令和３（２０２１）年度

広島大学一般選抜　後期日程

理学部　物理学科

(総合問題)

令和３年３月１２日
自　　９時００分
至　１１時３０分

答案作成上の注意

1．試験開始の合図があるまでは，この問題冊子の中を見てはいけません。
2．この問題冊子は，本表紙を含めて，５枚（10ページ）です。
3．解答用紙は４枚，下書き用紙は４枚です。
4．問題は[I]～[IV]の４問です。全問に解答すること。
5．すべての解答用紙の所定の場所に，受験番号を必ず記入すること。
6．解答は，すべて対応する解答用紙に記入すること。
7．配付した解答用紙は，持ち出さず，すべて提出すること。
8．試験終了後，問題冊子と下書き用紙は持ち帰ること。
9．解答用紙の注意事項もよく読むこと。

このページは白紙です。

［Ｉ］

以下の問いに答えよ。

問１

(1) ６人の人が２人ずつ３組のペアを作りダンスをする。異なるペアの作り方はいくつあるか。

(2) 次の式を満たす実数x，yを求めよ。ただし，i は虚数単位とする。

$(x+iy)^2=3+4i$

(3) x軸，y軸，z軸と交差する点が，(1,0,0)，(0,2,0)，(0,0,3)である平面を表す方程式を求めよ。また，この平面と直交する直線のうち，原点を通る直線がこの平面と交わる点を求めよ。

問２

図１のように半径１の２つの円があり，一方の円の中心を原点 O に固定し，もう一方の円の中心を点 A $(x,0)$に置き，$0<x<2$とする。２つの円の交点を B, C とし，OA と OB のなす角度をθラジアンとする。

(1) xをθを用いて表せ。

(2) ２つの円の重なる部分（図の斜線部）の面積Sをθを用いて表せ。

(3) $\frac{dS}{dx}$ をxを用いて表せ。

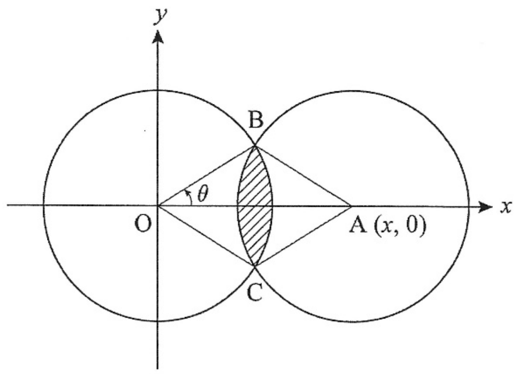

図１

問３　関数 $f(x)=(x-1)e^{-x}$ について以下の問いに答えよ。

(1) $f(x)$ の最大値を求めよ。

(2) 定積分 $\int_0^1|f(x)|dx$ の値を求めよ。

(3) aが１より大きい有限な正の実数のとき，不等式 $\int_0^1|f(x)|dx>\int_1^a f(x)dx$ が成り立つことを示せ。

［Ⅱ］

図2に示すような水平な床面に置かれたレール ABC の上を滑って動く質量 m の小物体の運動を考える。小物体は，レールから離れずに滑らかに運動するものとする。レールは，半径 R で中心角 60°のおうぎ形 OAB の弧 AB と，B から弧の接線方向に伸びる線分 BC からなる形状であり，OA は鉛直方向とする。レールは水平な床面に固定されており，OABC は同一の鉛直面内にあり OC は床面上にある。区間 BC には，レールに沿って伸縮できるばねが設置されている。ばねの端は C の位置でレールに固定され，もう一方の端はレールに沿って滑らかに動くことができ，ばねが小物体から力を受けないときには B の位置で静止しているものとする。小物体の大きさは十分に小さく，その運動は質点の運動とみなせるものとする。また小物体とばねの端との衝突は弾性衝突とし，ばねやばねの端の質量は無視できるものとする。重力加速度を g とし，R, m, g のうち必要なものを用いて以下の問いに答えよ。導き方も示せ。

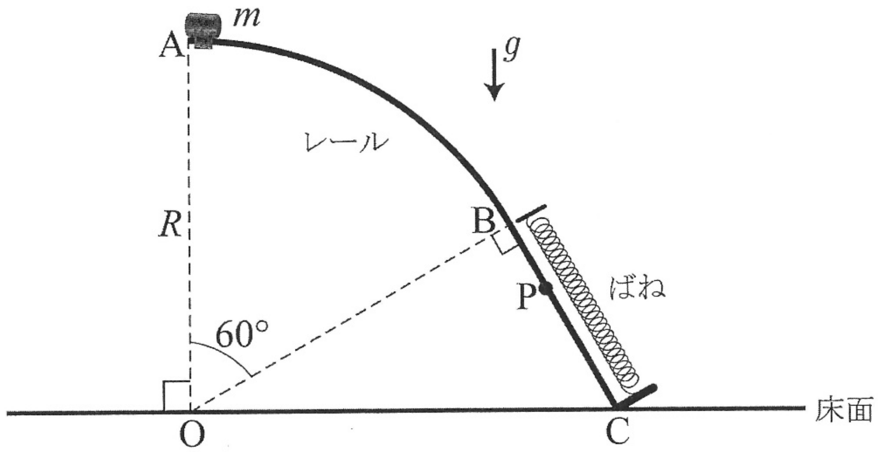

図2

小物体を手で支えて B の位置に静止させ，静かに手を放すと，小物体は BC を 1：2 に内分する点 P まで降下し，再び上昇した。

(1) ばね定数を求めよ。

(2) 手を放してから，小物体が最初に点 P に達するまでの時間を求めよ。

次に，小物体を手で支えて A の位置に静止させ，ばねの端を B の位置で静止させた。静かに手を放すと小物体はレールに沿って動き始めた。

(3) 小物体がレールから受ける垂直抗力がゼロになる位置の OC から測った高さを求めよ。

(4) 小物体がさらにレールに沿って降下して点 B を通過する直前に，小物体が O に向かって受ける向心力の大きさを求めよ。

(5) 小物体の速さが最大になる位置の OC から測った高さと，その位置での小物体の速さをそれぞれ求めよ。

(6) 小物体が達する最も低い位置の OC から測った高さを求めよ。

［III］

図3に示すように領域I，II，III を含む xy 平面上において，質量 m，正の電気量 q を持つ荷電粒子の運動を考える。$x < l$ の領域Iでは y 軸に平行かつ負の向きに大きさ E の電場のみが存在する。$l < x < L$ の領域IIでは平面に垂直かつ下向きに貫く大きさ B の磁束密度のみが存在し，$L < x$ の領域 III では平面に垂直かつ上向きに貫く大きさ B の磁束密度のみが存在する。領域IIおよび III の磁束密度は，向きを保ったまま，大きさを変えることができるものとする。各領域の境界線直上（$x = l$，L）の電場や磁束密度は無視し，どの領域も y 方向には十分に広がりを持ち，領域IおよびIII は x 軸方向に十分な広がりを持つものとして，端の効果は考えない。また，荷電粒子からの電磁波の放出や重力は無視できるものとする。原点にある荷電粒子は，時刻 $t = 0$ において，図3に示すように x 軸の正の方向と角度 45° をなす向きの初速度で運動を始める。m, q, l, L, E のうち必要なものを用いて，以下の問いに答えよ。導き方も示せ。

荷電粒子が領域IとIIの境界線上にある点 Q_0 に到達したとき，速度の y 成分がゼロとなった。

(1) 初速度の大きさを求めよ。

(2) 点 Q_0 に到達した時刻を求めよ。

磁束密度の大きさ B をある値に固定したとき，領域IIに入った荷電粒子が領域IIIに入らず，再び領域Iに戻った。

(3) B の値に対する条件を求めよ。

(4) 荷電粒子が領域IIに滞在した時間 T と B の積の値を求めよ。

次に B の値を小さくして固定したところ，荷電粒子が領域Iから点 Q_0 を通過して領域IIに入り，点 R_0 を通過して領域IIIに入り，点 R_1 を通過して再び領域IIに戻った。

(5) 荷電粒子が領域III中で点 R_0 から点 R_1 に移動するのにかかった時間は，領域II中で点 Q_0 から点 R_0 に移動するのにかかった時間の6倍であった。このときの B の値を求めよ。

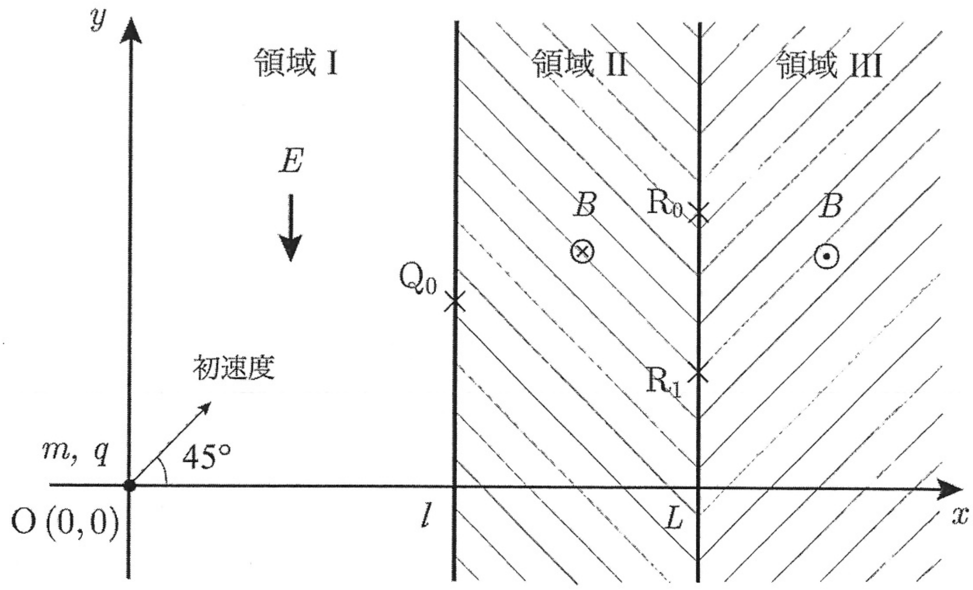

図３

図３において，磁束密度 B の方向を示す記号⊗は，xy 平面に垂直で下向き（紙面の表から裏に向かう向き）を表し，記号⊙は xy 平面に垂直で上向き（紙面の裏から表に向かう向き）を表す。

[Ⅳ]

図４に示すように直角三角形 ABC を底面とするプリズムがあり，プリズムに入射する入射光と屈折光が進む方向が，プリズムの底面に平行である場合を考える。$\angle \mathrm{BAC}=\alpha$ は十分に小さく，プリズムの屈折率は n（$n>1$）とする。入射光が AB を含む面上の点 D から入射角 i_1 でプリズムに入射し，屈折角 r_1 で屈折する。その後，AC 面上の点 E に入射角 i_2 で到達し，屈折角 r_2 で空気中に出ていく。このとき，空気中からプリズムに入射した光とプリズムから空気中に出た光とのなす角をふれ角 δ とする。空気の屈折率を 1 として，以下の問いに答えよ。

(1) n, $\sin i_1$, $\sin r_1$ の間に成り立つ関係式，および n, $\sin i_2$, $\sin r_2$ の間に成り立つ関係式を，それぞれ示せ。

(2) α を r_1, i_2 を用いて表せ。

(3) δ を i_1, r_1, i_2, r_2 を用いて表せ。

(4) α が十分小さく，i_1, r_1, i_2, r_2 が全て小さいとみなせるものとする。角度 θ が十分に小さいときに成り立つ近似式 $\sin\theta \fallingdotseq \theta$ を用いて，δ を n, α を用いて表し，ふれ角 δ が入射角 i_1 によらないことを示せ。

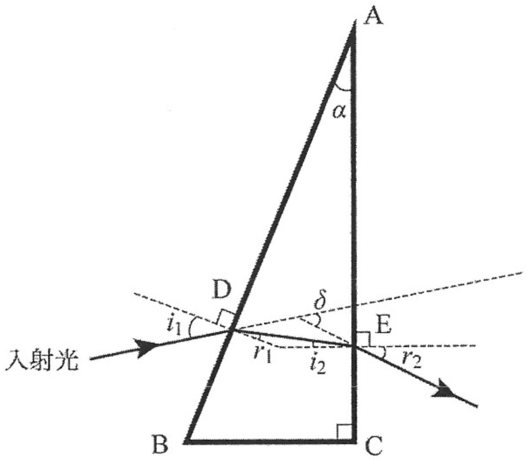

図４

図４のプリズムを２つ用意し，図５に示すように BC を含む面がちょうど重なるように固定する。光源 S が発生する波長 λ の単色光がプリズムに入射し，入射光と屈折光が進む方向は，プリズムの底面と平行であるとする。光源 S はプリズムの BC を含む平面上にあり，光源 S とプリズムの AC を含む面との距離を l とする。スクリーンはプリズムの AC を含む面に平行で，点 C からスクリーンまでの距離を L とする。l と L はプリズムの大きさに比べて十分長いとする。前問(4)の結果より，α が十分小さいときには，図５に示すように，S が発生する光線は，プリズムへの入射角 i_1 によらず，同じふれ角 δ でプリズムを出ると考えてよい。この場合，上のプリズムから

出た光は見かけの光源 S_1 から，下のプリズムから出た光は見かけの光源 S_2 から出た光とみなすことができる。

(5) 角度 δ が十分に小さいとき，近似式 $\tan\delta \fallingdotseq \delta$ が成立するものとして，見かけ上の２つの光源 S_1，S_2 間の距離 d を n，α，l を用いて表せ。

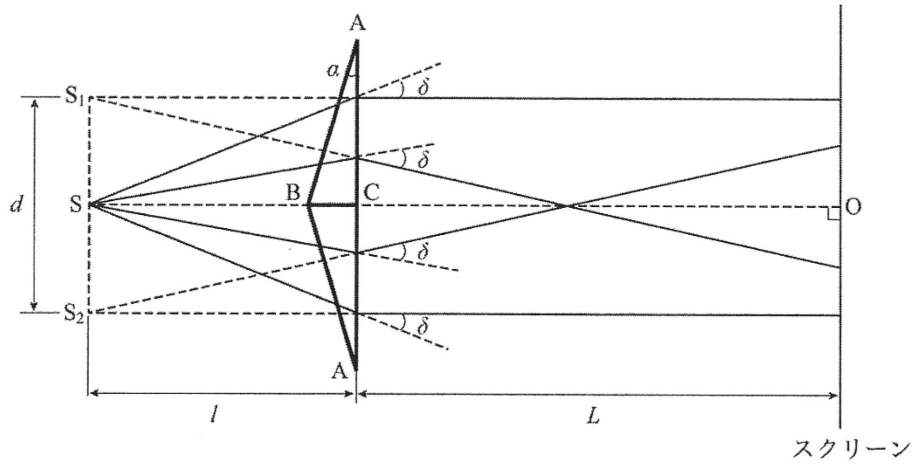

図５

光源Ｓが発生した光線はプリズムを通過した後，スクリーン上で干渉縞を作る。この現象を図６で示すように見かけ上の２つの光源 S_1，S_2 から出た光線によるものとみなして考察しよう。光源Ｓからスクリーンに下した垂線がスクリーンと交わる点を原点Ｏとし，スクリーン上の点Ｐが入射光と同一平面内にあるものとして，OP の距離を y とする。ここでは d, y の大きさが，l，L に比べて十分小さいものとし，x が十分小さいときに成り立つ近似式 $(1+x)^n \fallingdotseq 1+nx$ を用いよ。

(6) S_1P と S_2P との光路差 Δ を y, d, l, L を用いて表せ。

(7) Ｏに一番近い明線の y を，n，α，l，L，λ を用いて表せ。

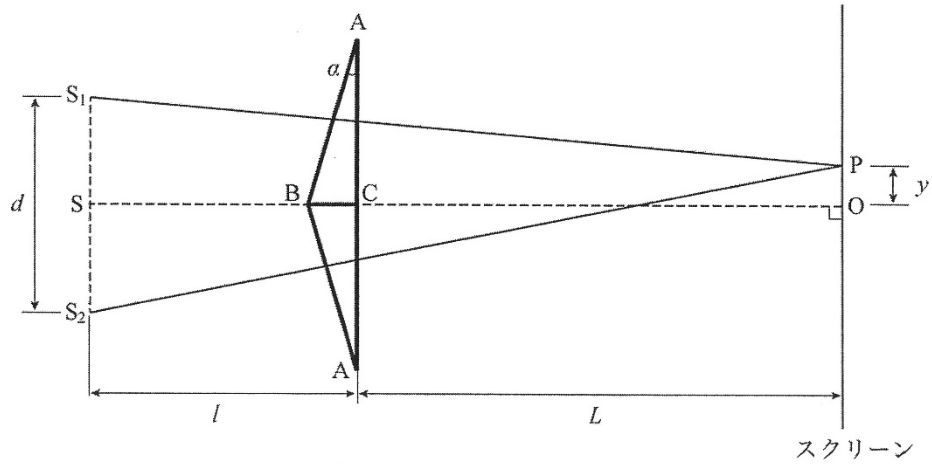

図６

このページは白紙です。