

中等教育研究開発室年報 第34号 (2021年3月31日発行) 別冊電子版
2020年度 授業実践事例

数学科 SAGAs 高等学校第I学年

Researcher-Like Activity (n進法の倍数判定定理)

授業者 井上 優輝

(校内研究授業)

広島大学附属中・高等学校

日 時 令和2年8月28日(金) 第6限(14:20~15:10)

場 所 数学教室

学年・組 高等学校I年4組 41人(男子22人,女子19人)

単 元 Researcher-Like Activity (n 進法の倍数判定定理)

目 標 (Sagacityの指標)

1. 「新たな問題」を設定し数学的手法を駆使してその解決をする活動を通して、数学の研究手法の一部を経験知とすることができる。(S:科学的である)
2. 10進法の倍数判定、 n 進法についての基礎的な知識をもち、必要に応じて高度な知識をもとうとすることができる。(A:高度かつ専門的である)
3. より一般的な命題を考えるなど、課題に関心をもちよりよい解決に向けて主体的に粘り強く取り組むことができる。(A:主体的・自律的である)

単元計画(全3時間) 本時は第2時

第1時 n 進法の基礎知識

第2時 源問題から「新たな問題」を設定する

第3時 「新たな問題」を解決し成果をまとめる

授業について

“Researcher-Like Activity(以下、RLA)”は、その基本的なコンセプトを「研究者の活動の縮図的活動を学習の基本形態とする」としている(市川,1996,1998)。先行研究では、RLAが小・中・高校での教育において有効であることが「その活動が子ども達の本来的な興味・関心に根差していることが多いこと」「科学の方法論を学び、次世代に発展させる文化的意義を子ども達に垣間見せることができること」などの視点から述べられている。これらの視点は、学校設定科目『総合科学(SAGAs)』の目標とも融和的であり、RLA活動は『AS科学探究IⅡ(SAGAs,2~3年次)』『GS総合科学探究IⅡ(SAGAs,2~3年次)』における課題研究の縮図とも捉えられるため、課題研究で必要とされる資質能力を育む上でも意義深い。

本単元では、 n 進法の倍数判定定理を扱う。既知の10進法の倍数判定定理をもとにして真偽が不明な命題を設定し、その解決(否定的な解決を含む)を行う活動を通して、数学における研究活動を疑似体験させ、自然科学分野の研究手法に親しむ機会としたい。

題 目 Researcher-Like Activity (n 進法の倍数判定定理)

本時の学習目標

10進法の倍数判定についての知識をもとに n 進法の倍数判定に関する「新たな問題」を設定し、その解決を行おうとすることができる。その際に、より一般的な命題を考えるなど、課題に関心をもちよりよい解決に向けた主体的な活動ができる。

本時の評価規準(観点/方法)

必要な知識を補完しながら、一般性の高い命題を設定するなど、よりよい解決に向けて考察をしようすることができる。(A:高度かつ専門的である,A:主体的・自律的である/机間指導)

単元の学習過程（全3時間）

学習内容	学習活動	指導上の留意点
【第1時】 n 進法の基礎知識	<ul style="list-style-type: none"> ループリックを用いて、本単元の目標を確認する。 n進法の基礎について学ぶ。 既習の倍数判定法（10進法）について確認する。 	<ul style="list-style-type: none"> 本単元で特に強調したい資質について確認する。 数学Aの内容を扱う。 源問題①の証明を共有する。
【第2時】 源問題から「新たな問題」を設定する ※本時	<p>源問題 以下を証明せよ。</p> <p>① 10進法で表された3桁の自然数 N の各位の数の和が9の倍数であるとき、自然数 N は9の倍数である。</p> <p>② 5進法で表された3桁の自然数 N の各位の数の和が4の倍数であるとき、自然数 N は4の倍数である。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ①は前時で扱っている。
	<p>課題 源問題をもとに「新たな問題」として命題を設定し、解決せよ。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 源問題①②を比較し、既知の①の設定を変えたものが②であるという見方を共有する。
	<ul style="list-style-type: none"> 課題の解決に取り組む。 [個人→グループ] 【予想される記述内容】 n進表記された k 桁の自然数 N の各位の数の和が $n-1$ の倍数であるとき、N は $n-1$ の倍数である n が偶数で、かつ n 進表記された自然数 N の下2桁が4の倍数のとき、自然数 N は4の倍数である 上記で n や k の値が具体的なもの 10進法の3の倍数判定や11の倍数判定をもとにした考察 源問題などの逆命題 	<ul style="list-style-type: none"> 本単元では教室内で証明できた命題を定理と呼ぶことを共有する。 既知である他の10進法の倍数判定を元にしてよいことを伝える。 一般性について簡単に触れる。 スマートフォンを使用してよいことを確認する。 因数定理や合同式など数学の授業で未習の事項を調べて用いてもかまわない。
【第3時】 「新たな問題」を解決し成果をまとめる	<ul style="list-style-type: none"> グループで取り組んだ内容をレポートとしてまとめる。[グループ] ループリックを用いた自己評価を行う。[個人] 	
備考	準備物 ワークシート（3枚）、ループリック、自己評価シート 第2～3時ではスマートフォンの全機能の使用を許可する	

備考

本学習指導案における RLA に関する記述では、以下を参考文献としている。

市川伸一（1996）. 「学びの理論と学校教育実践—Researcher-Like Activity を取り入れた授業づくり—」, 学習評価研究, No.26, pp. 42-51.

市川伸一（1998）. 『開かれた学びへの出発—21世紀の学校の役割—』, 金子書房.

総合科学の授業を始める前に…

この授業は、高校2年からはじまるA S科学探究・G S総合科学探究で課題研究を遂行する上で必要な力を身につけるための授業です。まず、ルーブリックを確認してみましょう。このルーブリックは、A S科学探究のルーブリックを元に作成しています。

RLA (Researcher-Like Activity) とは 1990 年代に市川伸一先生により提唱されたもので、日本語にすると「研究者の縮図的活動」のように表現されます。数学科が担当する3時間では、RLA を通して、数学の研究手法に触れてほしいと思っています。具体的には、数学者が行うような以下の活動を簡素化して疑似体験することによって、その全体像を大雑把に把握してもらいます。

- ① 書籍などから基本知識を身につける
- ② 他者による論文を読む
- ③ 読んだ論文の問題設定を変えるなどにより、自分が考える「新たな問題」を設定する
※実際には、未解決問題（あるいはその解決に貢献できそうな問題）に取り組む、全く新しい手法や理論を提案する、という方向性で研究を進めることも多いようです。この授業では、取り組みやすさを優先して問題設定の変更という方向性だけに注目することにします。
- ④ 「新たな問題」の解決に臨む
- ⑤ 解決できた場合、その成果を論文等にまとめ発信する

なお、今回は「n進法」をテーマにし、3時間で以下の活動を行います。1時間目に①、2時間目に②③④、3時間目に④⑤※を行います。なお、番号①～⑤は上記とリンクしており、似た内容を扱っています。

- ① 座学による基礎知識の学習
- ② 源問題（2題）を確認する
- ③ 源問題の問題設定を変えるなどにより、自分が考える「新たな問題」を設定する
- ④ 「新たな問題」の解決に臨む（グループ活動）
- ⑤ 成果をレポートにまとめる
- ※ ルーブリックを利用した自己評価

① 座学による基礎知識の学習

② 源問題（2題）を確認する

定理 1
10進法で表された3桁の自然数 N の各位の数の和が9の倍数であるとき、自然数 N は9の倍数である。

定理 2
5進法で表された3桁の自然数 N の各位の数の和が4の倍数であるとき、自然数 N は4の倍数である。

(証明)

③ 源問題の問題設定を変えるなどにより、自分が考える「新たな問題」を設定する

この授業では「正しいか間違っているかどちらかわからないが、いずれかである文章」を**命題**、「証明して正しいことがわかった文章」を**定理**と呼ぶことにします。

まずは、左の源問題（あるいは個人的に知っている周辺の知識）を元にして命題を書いてみましょう。定理ではなく命題を書くので、成り立つかどうかを気にする必要はありません。

命題

まわりの人が書いた命題

よい定理とは？

例えば、左の定理1は「3桁の自然数 N 」について述べています。もし、「4桁の自然数 N 」について述べた定理1-2と比べて優劣をつけるとしたら、どちらのほうが優れていると言えるでしょうか？なんとなく桁数が多い方がすごそうだと感じる人、証明は同様だしどちらということもないと考える人、いくつかの考え方があるかと思います。では、「 k 桁の自然数 N 」について述べた定理1-3についてはどうでしょうか？定理1-3は $k=3$ のときに定理1となり、定理1を含むものになっているので、定理1よりもよい定理だと言っても良さそうです（数学では「一般性が高い」と言ったりします）。

【総合科学（数学）】 R L A

I年（ ）組（ ）班 メンバー（ ）

- ④ 「新たな問題」の解決に臨む（グループ活動）
- ⑤ 成果をレポートにまとめる

グループでレポートを完成させましょう（清書1枚を提出する）。

定理

（証明）

実践上の留意点

1. 授業説明

この単元では、数学の研究を疑似体験させることにより、数学における研究の手法の概観を伝えるとともに、研究を遂行する上で必要な資質や態度の育成を目指した。

数学では、まだ誰も知らない定理を証明することを「発見」と表現するが、研究者によるそれは「人類にとって新しい発見」である。通常の授業で生徒が経験する「発見」は「教室内で新しい発見」であるが、本実践では「学校内で新しい発見（担当教員も知らない内容）」がなされることを期待している。また、授業企画段階で“what if not”という手法を強く意識しており、授業実施中にも言葉は出さずともその意図が伝わるように話をしている。実際に、新たな問題を設定する際に用いられることのある手法であり、AS 科学探究や GS 総合科学探究での課題研究において、課題を設定する際にも有用であると考えている。

2. 研究協議より カッコ内は発言者の担当教科

- ・できた人の話を聞くことに終始した生徒もいた。自分で新たなことを考える生徒の割合を増やすためにはどうすればいいのだろうか。具体的な数による実験を行うとその割合は増えるのではないか。ただ、実施時間数（全 3 時間）を思えば、今日の展開で良かったとも思える。〈数学〉
- ・「一般化をしたい」というモチベーションはどこから生まれるのだろうか。〈数学〉
→生徒は証明を見ており、5 進法での証明を 5 ではなく変数のように見ている。新奇性の高いテーマを設定した班は実験を繰り返し自分たちの問題を設定しようとしていた。
- ・立てた仮説に対してランダムに数を決めて検証している生徒がいた。検証自体はよいが、やり方の効率が悪いように感じた。この操作をどのように効率化するのかについては教える方がよいのか、それとも経験から学ばせる方がよいのかは悩みどころである。〈数学〉
- ・9 の倍数判定法以外を元に考えさせるためには、他の倍数判定法（10 進法）の証明も紹介しておけば良かったのではないかと。〈数学〉
- ・理科であれば RLA 活動として何ができるのか。理科は基礎研究と実践研究で様子が変わるので、理科に応用するのは少し難しいように感じる（具体物が必要というのもあり）。RLA は数学と融和的である気がする。〈理科〉
- ・オムニバス形式で行っている総合科学で、どのように問題に立ち向かうかを各教員が見せていくことは大事だと思う。〈理科〉
- ・総合科学でやったことが課題研究で役に立つか？生徒によっては抽象化して役に立てるが、実際に見た具体だけで終始する生徒もいるのでは（似たような場面でないと活用できないのでは）。〈理科〉
- ・授業後に議論している生徒もいた。持続性のある課題になっている。〈理科〉
- ・英語教育に置き換えると、言葉の本質や言語に普遍的なものを探るということになるのだろうと考えたが、英語の授業で取り入れることはなく新鮮であった。〈英語〉