

2021年10月入学, 2022年4月入学 (October 2021 and April 2022 Admission)
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
問題用紙

Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)
Question Sheets

(2021年8月26日実施 / August 26, 2021)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 I) Informatics and Data Science I	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

試験時間 : 9時00分~11時00分 (Examination Time : From 9:00 to 11:00)

受験上の注意事項

1. この問題用紙は表紙を含み5枚あります。
2. 表紙および各ページに, 受験番号を記入してください。
3. これは問題用紙です。解答は別冊の解答用紙に記入してください。
4. 解答が書ききれないときは, 同じ用紙の裏面を利用しても構いません。ただし, その場合は「裏に続く」などと記入して裏面に記載したことが分かるようにしてください。
5. すべての問題に解答してください。
6. 問題用紙は解答用紙とともに回収します。
7. 質問あるいは不明な点がある場合は手を挙げてください。

Notices

1. There are 5 question sheets including a front sheet.
2. Fill in your examinee's number in the specified positions in this cover and each question sheet.
3. This examination booklet consists of only question sheets. Use other separate sheets for answers.
4. If the space is exhausted, use the reverse side of the sheet and write down "to be continued" on the last line of the sheet.
5. Answer all the questions.
6. Return these question sheets together with the answer sheets.
7. Raise your hand if you have any questions.

2021年10月入学, 2022年4月入学(October 2021 and April 2022 Admission)
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期(一般選抜)専門科目入学試験問題
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2021年8月26日実施 / August 26, 2021)

試験科目 Subject	情報科学(専門科目 I) Informatics and Data Science I	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	--	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 1 (Question 1)

(1) $A = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha \\ \alpha & 0 \end{bmatrix}$ のすべての固有値と固有ベクトルを求めよ。ただし, $\alpha \neq 0$ は実数とする。

(2) A^k を求めよ。ただし, k は正の整数とする。

(3) 実正方行列 X に対して, 行列の指数関数を

$$\exp(X) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} X^k = E + X + \frac{1}{2!} X^2 + \dots$$

で定義する。これは, すべての行列 X に対して収束することが知られている。ただし, E は単位行列である。

$\exp(A) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ となることを示せ。

(1) Find all the eigenvalues of a matrix $A = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha \\ \alpha & 0 \end{bmatrix}$ and the corresponding eigenvectors. Here $\alpha \neq 0$ is a real number.

(2) Find A^k . Here k is a positive integer.

(3) For real square matrix X , exponential function is defined as

$$\exp(X) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} X^k = E + X + \frac{1}{2!} X^2 + \dots$$

It is known that this function converges for all matrices X . Here E is the identify matrix.

Show that $\exp(A) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$.

2021 年 10 月入学, 2022 年 4 月入学 (October 2021 and April 2022 Admission)
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2021 年 8 月 26 日実施 / August 26, 2021)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 I) Informatics and Data Science I	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 2 (Question 2)

2 変数関数 $F(x, y) = x^2 + 2\beta xy + y^2$ について以下の問いに答えよ.

- (1) $(x, y) \neq (0, 0)$ において $F(x, y) > 0$ となる β の範囲を求めよ.
- (2) β が (1) の範囲内にあるとして, 以下の広義積分の値を求めよ.

$$\lim_{\epsilon \rightarrow +0} \iint_{D_\epsilon} \log \sqrt{F(x, y)} \, dx dy$$

ただし, $\epsilon > 0$, $D_\epsilon = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \epsilon^2 \leq F(x, y) \leq 1\}$.

Answer the following questions for a function of two variables $F(x, y) = x^2 + 2\beta xy + y^2$.

- (1) Determine the range of β so that $F(x, y) > 0$ at $(x, y) \neq (0, 0)$.
- (2) Under the assumption that β is in the range of the question (1), evaluate the following improper integral.

$$\lim_{\epsilon \rightarrow +0} \iint_{D_\epsilon} \log \sqrt{F(x, y)} \, dx dy,$$

where $\epsilon > 0$ and $D_\epsilon = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \epsilon^2 \leq F(x, y) \leq 1\}$.

2021 年 10 月入学, 2022 年 4 月入学 (October 2021 and April 2022 Admission)
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2021 年 8 月 26 日実施 / August 26, 2021)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 I) Informatics and Data Science I	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 3 (Question 3)

X, Y, Z は 0,1 の値をとる離散型確率変数である. その同時確率関数 $p(x, y, z) = P(X = x, Y = y, Z = z)$ を次のように与える.

$$\begin{aligned} p(0, 0, 0) = u_{000}, & \quad p(0, 0, 1) = u_{001}, & \quad p(0, 1, 0) = u_{010}, & \quad p(0, 1, 1) = u_{011}, \\ p(1, 0, 0) = u_{100}, & \quad p(1, 0, 1) = u_{101}, & \quad p(1, 1, 0) = u_{110}, & \quad p(1, 1, 1) = u_{111}. \end{aligned}$$

このとき以下の設問に答えよ.

- (1) 確率 $P(X = 0)$ および平均 $E[X]$, 分散 $\text{Var}[X]$ を求めよ.
- (2) 確率 $P(X = 0, Y = 0)$ を求めよ.
- (3) 条件付き確率 $P(X = 0 | Y = 0)$ および $P(X = 0 | Y = 0, Z = 0)$ を求めよ.
- (4) 確率変数 $H = X + Y + Z$ に対する確率母関数 $G(z) = E[z^H]$ を求めよ. ここで z は任意の実数である.
- (5) $u_{000} = u_{010} = u_{011} = u_{100} = u_{101} = u_{111} = 0$ のとき $E[z^H] = E[z^X]E[z^Y]E[z^Z]$ となる u_{001}, u_{110} の値を求めよ.

Let X, Y and Z be discrete random variables taking values 0, 1. The joint probability mass function $p(x, y, z) = P(X = x, Y = y, Z = z)$ is given by

$$\begin{aligned} p(0, 0, 0) = u_{000}, & \quad p(0, 0, 1) = u_{001}, & \quad p(0, 1, 0) = u_{010}, & \quad p(0, 1, 1) = u_{011}, \\ p(1, 0, 0) = u_{100}, & \quad p(1, 0, 1) = u_{101}, & \quad p(1, 1, 0) = u_{110}, & \quad p(1, 1, 1) = u_{111}. \end{aligned}$$

Answer the following questions.

- (1) Find the probability $P(X = 0)$, the mean $E[X]$ and the variance $\text{Var}[X]$.
- (2) Find the probability $P(X = 0, Y = 0)$.
- (3) Find the conditional probabilities $P(X = 0 | Y = 0)$ and $P(X = 0 | Y = 0, Z = 0)$.
- (4) Find the probability generating function for the random variable $H = X + Y + Z$; $G(z) = E[z^H]$ where z is any real number.
- (5) Find the values of u_{001} and u_{110} such that $E[z^H] = E[z^X]E[z^Y]E[z^Z]$ when $u_{000} = u_{010} = u_{011} = u_{100} = u_{101} = u_{111} = 0$.

2021年10月入学, 2022年4月入学 (October 2021 and April 2022 Admission)
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2021年8月26日実施 / August 26, 2021)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 I) Informatics and Data Science I	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 4 (Question 4)

平面的グラフの次のような自然な一般化を考えよう。グラフ G は、ユークリッド平面上に各辺が高々 1 本の他の辺と交差するように描画できるとき **1-平面的** であるという。ただし任意の 3 辺が 1 点で交差することは許されないものとする。

- (1) 1-平面的ではあるけれども平面的ではないグラフの例を示しなさい。ただし、そのグラフが平面的ではないことの理由も付記すること。
- (2) 定義より、任意の平面的グラフは 1-平面的でもある。頂点数 6 以下の任意のグラフが 1-平面的であることを証明しなさい。
- (3) 任意の 1-平面的グラフの点彩色数は高々 6 であることが知られている。(1) で答えたグラフを色集合 $\{a, b, c, d, e, f\}$ を使って点彩色しなさい。ただし隣接する任意の 2 頂点が異なる色で塗られていないものとする。

Let us consider the following natural generalization of planar graphs. A graph is said to be **1-planar** if it can be drawn in the Euclidean plane in such a way that each edge has at most one crossing point with other edge and any three edges do not cross at a point.

- (1) Give an example of 1-planar graph which is not planar, with a certification of non-planarity.
- (2) By definition, any planar graph is 1-planar. Prove that any graph with at most six vertices is 1-planar.
- (3) It is known that the chromatic number of any 1-planar graph is at most six. Give a vertex coloring of the graph illustrated in (1) with a set of colors $\{a, b, c, d, e, f\}$ in such a way that any two adjacent vertices are given different colors.

2021年10月入学, 2022年4月入学 (October 2021 and April 2022 Admission)
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
問題用紙

Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)
Question Sheets

(2021年8月26日実施 / August 26, 2021)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

試験時間 : 13時30分~15時30分 (Examination Time : From 13:30 to 15:30)

受験上の注意事項

1. この問題用紙は表紙を含み9枚あります。
2. 表紙および各ページに, 受験番号を記入してください。
3. これは問題用紙です。解答は別冊の解答用紙に記入してください。
4. 解答が書ききれないときは, 同じ用紙の裏面を利用しても構いません。ただし, その場合は「裏に続く」などと記入して裏面に記載したことが分かるようにしてください。
5. 問題1~6の中から3問選択して解答してください。これに加えて, 問題7に解答してください。解答は問題番号順に並んでいなくても構いませんが, 必ず問題番号を記載して解答してください。なお, 選択した問題は, 解答用紙表紙の選択欄に○印を付けてください。
6. 問題用紙は解答用紙とともに回収します。
7. 質問あるいは不明な点がある場合は手を挙げてください。

Notices

1. There are 9 question sheets including a front sheet.
2. Fill in your examinee's number in the specified positions in this cover and each question sheet.
3. This examination booklet consists of only question sheets. Use other separate sheets for answers.
4. If the space is exhausted, use the reverse side of the sheet and write down "to be continued" on the last line of the sheet.
5. Select 3 questions from Question 1 through Question 6 and answer these questions. Also answer Question 7 in addition to the selected 3 questions. Never fail to fill in the Question Number in each answer sheet. Moreover, mark the Question Number that you have selected with a circle in the Mark Column in the Table on the cover of the answer sheets.
6. Return these question sheets together with the answer sheets.
7. Raise your hand if you have any questions.

試験科目 Subject	情報科学(専門科目II) Informatics and Data Science II	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 1 (Question 1)

n ビット幅のメモリの各ワードにおいて高々1ビット誤りの可能性があるとする。次の問い(1)–(3)に答えよ。

- (1) 8ビットメモリに1ビットのパリティビットを付加し、この値を8ビットすべての排他的論理和とすることにより、1ビットの誤り検出が実現できる。同様に、4ビットのパリティビット P_1, P_2, P_3, P_4 を用いて、各 P_i ($1 \leq i \leq 4$) に適切な排他的論理和を設定することにより、12ビット(8ビットメモリ+4ビットパリティ)の1ビット誤り訂正が実現できる。これを実現するために、次の表の P_3, P_4 に適切な排他的論理和を計算するビットにチェック印を入れ、それを解答用紙に転写せよ。

	1	2	3	4	5	6	7	8
P_1	✓	✓	✓				✓	✓
P_2	✓			✓	✓		✓	✓
P_3								
P_4								

- (2) $d = (10111100)$ をメモリに記憶する場合の各 P_i ($1 \leq i \leq 4$) の値を(1)に基づいて示し、パリティを含めた12ビットの $d + P_1P_2P_3P_4$ に1ビット誤りが起こった場合にどのようにして訂正できるかを、例を用いて説明せよ。
- (3) パリティビット4ビットのまま、パリティビットを含めて最大何ビット幅のメモリまで1ビット誤りを訂正できるか説明せよ。

Assume at most a single-bit error in a word of n -bit width memory. Answer the following questions (1)–(3).

- (1) It is possible to detect a single-bit error in an 8bit memory using an additional parity bit of which value is obtained by exclusive-or for all 8bits. Similarly, it is possible to correct a single-bit error using four additional parity bits P_1, P_2, P_3, P_4 , of which values are obtained by exclusive-or for relevant selected bits in 12bit width memory (8bit memory + 4bit parity). In order to realize such error correction, show the settings of exclusive-or for P_3 and P_4 by entering checks in the following table, and then copy it in your answer sheet for this problem.

	1	2	3	4	5	6	7	8
P_1	✓	✓	✓				✓	✓
P_2	✓			✓	✓		✓	✓
P_3								
P_4								

- (2) Based on (1), show values of P_i ($1 \leq i \leq 4$) in case of storing $d = (10111100)$. Then, explain how to correct a single bit error in $d + P_1P_2P_3P_4$ that is a 12bit value containing parity bits by using an example.
- (3) By using the four parity bits and a single-bit error correction, show and explain the maximum number of memory width containing parity bits.

2021 年 10 月入学, 2022 年 4 月入学 (October 2021 and April 2022 Admission)
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2021 年 8 月 26 日実施 / August 26, 2021)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 2 (Question 2)

集合の中で i 番目に小さい要素を探すアルゴリズムを $\text{Select}(A, p, r, i)$ に示す. $\text{Select}(A, p, r, i)$ は配列 A の部分配列 $A[p]$ から $A[r]$ のうち i 番目に小さい要素を返す. ただし, 集合の要素は配列 A に整列せずに置かれているとする. また, 配列 A の先頭要素を $A[1]$ で表す.

- (1) 配列 $A = \{35, 19, 3, 12, 6, 20, 5, 30, 34, 17\}$ に対して $\text{Select}(A, 1, 10, 3)$ が返す値を書け.
- (2) (1) の配列 A に対して $\text{Select}(A, 1, 10, 3)$ を呼び出すと, Select が再帰的に呼び出される. 最初の呼び出しを含めて, Select の呼び出しごとのパラメータ A, p, r, i の値を書け. ただし, 配列 A についてはすべての要素を書くこと.
- (3) 空欄 1 2 3 を適切に埋めよ.
- (4) 昇順に整列された n 要素の配列 A をパラメータにして $\text{Select}(A, 1, n, 1)$ が呼び出されたとき, Partition の 4 行目の比較が行われる回数を数えよ.
- (5) n 個の要素の集合に対する Select の期待計算時間をビッグ O 記法で示し, その理由を簡潔に説明せよ.

$\text{Select}(A, p, r, i)$ is an algorithm to find the i -th smallest element in a set. $\text{Select}(A, p, r, i)$ returns the i -th smallest element in the subarray $A[p]$ to $A[r]$ of array A . We assume that the set is not sorted and resides in array A . The first element of array A is represented by $A[1]$.

- (1) For array $A = \{35, 19, 3, 12, 6, 20, 5, 30, 34, 17\}$, show the return value of $\text{Select}(A, 1, 10, 3)$.
- (2) When we call $\text{Select}(A, 1, 10, 3)$ for array A shown in (1), Select is called recursively. Describe the values of parameters A, p, r , and i for each recursive call of Select , including the first call. All elements of array A should be described.
- (3) Fill blanks 1 2 3 , appropriately.
- (4) Count the number of comparisons on the 4th line of Partition , when $\text{Select}(A, 1, n, 1)$ is called with sorted array A of n elements in ascending order.
- (5) Show the expected time complexity of Select for a set of n elements, using big- O notation. Explain the reason of the complexity, briefly.

$\text{Select}(A, p, r, i)$

```

if  $p == r$ 
    return  $A[p]$ 
 $q = \text{Partition}(A, p, r)$ 
 $k = q - p + 1$ 
if  $i == k$ 
    return  $A[q]$ 
else if  1
    return  $\text{Select}(A, p, q - 1, \text{ 2})$ 
else
    return  $\text{Select}(A, q + 1, r, \text{ 3})$ 
    
```

$\text{Partition}(A, p, r)$

```

 $x = A[r]$ 
 $i = p - 1$ 
for  $j = p$  to  $r - 1$ 
    if  $A[j] \leq x$  // 4th line
         $i = i + 1$ 
        exchange  $A[i]$  with  $A[j]$ 
exchange  $A[i + 1]$  with  $A[r]$ 
return  $i + 1$ 
    
```


(2021 年 8 月 26 日実施 / August 26, 2021)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 3 (Question 3)

以下の一連の処理 a~c は, N が正の奇数の場合, $N \times N$ の魔方陣を作る手続きの一つである. この手続きを C 言語のプログラムにしたものの実行結果を図 1 に, そのソースコードを図 2 に示す (このプログラムは正の奇数が入力されたときのみ正しく動作する). なお, 魔方陣とは, 図 1 に示すもののように, $N \times N$ 個の正方形の方陣に数字を配置し, 縦・横・対角線のいずれの列についても, その列の数字の合計が同じになるものことである. 特に 1 から方陣のマスの総数 N^2 までの数字を 1 つずつ過不足なく使ったものを言う.

[処理 a] 一番上の段の中央のセルに 1 を入れる

[処理 b] 前のステップで入れたセルの右上のセルに次の数を入れる. 右上が埋まっているなら, 前のステップで入れたセルの下にセルに次の数を入れる

[処理 c] 最後の数 (N^2) を入れるまで処理 b を繰り返す.

ただし, 最上段のセルのさらに上は最下段のセル, 最下段のセルのさらに下は最上段のセル, 一番右のセルのさらに右は一番左のセルとなる. 以下の問いに答えよ.

- (1) $N = 3$ のとき, 上記の手続きで作成される魔方陣を答えよ.
- (2) 図 2 のプログラムの空欄 (2-1)~(2-9) をすべて答えよ. ((2-1) は 3 箇所に現れ, すべてに同じものが入る)

The series of operations a-c in the following is a procedure for constructing an $N \times N$ magic square when N is a positive odd number. Figure 1 shows an execution result of this procedure as a C program, and Figure 2 shows the source code (this program will only work correctly when a positive odd number is entered). A magic square is, like a square shown in Figure 1, a square with $N \times N$ numbers in it, and the sums of the numbers in each row, each column, and each diagonal are the same. In particular, it uses all the numbers from 1 to N^2 in the square without any excess or deficiency.

[operation a] Put 1 in the top-center cell.

[operation b] Put the next number in the cell to the upper-right of the cell filled in the previous step. If the upper-right cell is occupied, put the next number in the cell below the one filled in the previous step.

[operation c] Repeat operation b until you fill the last number (N^2).

However, the further up of the top row becomes the bottom row, the further down of the bottom row becomes the top row, and the further right of the rightmost column becomes the leftmost column. Answer the following questions.

- (1) For $N = 3$, answer the magic square created by the above procedure.
- (2) Answer all the blanks (2-1) to (2-9) in the program shown in Figure 2. ((2-1) appears in three places, all of which contain the same thing.)

```

input a positive odd number: 5
+-----+
| 17| 24|  1|  8| 15|
+-----+
| 23|  5|  7| 14| 16|
+-----+
|  4|  6| 13| 20| 22|
+-----+
| 10| 12| 19| 21|  3|
+-----+
| 11| 18| 25|  2|  9|
+-----+
```

図 1 (Figure 1) an execution result of the program

```

1 #include <stdio.h>
2 #include <stdlib.h>
3
4 int main(void) {
5     int n, **array = NULL;
6     int i, j; // the position of the target cell
7     int nexti, nextj; // the next position of the target cell
8     int size; // the size of the magic square
9
10    /* ask the size of the magic square */
11    printf("input a positive odd number:");
12    scanf("%d", &size);
13
14    /* dynamically allocate an array for the magic square */
15    array = (int **)malloc(sizeof(int *) * (2-1));
16    if (array == NULL) return -1;
17    for (i = 0; i < (2-1); i++) {
18        array[i] = (int *)malloc(sizeof(int) * (2-1));
19        if (array[i] == NULL) return -1;
20    }
21
22    /* initialize the array for the magic square */
23    for (i = 0; i < size; i++) {
24        for (j = 0; j < size; j++) {
25            array[i][j] = 0;
26        }
27    }
28
29    /* make a magic square */
30    /* set the initial position to the top-center cell */
31    i = 0;
32    j = size / 2;
33    for (n = 1; n <= (2-2); n++) {
34        array[i][j] = n;
35        /* get the position of the upper-right cell*/
36        if ((nexti = i - 1) < 0) // set the next position to the upper row and check whether it is over the
            top edge or not
37            nexti = (2-3); // if the next position is over the top edge, move it to the bottom row
38        if ((nextj = j + 1) >= size) // set the next position to the right column and check whether it is
            over the right edge
39            nextj = (2-4); // if the next position is over the right edge, move it to the leftmost
            column
40        /* determine whether the target cell moves to the upper-right cell or the lower cell */
41        if (array[nexti][nextj] == (2-5)) { // check the upper-right cell is occupied or not?
42            /* move to the right upper cell */
43            i = (2-6);
44            j = (2-7);
45        } else {
46            /* move to the lower cell */
47            if ((2-8) // set the next position to the lower row and check whether it is over the
                bottom edge or not
48                i = 0; // if the next position is over the bottom edge, move it to the top row
49        }
50    }
51
52    /* display the magic square*/
53    for (i = 0; i < size; i++) {
54        printf("+");
55        for (j = 0; j < size; j++) printf("----");
56        printf("\n");
57        for (j = 0; j < size; j++) printf("%3d", (2-9)); // display the number
58        printf("\n");
59    }
60    printf("+");
61    for (j = 0; j < size; j++) printf("----");
62    printf("\n");
63    return 0;
64 }

```

图 2 (Figure 2) the C source code of the program

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 4 (Question 4)

n ビットポップカウント回路 P_n は, n ビットの入力 $X = x_0x_1 \cdots x_{n-1}$ と m ビットの出力 $S = s_{m-1} \cdots s_1s_0$ をもつ. ここで, m は $n \leq 2^m - 1$ を満たす最小の整数である. このポップカウント回路は, 入力の 1 の個数を求め, その値を 2 進数で出力する. 例えば, P_7 は, 入力が $X = 1101111$ のとき, 1 の個数が 6 なので, 出力は $S = 110$ となる.

- (1) P_3 の真理値表 (図 1) を完成させよ.
- (2) 2 個の 2 ビットの 2 進数 $A = a_1a_0$ と $B = b_1b_0$, および 1 ビットの 2 進数 $C = c_0$ を入力し, 合計 $A + B + C$ を求め, その値を 3 ビットの 2 進数 $S = s_2s_1s_0$ で出力する回路を設計したい. 例えば, 入力 $A = 10$, $B = 01$, $C = 1$ のとき, $S = 100$ が出力される. この回路を 2 個の P_3 を用いて設計せよ. P_3 の回路記号 (図 2) を用いた回路図を図示すること.
- (3) 4 個の P_3 を用いて P_7 を設計せよ.
- (4) 2 個の P_7 と 3 個の P_3 を用いて P_{15} が設計できることを説明せよ.
- (5) P_{2^m-1} ($m \geq 2$) を P_3 のみ用いて設計することができる. P_{2^m-1} を設計するのに必要な P_3 の個数を示せ. (ヒント: 2 個の $P_{2^{m-1}-1}$ と複数の P_3 を用いて P_{2^m-1} を設計することができる.)

An n -bit popcount circuit P_n has n -bit input $X = x_0x_1 \cdots x_{n-1}$ and m -bit output $S = s_{m-1} \cdots s_1s_0$, where m is the minimum integer satisfying $n \leq 2^m - 1$. A popcount circuit counts the number of 1's in the input and outputs the resulting value as a binary number. For example, P_7 outputs $S = 110$ for an input $X = 1101111$, because the number of 1's is 6.

- (1) Complete the truth table (Figure 1) of P_3 .
- (2) Let us design a circuit such that, for two 2-bit binary numbers $A = a_1a_0$ and $B = b_1b_0$, and a 1-bit binary number $C = c_0$, the sum $A + B + C$ is computed, and the resulting sum is output as a 3-bit binary number $S = s_2s_1s_0$. For example, for inputs $A = 10$, $B = 01$, and $C = 1$, it outputs $S = 100$. Design this circuit using two P_3 's. The circuit symbol of P_3 (Figure 2) should be used.
- (3) Design P_7 using four P_3 's.
- (4) Explain that P_{15} can be designed using two P_7 's and three P_3 's.
- (5) P_{2^m-1} ($m \geq 2$) can be designed using only P_3 's. Show the number of P_3 's necessary to design P_{2^m-1} . (Hint: P_{2^m-1} can be designed using two $P_{2^{m-1}-1}$'s and multiple P_3 's.)

$x_0x_1x_2$	s_1s_0
000	
001	
010	
⋮	

図 1: P_3 の真理値表

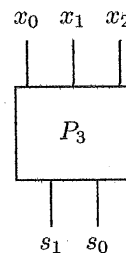


図 2: P_3 の回路記号

Figure 1: The truth table for P_3 Figure 2: The circuit symbol of P_3

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 5 (Question 5)

単純回帰モデル $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$ ($i = 1, \dots, n$) を考える。ただし, α は切片, β は回帰係数, $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ は互いに独立に平均 0, 分散 σ^2 の正規分布に従う確率変数である。以下では, 簡略化のために, $\alpha = 0$, σ^2 は既知であると仮定する。説明変数 x_i はランダムではなく, 固定であると仮定する。なお, 平均 0, 分散 σ^2 の正規分布の確率密度関数 $f(u)$ は以下である。

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{u^2}{2\sigma^2}}$$

- (1) 単回帰モデルでの尤度関数 $L(\beta)$ の対数を求めよ。
- (2) 最尤法による β の推定量が, $\hat{\beta} = \sum_{i=1}^n Y_i x_i / \sum_{i=1}^n x_i^2$ で表されることを示せ。
- (3) $\hat{\beta}$ の不偏性を示せ。つまり, $\mathbb{E}[\hat{\beta}] = \beta$ を示せ。
- (4) $\hat{\beta}$ の分散が, $\text{Var}[\hat{\beta}] = \mathbb{E}[(\hat{\beta} - \mathbb{E}[\hat{\beta}])^2] = \sigma^2 / \sum_{i=1}^n x_i^2$ で表されることを示せ。

Consider the simple linear regression model $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$ ($i = 1, \dots, n$), where α is the intercept, β is the regression coefficient, $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ are independent normally distributed random variables with mean 0 and variance σ^2 . In the following, for simplicity, it is assumed that $\alpha = 0$, and σ^2 is known. It is supposed that the explanatory variable x_i is not a random variable and it is fixed. Note that the probability density function $f(u)$ of the normal distribution with mean 0 and variance σ^2 is

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{u^2}{2\sigma^2}}.$$

- (1) Write down the log of the likelihood function $L(\beta)$ for the simple linear regression model.
- (2) Show that the maximum likelihood estimator $\hat{\beta}$ is given by $\hat{\beta} = \sum_{i=1}^n Y_i x_i / \sum_{i=1}^n x_i^2$.
- (3) Show that the bias of $\hat{\beta}$ is zero, i.e. $\mathbb{E}[\hat{\beta}] = \beta$.
- (4) Show that the variance of $\hat{\beta}$ is given by $\text{Var}[\hat{\beta}] = \mathbb{E}[(\hat{\beta} - \mathbb{E}[\hat{\beta}])^2] = \sigma^2 / \sum_{i=1}^n x_i^2$.

試験科目	情報科学 (専門科目 II)
Subject	Informatics and Data Science II

プログラム	情報科学	受験番号	M
Program	Informatics and Data Science	Examinee's Number	

問題 6 (Question 6)

- (1) 入力実数ベクトル \mathbf{x}_i ($i = 1, \dots, N$) とそれに対する教師信号 $t_i \in \{1, 0\}$ ($i = 1, \dots, N$) が与えられたとき, 次式のような分類モデルを考える.

$$P(t_i = 1|\mathbf{x}_i) = \sigma(f(\mathbf{x}_i)), \quad P(t_i = 0|\mathbf{x}_i) = 1 - \sigma(f(\mathbf{x}_i))$$

ここで, $\sigma(\cdot)$ はシグモイド関数すなわち $\sigma(a) = \frac{1}{1+e^{-a}}$ を示す. また, $f(\mathbf{x}_i)$ は入力ベクトル \mathbf{x}_i と重みパラメータベクトル \mathbf{w} の内積すなわち $f(\mathbf{x}_i) = \mathbf{w}^T \mathbf{x}_i$ とする. いま, 次式のような負の対数尤度について考える.

$$E = - \sum_{i=1}^N \{t_i \log \sigma(f(\mathbf{x}_i)) + (1 - t_i) \log(1 - \sigma(f(\mathbf{x}_i)))\} \quad (\text{a})$$

このとき, 次式が成り立つことを示せ.

$$\frac{\partial E}{\partial \mathbf{w}} = \sum_{i=1}^N (\sigma(f(\mathbf{x}_i)) - t_i) \mathbf{x}_i \quad (\text{b})$$

- (2) 式 (a) の E を最小化することにより重みパラメータベクトル \mathbf{w} を学習することを考える. このために勾配降下法 (最急降下法) を利用するとする. 式 (b) と学習率 (ステップ幅) η を用いて \mathbf{w} の更新式を示せ.
- (3) 式 (a) の E を最小化するために確率的勾配降下法を利用するとき, 前問 (2) の更新式を書き改めよ. また, 勾配降下法を用いる場合と比較して確率的勾配降下法を用いる場合の得失を簡潔に述べよ.

- (1) Given input real vectors \mathbf{x}_i ($i = 1, \dots, N$) and the corresponding supervisory signals $t_i \in \{1, 0\}$ ($i = 1, \dots, N$), consider the following classification model:

$$P(t_i = 1|\mathbf{x}_i) = \sigma(f(\mathbf{x}_i)), \quad P(t_i = 0|\mathbf{x}_i) = 1 - \sigma(f(\mathbf{x}_i))$$

where $\sigma(\cdot)$ indicates a sigmoid function: $\sigma(a) = \frac{1}{1+e^{-a}}$. Let $f(\mathbf{x}_i)$ be the inner product between an input vector \mathbf{x}_i and weight parameter vector \mathbf{w} : $f(\mathbf{x}_i) = \mathbf{w}^T \mathbf{x}_i$. Now, consider the negative log-likelihood, as follows:

$$E = - \sum_{i=1}^N \{t_i \log \sigma(f(\mathbf{x}_i)) + (1 - t_i) \log(1 - \sigma(f(\mathbf{x}_i)))\} \quad (\text{a})$$

Show that the following equation holds:

$$\frac{\partial E}{\partial \mathbf{w}} = \sum_{i=1}^N (\sigma(f(\mathbf{x}_i)) - t_i) \mathbf{x}_i \quad (\text{b})$$

- (2) Consider learning the weight parameter vector \mathbf{w} by minimizing E in Equation (a). Suppose the use of gradient descent (or steepest descent) for this objective. Write an equation for updating \mathbf{w} using Equation (b) and learning rate (or step size) η .
- (3) If stochastic gradient descent is used for minimizing E in Equation (a), rewrite the update equation in the previous problem (2). Also, briefly state the pros and cons of using the stochastic gradient descent, compared with using the gradient descent.

2021年10月入学, 2022年4月入学 (October 2021 and April 2022 Admission)
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2021年8月26日実施 / August 26, 2021)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 7 (Question 7)

卒業研究またはこれまでに従事した研究課題について, 400字程度で簡潔にまとめよ。もしそれらを行っていない場合は, 興味を持った情報科学に関する最近の話題を一つ選び, その概要とともに, 興味を持った理由を400字程度で説明せよ。解答は別紙解答用紙に記入せよ。

Describe the outline of your undergraduate study or the research project you were engaged in, in approximately 200 words. If you have never been engaged in them, then choose one of the recent topics on Informatics and Data Science you are interested in, and explain, as well as its outline, why the topic interested you in approximately 200 words. Write your answer on the answer sheet.