

広島大学大学院先進理工系科学研究科

量子物質科学プログラム

博士課程前期 入学試験問題

## 基礎科目

2022年1月28日 9:00～10:30

### 注意事項

(1) 以下の6枚の用紙が配付されている。

問題用紙 (表紙を含む)	2枚
解答用紙	3枚
下書用紙	1枚

(2) 問題は全部で3問あり，[1]，[2]，[3]の番号で示してある。

(3) 問題ごとに一枚ずつ別々の解答用紙を用いよ。それぞれの解答用紙の左肩に問題番号を記入すること。紙面が不足した場合は裏面を用いてよい。

(4) 解答用紙及び下書用紙に受験番号を記入せよ。

(5) 試験終了後，解答用紙及び下書用紙を提出すること。問題用紙は持ち帰ること。

試験科目

基礎科目

[1] (1) 関数  $f(x) = \arctan(x)$  の導関数  $f'(x)$  を  $x$  の関数として表せ.

(2) 微分方程式

$$\frac{dy}{dx} + y \tan x = 0$$

の解  $y(x)$  のうち,  $x = \pi$  で  $y = 1$  となるものを求めよ.  $\pi/2 < x < 3\pi/2$  とする.

(3) 微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + y = 0$$

の解  $y(x)$  のうち,  $x = 0$  で  $y = 0$  となるものを, 全て求めよ.

[2] (1)  $3 \times 3$  行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

について考える.

(a)  $A$  の行列式とトレース ( $\text{Tr}[A]$ ) を求めよ.

(b)  $A$  の逆行列を求めよ.

(2)  $2 \times 2$  行列  $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$  の固有値と規格化された固有ベクトルの組を全て求めよ.  
ただし,  $a > 0$ ,  $b > 0$  とする.

[3] 地点  $(x, y)$  の地面の高さ  $h(x, y)$  が  $h(x, y) = \cos x + \cos y$  で与えられる地形がある.  
 $x$  軸と  $y$  軸は水平面内で直交している.  $5\pi/4 \geq x \geq -\pi/4$ ,  $5\pi/4 \geq y \geq -\pi/4$  とする.  
次の問いに答えよ.

(1) 地面が水平になる地点の座標を全て求めよ.

(2) (1) で求めた地点の任意の一つを  $(x_0, y_0)$  とし,  $\delta x \equiv x - x_0$ ,  $\delta y \equiv y - y_0$  を定義する.  
 $\delta x$ ,  $\delta y$  が小さいとき,  $h$  を表す式を  $\delta x$  と  $\delta y$  の2次の項まで求めよ.

(3) 高さが極小の点 (谷底) に相当する点と, 高さが極大の点 (頂上) に相当する点を指摘せよ.  
考え方も記せ.

(4) 地面の傾きが最大になる点を求めよ.

(5) (4) で求めた地点にボールを置き, 静かに手を放した. このとき, ボールの転がる方向を表すベクトル  $\mathbf{a} = (a_x, a_y)$  を求めよ.  
 $\mathbf{a}$  は  $xy$  空間でのベクトルであり,  $z$  成分は求めなくてよい.  
また,  $\mathbf{a}$  の規格化は必要ない.