との交点を Q とする。 $t \neq 0$ のとき、線分 PQ の中点を R とし、 $t = 0$ のときは $R(0, 1)$ とする。次の問い合わせよ。

(1) 直線 ℓ の方程式を求めよ。

(2) t が実数全体を動くとき、点 R のえがく曲線 C の方程式を求めよ。

(3) (2) の曲線 C , y 軸、直線 $y = e^{-2} + e^2$ で囲まれた図形 F の面積を求めよ。

(4) (3) の図形 F を x 軸のまわりに回転して得られる回転体の体積を求めよ。

(B) 座標平面において、 $O(0, 0)$, $A(4, 0)$, $P(3, 0)$ とする。線分 OA に点 P で接する円 C を内接円とする $\triangle OAB$ を考える。ただし、円 C の中心は第 1 象限にあるとする。次の問い合わせよ。

(1) OB と AB の差は一定であることを証明せよ。

(2) 円 C の半径を r とするとき、 r のとる値の範囲を求めよ。

(3) r が (2) の範囲で変化するとき、点 B の軌跡の方程式を求めよ。
また、その概形をかけ。

空 白

試験時間中に机の上に置いてよいもの

- 本学受験票
- 大学入学共通テスト受験票
- 配付した問題冊子等
- 黒鉛筆（和歌、格言等が印刷されているものは不可）
- 鉛筆キャップ
- シャープペンシル
- 消しゴム
- 鉛筆削り（電動式、大型のもの、ナイフ類は不可）
- 定規
- コンパス
- 時計（辞書、電卓、端末等の機能があるものや、それらの機能の有無が判別しづらいもの、秒針音のするもの、キッチンタイマー、大型のものは不可）
- 眼鏡
- ハンカチ
- 目薬
- ティッシュペーパー（袋又は箱から中身だけ取り出したもの）
- 本学が試験当日に配付するフェイスシールド