

令和3年10月及び令和4年4月入学  
広島大学大学院先進理工系科学研究科（博士課程前期）入学試験問題

地球惑星システム学プログラム

専門科目

令和3年8月26日9:00~12:00

注 意 事 項

1. 以下の用紙が配布されている。  
問題用紙（表紙を含む11枚）  
解答用紙 4枚
2. 問題は全部で[1]~[6]の6問ある。この中から4問を選んで解答せよ。ただし、[1]と[2]から1問、[3]と[4]から1問、[5]と[6]から1問を必ず選び、残りの1問は未選択の問題から選ぶこと。
3. 解答は問題ごとに必ず1枚ずつ別々の解答用紙を用い、それぞれの解答用紙に受験番号および問題番号を記入し解答せよ。紙面が不足した場合は裏面を使用してよい。
4. 試験終了時には解答用紙を提出すること。

令和3年10月及び令和4年4月入学  
広島大学大学院先進理工系科学研究科（博士課程前期）入学試験問題

地球惑星システム学プログラム

専門科目

[1] 以下の問1から問4に答えよ。

問1 鉱物の特徴について以下の問いに答えよ。

(1) 次の文章中の [ア] ~ [オ] に当てはまる最も適切な語を答えよ。

鉱物の発色の原因は主に、[ア]が含まれること、結晶構造中に [イ] が存在することに分けられる。通常、[ア]が微量成分として無色透明な鉱物に含まれると、[ア]の種類により種々の鮮やかな色を呈するようになる。しかし鉱物を粉末にするこの色は消え、ほとんど白色となってしまう。このように鉱物本来の色ではなく [ア] や [イ] などにより着色された外観色を [ウ] と呼ぶ。鉱物を粉末にした時の色を [エ] と呼び、鉱物本来の色を確認する手段として用いられる。大半の鉱物の [エ] は白色である。粉末にしても消えることのない外観色を [オ] と呼ぶ。[オ] 鉱物の多くは [ア] を主成分として含んでおり、個体による色の差がほとんど無いのが特徴である。

(2) 「へき開」とは何か簡潔に答えよ。

(3) へき開完全な鉱物の結晶構造上の特徴をひとつ答えよ。

問2 Group I に示されている各岩石を構成する鉱物組み合わせとして、最も適切なものを Group II から選べ。

[Group I]

- A. Andesite
- B. Eclogite
- C. Rhyolite
- D. Lherzolite

[Group II]

- 1. Olivine + Pyroxene
- 2. Quartz + Alkali Feldspar and/or Glass
- 3. Garnet + Omphacitic pyroxene
- 4. Plagioclase + Pyroxene and/or Hornblende and/or Olivine

問3 次の文章中の [ア] ~ [オ] に当てはまる最も適切な語を答えよ。

岩石に限らず固体物質は様々な様式によって変形する。バネのように、加えた外力に対して伸びが比例する [ア] 変形では、外力が取り除かれると元の形態にもどる。外力が大きくなり、「加えた外力に対して伸びが比例する」関係が成り立たなくなったポイントを [イ] と呼ぶ。[イ] 後、更に外力が加わると [ウ] 変形が生じる。[ウ] 変形を進行させるメカニズムのうち、水が重要な役割をはたし、続成作用中にも生じているものは [エ] である。また、外力に対して破断してしまう変形を [オ] 変形という。

令和3年10月及び令和4年4月入学  
広島大学大学院先進理工系科学研究科（博士課程前期）入学試験問題

地球惑星システム学プログラム

専門科目

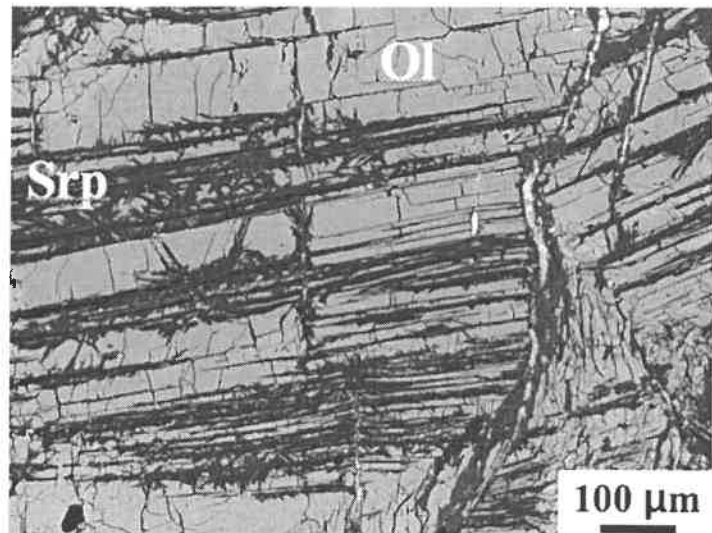
問4 以下の問（1）と（2）に答えよ。

（1）ミラー指数（Miller index）とは結晶面または格子面を表す指数である。単純格子を例に、その格子面に指数を与える方法を定義に基づいて説明せよ。

（2）以下の問(a)と(b)に答えよ。

(a) 下の写真は走査型電子顕微鏡を用いて取得した像である。この像の明暗は主に組成に依存しており、鉱物毎にコントラストが異なっている。相対的に明るいカンラン石  $[(\text{Mg}, \text{Fe})_2\text{SiO}_4]$  が、蛇紋石  $[(\text{Mg}, \text{Fe})_6\text{Si}_4\text{O}_{10}(\text{OH})_8]$  に変化している様子が見てとれる。この像は、入射した電子に対するどのような電子によって得られたものか答えよ。

(b) この像のコントラストからどのようなことが分かるか簡潔に答えよ。



令和3年10月及び令和4年4月入学  
広島大学大学院先進理工系科学研究科（博士課程前期）入学試験問題

地球惑星システム学プログラム

専門科目

[2] 以下の問1から問3に答えよ。

問1 次の文章を読み、問(1)～(3)に答えよ。

結晶によるX線の回折現象を説明するために、回折を結晶格子内の面からの“反射”として取り扱う Bragg の法則が一般的に用いられている。X線の回折が起こる条件は、ある面間隔  $d$  をもつ平行な原子網面群により反射されたX線ビームの経路差が波長 ( $\lambda$ ) の整数倍 ( $n$  倍) であることである。 $n$  は反射の次数とよばれ、順次高い整数をとることができる。Bragg の法則は Bragg 角<sup>\*1</sup>を  $\theta$  として  と書くことができる。

( $h k l$ ) 面からの反射は  $nh$ ,  $nk$ ,  $nl$  という反射指数 (ラウエ指数) で表すことができる。面指数 (ミラー指数) は互いに素<sup>\*2</sup>であるのに対して、ラウエ指数にはその制限はない。例えば指数が  $400$  の反射は、 $(100)$  面からの  次反射を意味する。

なお、任意の面間隔  $d$  の面 ( $h k l$ ) による第  $n$  次の反射を面間隔  $d/n$  の面 ( $nh nk nl$ ) による第 1 次の反射と考える解釈もあるが、この場合、後者は物理的な意味をもたない仮想的な面である。

注釈

\* 1 : 一般光学では入射および反射角は、入射および反射ビームが反射面の法線と成す角であるが、X線回折ではその余角を Bragg 角と定義する。

\* 2 : 複合格子の場合はこの限りではない。

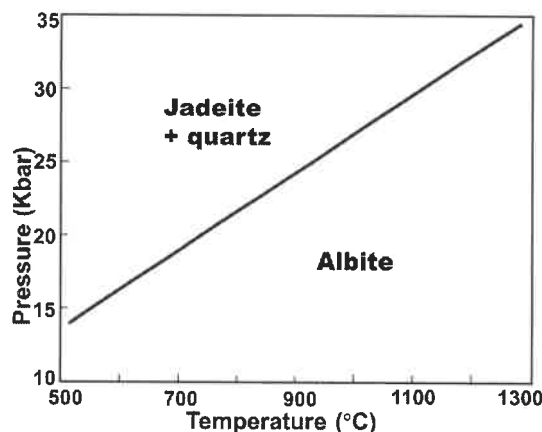
(1)  に当てはまる式を答えよ。

(2)  に当てはまる数字を答えよ。

(3) 下線部について、なぜ物理的な意味をもたないと言えるのか理由を説明せよ。

問2 以下の問(1)～(3)に答えよ。

下図は、ひすい輝石 (Jadeite) が石英 (Quartz:  $\text{SiO}_2$ ) と反応して、曹長石 (Albite:  $\text{NaAlSi}_3\text{O}_8$ ) が晶出する反応の温度圧力条件を表している。



(Holland, 1980, American Mineralogist からの引用)

令和3年10月及び令和4年4月入学  
 広島大学大学院先進理工系科学研究科（博士課程前期）入学試験問題

地球惑星システム学プログラム

専門科目

- (1) この反応の化学反応式を答えよ。
- (2) それぞれの鉱物の 300 K における 1 モルあたりの体積を以下に示す。曹長石が 1 モル生成する反応において、体積は何  $\text{cm}^3$  増加あるいは減少するか答えよ。

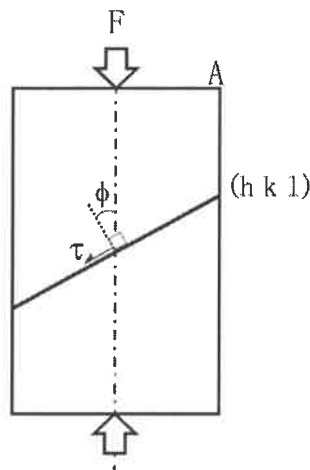
1 モルあたりの体積：ひすい輝石 =  $60 \text{ cm}^3$ ，石英 =  $23 \text{ cm}^3$ ，曹長石 =  $100 \text{ cm}^3$

- (3) 相境界の傾きは、反応における生成物 1 モルあたりの体積変化  $\Delta V$  とエントロピー変化  $\Delta S$  を用いて  $dP/dT = \Delta S/\Delta V$  と表せる。図で示されているこれらの相の境界の傾きは  $dP/dT = 0.026 \text{ kbar K}^{-1}$  の直線で近似できる。この反応におけるエントロピー変化  $\Delta S$  を答えよ。単位は  $\text{kJ K}^{-1}$  とする。体積の換算式  $1 \text{ cm}^3 = 0.1 \text{ kJ kbar}^{-1}$  を使い、上記の反応でエントロピーが増える場合を正の値とすること。また、反応における体積変化は温度によらないものとする。

問3 次の文章を読み、問（1）～（5）に答えよ。

底面積  $A$  を有する円柱状の単結晶に、軸方向から力  $F$  が作用した。図は底面に垂直し、軸方向を含む断面を示している。図中には、ある結晶面  $(h k l)$  も示している。

- (1)  $(h k l)$  に作用する分解剪断応力  $\tau$  を、図中の  $F$ 、 $A$ 、 $\phi$  を用いて答えよ。
- (2)  $(h k l)$  をすべり面とする転位クリープを生じさせる条件を、(1) で求めた式を使って説明せよ。
- (3) 岩石を構成している鉱物の転位クリープ強度を考えた際に、同一の鉱物であっても、岩石の中で「かたい鉱物」と「やわらかい鉱物」が存在する。その理由を説明せよ。転位の移動速度は  $\tau$  に比例する。
- (4) 同一鉱物であっても、温度や応力条件が異なると、転位のすべり面が変化する。その理由を説明せよ。
- (5) 転位クリープによって鉱物が変形し始めると、転位の存在によって結晶中に歪エネルギーが蓄積される。転位クリープの定常状態では、歪エネルギーの蓄積とともに、歪エネルギーの解消も生じている。偏光顕微鏡下で知ることができる、歪エネルギーの解消に起因する現象を1つ答えよ。



令和3年10月及び令和4年4月入学  
広島大学大学院先進理工系科学研究科（博士課程前期）入学試験問題

地球惑星システム学プログラム

専門科目

[3] 以下の問1と問2に答えよ。

問1 次の文章を読み、以下の問(1)～(4)に答えよ。

マントルと核が分離した後、現在から30億年前にマントルの部分溶融により大陸地殻と溶け残りマントルが形成される、単純な地球の進化過程を仮定する。このとき、インコンパティブル元素の濃度は[ア]中ではもとのマントル中の濃度より高くなり、[イ]中では低くなる。ケイ酸塩の固相と液相を考えると、インコンパティブル元素とは、[ウ]に対する分配係数が1より小さい元素である。インコンパティブル元素は、イオン半径が大きく電荷が小さい[エ]と、イオン半径が小さく電荷が大きい[オ]に分けられる。水に対する溶解度は前者が大きく、後者が小さい。このように異なる[エ]と[オ]の化学的性質は、沈み込み帯のマグマ活動のような、その起源に水が大きく関与する現象の解明に有効である。

次に、大陸地殻形成前後のストロンチウム同位体比 ( $^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}$ ) の時間変化を考える。 $^{87}\text{Sr}$  は  $^{87}\text{Rb}$  の  $\beta$  崩壊によって生じる。核と分離した後のマントル中では、時間に対し一定の割合で  $^{87}\text{Sr}$  が増加し、 $^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}$  比が高くなる。

- (1) 文章中の[ア]～[オ]に当てはまる最も適当な語を答えよ。ただし、文章中で使われている語を用いてもよい。
- (2) 大陸地殻中のストロンチウム同位体比の時間経過に伴う増大の割合は、大陸地殻分離前のマントル中のものと比べ、どの様に変化するか答えよ。
- (3) ネオジウム同位体比 ( $^{143}\text{Nd}/^{144}\text{Nd}$ ) は  $^{147}\text{Sm}$  の  $\alpha$  崩壊により時間とともに大きくなる。大陸地殻中と大陸地殻分離前のマントル中のネオジウム同位体比の時間経過に伴う増大の割合の関係は、ストロンチウム同位体比と逆の関係になる。その理由を述べよ。
- (4) 地球の最古の大陸地殻の年代は、どの様な方法で推定されているのか答えよ。

令和3年10月及び令和4年4月入学  
広島大学大学院先進理工系科学研究科（博士課程前期）入学試験問題

地球惑星システム学プログラム 専門科目

問2 次の文章を読み、問（1）～（4）に答えよ。

炭酸塩岩は主に (a) 方解石、あられ石、ドロマイトからなり、方解石・あられ石を主体とする **ア** 岩と、ドロマイトを主体とする **イ** 岩に大別される。炭酸塩鉱物の溶解度は比較的高いため、堆積直後から顕著な **ウ** 作用を受ける。

顕生累代に形成された炭酸塩岩中にしばしば含まれるサンゴ類は、**エ** 動物門の中で石灰質骨格を形成するグループであり、その多くは **オ** 形のみで **カ** 形をとらない花虫綱に属する。**キ** 代に優勢であった **ク** サンゴは (b) ペルム紀末で完全に絶滅し、**ケ** 代以降は **コ** サンゴが優勢となる。体内に **サ** をもつサンゴは成長速度が速いため **シ** 性であり、その生息域が温暖で清澄な **ス** 環境に制限されるため、**セ** 化石として重要である。

一方、頭足類は **ソ** 動物門に含まれるグループであり、炭酸塩岩中には **タ** 類・鞘形類・(c) アンモナイト類などが化石として含まれる。鞘形類に属する **チ** は房錐外部に円錐状の鞘を持っており、この部分が **ツ** 安定同位体比の標準物質として使われる。

(1) 文章中の **ア** ～ **ツ** に当てはまる最も適当な語を以下の①～④⑥から一つずつ選び、番号で答えよ。

①生きた、②八放、③ベントナイト、④窒素、⑤深海、⑥古生、⑦腕足、⑧ミトコンドリア、⑨示相、⑩石炭、⑪棘皮、⑫運搬、⑬砂、⑭クラゲ、⑮石灰、⑯海綿、⑰オウムガイ、⑱礫、⑲卵、⑳四放、㉑浅海、㉒環形、㉓新生、㉔続成、㉕ゴルジ体、㉖炭素、㉗造礁、㉘示準、㉙石英、㉚ペルムナイト、㉛軟体、㉜ポリプ、㉝苦灰、㉞泥、㉟シロウリガイ、㊱共生藻類、㊲淡水、㊳刺胞、㊴珪素、㊵エラ、㊶六放、㊷ホラガイ、㊸堆積、㊹ベネチテス、㊺中生、㊻変成

(2) 下線部 (a) について、方解石、あられ石、ドロマイトをそれぞれ化学式で表せ。

(3) 下線部 (b) に関連して、ペルム紀末で完全に絶滅した生物として正しいものを以下の①～⑩から三つ選び、番号で答えよ。

①獣弓類、②床板サンゴ類、③アンモナイト類、④三葉虫類、⑤腕足類、⑥古杯類、⑦ウミユリ類、⑧異放サンゴ類、⑨フズリナ類、⑩恐竜類

(4) 下線部 (c) について、アンモナイト類の説明として適切でないものを次の文章①～④から一つ選び、番号で答えよ。

①シルル紀～デボン紀に出現し、白亜紀末に絶滅した。  
②隔壁が内に向かって凸であり、体管が隔壁の中央付近を貫く。  
③らせん状に巻いた殻が多いが、異常巻きのものもある。  
④ペルム紀末にゴニアタイト目が絶滅した。

令和3年10月及び令和4年4月入学  
広島大学大学院先進理工系科学研究科（博士課程前期）入学試験問題

地球惑星システム学プログラム

専門科目

[4] 以下の問1から問3に答えよ。

問1 次の文章を読み、問（1）と（2）に答えよ。

コンドライトは **ア** と呼ばれる球状の物体を含む **イ** 化隕石である。コンドライトは主にカンラン石、輝石、長石、金属鉄、硫化鉄、コンドリュールガラス、それらに加えて **ウ** や **エ** といった難揮発性元素を多く含む CAIs で構成されている。一方、エコンドライトは **オ** を経験した **カ** 化隕石であり、その熱源は短寿命放射性核種の **キ** 熱や衝突による加熱である。コンドライトは構成物質の違いにより大きく **ク** コンドライト、炭素質コンドライト、**ケ** コンドライトに分けられる。**ク** コンドライトは地球上で最も数多く発見された隕石で、**ケ** コンドライトはその酸素同位体比が地球の物質と類似する。多くのコンドライトはその母天体上で **コ** 変成或いは **サ** 変成を経験しており、その度合いは岩石学タイプと呼ばれる指標により分類される。例えば、最も強い **サ** 変成を経験したコンドライトは岩石学タイプ1、**コ** と **サ** のいずれの変成作用も免れたコンドライトは岩石学タイプ **シ** に分類される。

(1) 文章中の **ア** ～ **シ** に当てはまる最も適当な語或いは数字を答えよ。

(2) 下線部の CAIs には含まれない鉱物を以下の一覧から4つ選べ。

コランダム ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ )、トロイライト ( $\text{FeS}$ )、石英 ( $\text{SiO}_2$ )、ファヤライト ( $\text{Fe}_2\text{SiO}_4$ )、ヒボナイト ( $\text{CaAl}_2\text{O}_7$ )、カオリナイト ( $\text{Al}_4\text{Si}_4\text{O}_{10}(\text{OH})_8$ )

問2 次の文章を読み、問（1）と（2）に答えよ。

火星の南北極の極冠は、季節変動する  $\text{CO}_2$  氷（ドライアイス）の層と、その下に広がる  $\text{H}_2\text{O}$  氷（水氷）を含む凍土層からなる。探査機によるレーダー観測で、南北極冠の  $\text{H}_2\text{O}$  氷の総量が見積もられている。

(1) 下線部について、南北極冠の  $\text{H}_2\text{O}$  氷の体積をそれぞれ  $1.6 \times 10^6 \text{ km}^3$ 、 $1.5 \times 10^6 \text{ km}^3$  と見積もったとき、この氷を全て溶かすと地表を何 km 覆うか（全球平均水深）を求めよ。ただし、火星を半径 3400 km の球体とみなして良い。また  $\text{H}_2\text{O}$  の体積変化は無視できるものとする。計算の過程も含めて解答し、有効数字は2桁とする。

(2) (1) で見積もった全球平均水深は現在の表層水量（下限値）である。かつての水の大部分は宇宙空間への散逸により失われた。一般に、散逸を経験した系では、残された水の同位体比は質量分別効果により「重く」変化する。火星の表層水がレイリー分別モデルに従って散逸したと仮定すれば、その水素安定同位体比 (D/H) と残された水の量には以下の関係が成り立つ：

$$\frac{\text{現在の D/H}}{\text{初期の D/H}} = \left( \frac{\text{現在の表層水量}}{\text{初期の表層水量}} \right)^{f-1}$$



令和3年10月及び令和4年4月入学  
広島大学大学院先進理工系科学研究科（博士課程前期）入学試験問題

地球惑星システム学プログラム 専門科目

ただし、 $f$ は同位体分別係数。火星探査機および火星隕石の測定から、現在の  $D/H = 1.10 \times 10^{-3}$ 、41億年前の  $D/H = 2.20 \times 10^{-4}$  であった。分別係数  $f = 0.02$  とし、41億年前の火星の表層水量（全球平均水深）が何 km であったか求めよ。（1）と同様、火星を半径 3400 km の球体とみなす。計算の過程も含めて解答し、有効数字は2桁とする。また、必要に応じて、以下の数値を用いてよい。 $5^{0.98} = 4.84$ 、 $5^{0.99} = 4.92$ 、 $5^{1.01} = 5.08$ 、 $5^{1.02} = 5.16$

問3 次の文章を読み、問（1）～（3）に答えよ。

地球上に常に降下している宇宙塵は、我々が入手することが可能な始原小天体物質の一つである。このうち、成層圏で採取できるものを **ア**、南極の雪や氷から採取できるものを **イ** とよんで区別している。宇宙塵は **ウ** を起源とするもの、**エ** を起源とするものがあるが、特に、多孔質で脆く、微粒子から構成される宇宙塵は **ウ** 起源と考えられている。**ウ** 起源の宇宙塵は炭素量が 12%以上と高く、GEMS と呼ばれる **オ** 質ケイ酸塩を含む。また、<sup>(a)</sup>始原的な炭素質コンドライト中の有機物に観察される **カ** と **キ** の同位体濃集が見られるため、宇宙塵は **ウ** と **エ** との関係を明らかにする手がかりとしても重要な地球外物質である。

NASA の <sup>(b)</sup>探査機スターダストによって採取された 81P/ウィルド 2 彗星の塵に含まれる有機物は、始原的な炭素質コンドライト中の不溶性有機物よりも不均一な組成をもち、**ク**、**ケ** を含む官能基に富むことが知られている。また、ヨーロッパ宇宙機関の探査機ロゼッタに搭載された質量分析計により、67P/チュリュモフ・ゲラシメンコ彗星の塵の Na/Mg 比は炭素質コンドライトのものより **コ** 小く、有機物の H/C 比は炭素質コンドライトのものより **コ** 大いことが明らかとなっている。

（1）文章中の **ア** ～ **コ** に当てはまる最も適切な語を答えよ。

（2）下線部（a）について、始原的な炭素質コンドライトから検出されていない有機化合物を以下の一覧から全て選べ。

グリシン、酢酸、アデニン、タンパク質、ナフタレン、乳酸、DNA

（3）下線部（b）について、塵の採取には超低密度多孔質シリカエアロゲルが用いられた。このような特殊な材料が用いられたのはなぜか。シリカエアロゲルの特徴を踏まえて理由を述べよ。

令和3年10月及び令和4年4月入学  
 広島大学大学院先進理工系科学研究科（博士課程前期）入学試験問題

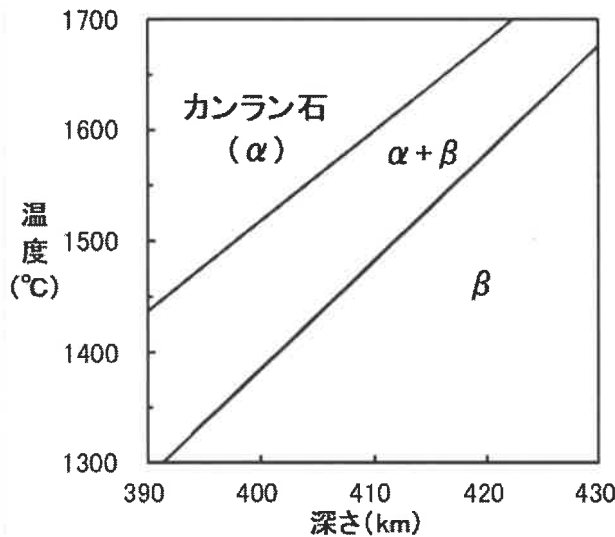
地球惑星システム学プログラム

専門科目

[5] 以下の間に答えよ。

問 以下の問（1）～（6）に答えよ。

- (1) 化学組成が  $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$  で、単位格子体積が  $290 \text{ \AA}^3$  であるカンラン石の密度を計算せよ。単位格子中に含まれる分子数は4である。また、計算にはO, Mg, Siの原子量としてそれぞれ16, 24, 28を、アボガドロ数として  $6 \times 10^{23}$  を用いること。単位は  $\text{g/cm}^3$  とし、有効数字2桁で答えよ。計算の過程も示すこと。
- (2) マントル捕獲岩に含まれるマントルカンラン石の密度は、 $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$  組成のカンラン石より約4%大きい。その理由を説明せよ。
- (3) 図に示すようにマントルカンラン石は深さ約410 kmにおいて高压鉱物  $\beta$  へ相転移する。この高压鉱物  $\beta$  の鉱物名を答えよ。



図：マントルカンラン石組成の相図。Katsura et al. (2010) に基づいて作成。

- (4) 410 km 地震波不連続面の深さとマントルカンラン石組成の相図を比較することにより地球内部の温度を推定することができる。上の図に基づくと深さ410 kmにおける温度は何℃となるか10℃の精度で答えよ。
- (5) 410 km 地震波不連続面の深さは、沈み込むスラブへ近づくと浅くなる。その理由を地球内部の温度とクラペイロン勾配を用いて説明せよ。
- (6) マントル遷移層内を沈み込む太平洋スラブ中に、カンラン石が準安定に存在する可能性が指摘されている。このカンラン石が高压鉱物  $\beta$  へ相転移しない理由を相転移の速度論の観点から説明せよ。

令和3年10月及び令和4年4月入学  
 広島大学大学院先進理工系科学研究科（博士課程前期）入学試験問題

地球惑星システム学プログラム

専門科目

[6] 以下の間に答えよ。

問 次の文章を読み、以下の問（1）～（3）に答えよ。

等方体内を伝播する弾性波について考える。 $\mathbf{x}$  を変位を表すベクトル、 $t$  を時間とすると、弾性体を伝播する平面波  $u_j(\mathbf{x}, t)$  は、振幅  $A_j$ 、波数ベクトル  $\mathbf{q}$ （波数  $q = |\mathbf{q}|$ ）、振動数  $\omega$  を用いて

$$u_j(\mathbf{x}, t) = A_j \exp\{-i(\mathbf{q}\mathbf{x} - \omega t)\} = A_j \exp\{-i(q(n_1x_1 + n_2x_2 + n_3x_3) - \omega t)\}$$

と表すことができる。 $i$  は虚数単位である。この波は  $\mathbf{n} = \mathbf{q}/q = (n_1, n_2, n_3)$  で定まる進行方向に速度  $v = \omega/q$  で進む。

連続体の運動方程式とフックの法則を組み合わせることで、この平面波の振幅と速度について、Kelvin-Christoffel 方程式

$$\begin{pmatrix} \Gamma_{11} - \rho v^2 & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} - \rho v^2 & \Gamma_{23} \\ \Gamma_{31} & \Gamma_{32} & \Gamma_{33} - \rho v^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{pmatrix} = 0$$

が得られる。ここで  $\rho$  は密度、 $\Gamma_{ik}$  は Kelvin-Christoffel stiffness である。

(1) 等方体の Kelvin-Christoffel stiffness  $\Gamma$  は、ラーメの定数  $\lambda$  と  $\mu$  を用いて

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} & \Gamma_{23} \\ \Gamma_{31} & \Gamma_{32} & \Gamma_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n_1^2(\lambda + 2\mu) + (n_2^2 + n_3^2)\mu & n_1n_2(\lambda + \mu) & n_3n_1(\lambda + \mu) \\ n_1n_2(\lambda + \mu) & n_2^2(\lambda + 2\mu) + (n_3^2 + n_1^2)\mu & n_2n_3(\lambda + \mu) \\ n_3n_1(\lambda + \mu) & n_2n_3(\lambda + \mu) & n_3^2(\lambda + 2\mu) + (n_1^2 + n_2^2)\mu \end{pmatrix}$$

と書ける。進行方向が  $(1, 1, 0)$  と平行な波について、 $\Gamma$  をラーメの定数を用いて表せ。

(2) Kelvin-Christoffel 方程式を解くことは、行列  $\Gamma$  の固有値  $\rho v^2$ 、固有ベクトル  $\mathbf{A}$  を求めることと等しい。(1) で求めた  $\Gamma$  の、固有値と固有ベクトルを求めよ。

(3) (2) の結果より、等方体を伝播する縦波と横波の速度をラーメの定数を用いて答えよ。縦波とは進行方向と同じ方向に振動する波のことであり、 $\mathbf{A} \parallel \mathbf{n}$  なる固有ベクトル  $\mathbf{A}$  に対応する固有値からその速度を求めることができる。横波は進行方向と直交方向に振動する波である。