

中等教育研究開発室年報 第35号（2022年3月31日発行）別冊電子版
2021年度 授業実践事例

数学科 中学校第3学年

相似な図形—図形の性質を用いて，折り紙作品の面積を求めよう—

授業者 將基面 裕介

（教育研究大会 公開授業）

広島大学附属中・高等学校

中学校 数学科 学習指導案

指導者 將基面 裕介

日時	令和3年11月27日(土) 第2限 10:35~11:25
場所	数学教室
学年・組	中学校3年B組44人(男子24人 女子20人)
単元	相似な図形
目標	1. 平面図形の相似の意味及び三角形の相似条件について理解する。(知識・技能) 2. 基本的な相似の意味及び相似な図形の相似比と面積比や体積比との関係について理解する。(知識・技能) 3. 三角形の相似条件などを基にして図形の基本的な性質を論理的に確かめる。(思考・判断・表現) 4. 平行線と線分の比についての性質を見だし、それらを確かめる。(思考・判断・表現) 5. 相似な図形の性質を具体的な場面で活用する。(学びに向かう力・人間性等)

指導計画(全20時間)

- 第一次 相似な図形 7時間
- 第二次 平行線と相似 7時間
- 第三次 相似と計量 4時間
- 第四次 課題学習 2時間(本時 1/2)

授業について

本時は、単元「相似な図形」の課題学習であり、相似な図形の性質や角の二等分線の性質、正方形の一辺と対角線の比などを利用して折り紙作品の面積について考察する。本時のねらいは、折り紙作品の面積を求めるという課題に対して、折り方や重なり方などに着目し、線分の長さや面積を求めるために必要な図形の性質を見だし、周囲と協力しながら既習事項を活用して課題を解決することのよさを実感することである。さらに、他の作品でも面積を求めることができるのかという新たな課題を見だし、自分で折った折り紙作品についてどのような図形の性質を用いることができそうか探究するという主体的に学習に取り組む態度を育むことが期待できる。

生徒は、1学期の技術・家庭科の授業で幼児と遊ぶために様々な折り紙作品を作っている。遊びに使う折り紙を数学的に分析することは、生徒にとって興味深い活動となるだろう。また、分析する作品によっては、算数科の範囲の学習内容でも面積を求めることができるものや、条件を付け加えなければ誰もが同じ結果に辿り着くとは限らないものもあるため、生徒の現状に応じて扱う作品を変えることもできる。

題目 図形の性質を用いて、折り紙作品の面積を求めよう

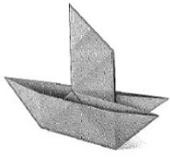
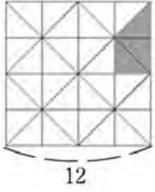
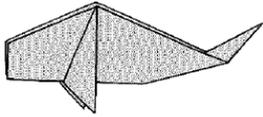
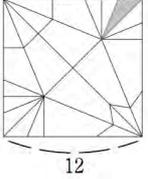
本時の目標

折り紙作品の面積を求める活動を通して、折り目が作る図形の中にある性質を活用することができる。また、他の折り紙作品においても図形の性質を見だし、活用することができる。

本時の評価規準(観点/方法)

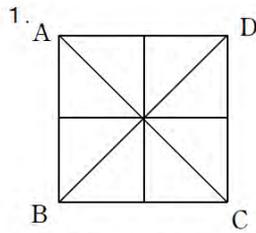
1. 作品を広げたときの折り目が作る図形に、面積を求めるために必要な線分の長さを書いている。(知識・技能/ワークシート)
2. 他の作品でも面積を求めることができるのかという新たな課題を見だし、自分で折った折り紙作品についてどのような図形の性質を用いることができるのか調べようとする。(主体的に学習に取り組む態度/観察, 生徒の感想)

本時の学習指導過程

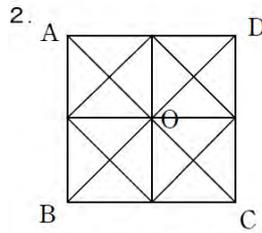
学習内容	学習活動	指導上の留意点
<p>(導入) 折り紙作品の面積の定義 (5分)</p>  <p>帆掛け船</p>	<p>○定規を用いずに、帆掛け船の帆の面積を求める。 (予想される求め方)</p> <ul style="list-style-type: none"> •作品を広げて、帆の部分と合同な台形の面積を求める •折り方を基にして、作品を広げずに線分の長さを求める 	<ul style="list-style-type: none"> •各自に折り紙作品と折り方を示したワークシートを配る。 •折り紙作品の面積とは、右図のように作品を広げたときの折り目が作る図形と対応する部分の面積であると定義する。 
<p>(展開) 課題 コイの胸びれの面積を求めるためには、どのような図形の性質が使えるだろうか？</p>		
<p>折り紙作品の分析(10分)</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 5px auto;">比較する</div>  <p>コイ</p>	<p>○折り紙を折る前後を比較して、図形の性質を見いだす。 (予想される内容)</p> <ul style="list-style-type: none"> •正方形の一辺と対角線の長さの比は$1:\sqrt{2}$ •角の二等分線の性質 •相似な図形の性質 •直角二等辺三角形の性質 	<ul style="list-style-type: none"> •コイの胸びれは、作品を広げたときの右図の色のついた所である。 
<p>解法の検討(15分)</p>	<p>○面積の求め方を説明し伝え合う。</p> <ul style="list-style-type: none"> •折り重なるため、線分の長さや角の大きさが等しいことを説明する •線分の長さを求めるために用いた図形の性質を説明する 	<ul style="list-style-type: none"> •生徒同士の確認が終わったところで、線分の長さを求めるためにどんな図形の性質を用いたか問う。
<p>他の折り紙作品についての探究(15分)</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 5px auto;">追求する</div>	<p>○自由に折り紙を折り、線分の長さや面積を求めるために必要な図形の性質を見いだす。</p> <ul style="list-style-type: none"> •先程と同じような図形の性質を用いることができる •既習の図形の性質では、線分の長さを求めることができない 	<ul style="list-style-type: none"> •他の折り紙作品の面積を求めるためには、どのような図形の性質を用いることができるのか問い、折り紙を配る。 •調べる折り紙作品の折り方、広げたときの折り目、面積の求め方をレポートにまとめることを伝える。
<p>(まとめ) 折り紙作品における図形の性質(5分)</p>	<p>○線分の長さや面積を求めるために用いた図形の性質などを振り返る。</p>	
<p>備考 準備物: 折り紙作品 (帆掛け船, コイ), 折り紙, ワークシート, PC</p>		

帆掛け船の折り方

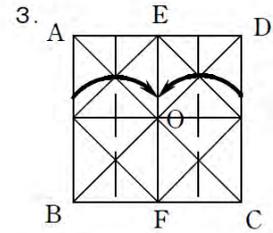
折り方は <http://origami-land.com/vehicle/ship/> より引用



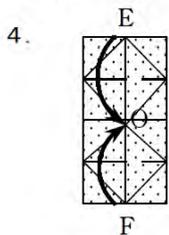
1. ABとDC, ADとBCが重なるように折って折り目をつける
また, AとC, BとDが重なるように折って折り目をつける



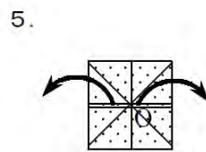
2. A, B, C, DがOと重なるように折って折り目をつける



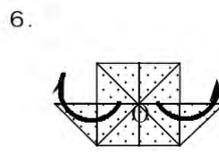
3. AB, DCがEFと重なるように折る



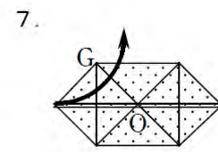
4. 上下を中央に折る



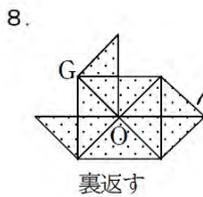
5. 上の部分を引っぱりあげ, 両端を外側に広げる



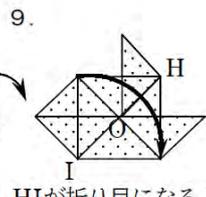
6. 上半分も同様に折る



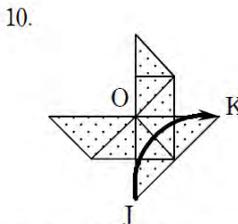
7. GOが折り目になるように, 左側を上へ折る



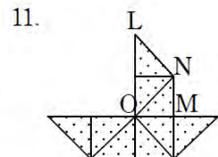
8. 裏返す



9. HIが折り目になるように, 角を対角に折る

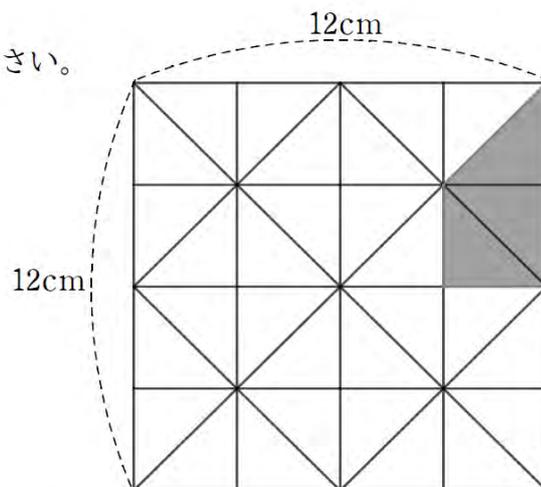


10. JとKが重なるように折る



11.

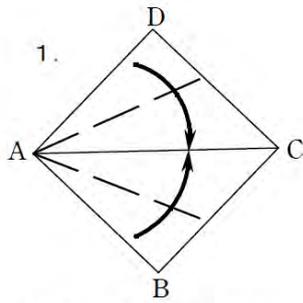
問. 帆掛け船の帆の面積は何 cm^2 か求めなさい。



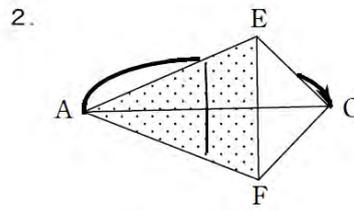
※ここでの面積とは, 作品を広げたときの折り目を作る図形と対応する部分の面積のこととします。

コイの折り方

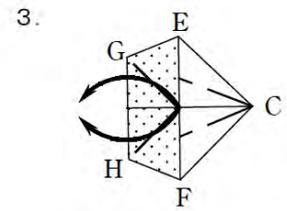
折り方は <https://tanoshii-origami.jp/koinobori-origami/> より引用



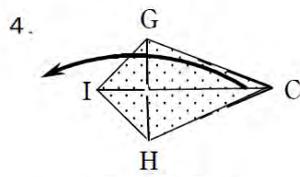
ACに折り目をつけてから
ABとADがACに重なるように折る



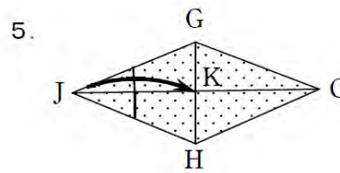
反対側に半分に折る



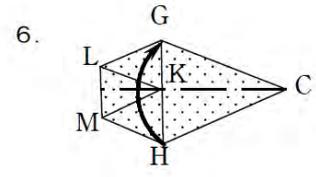
ふくろを開くように折る



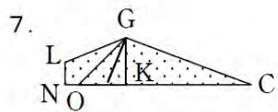
上の一枚を開く



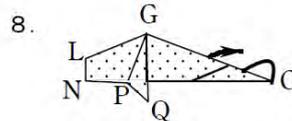
JとKが重なるように折る



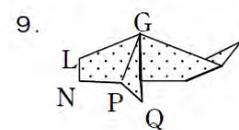
半分に折る



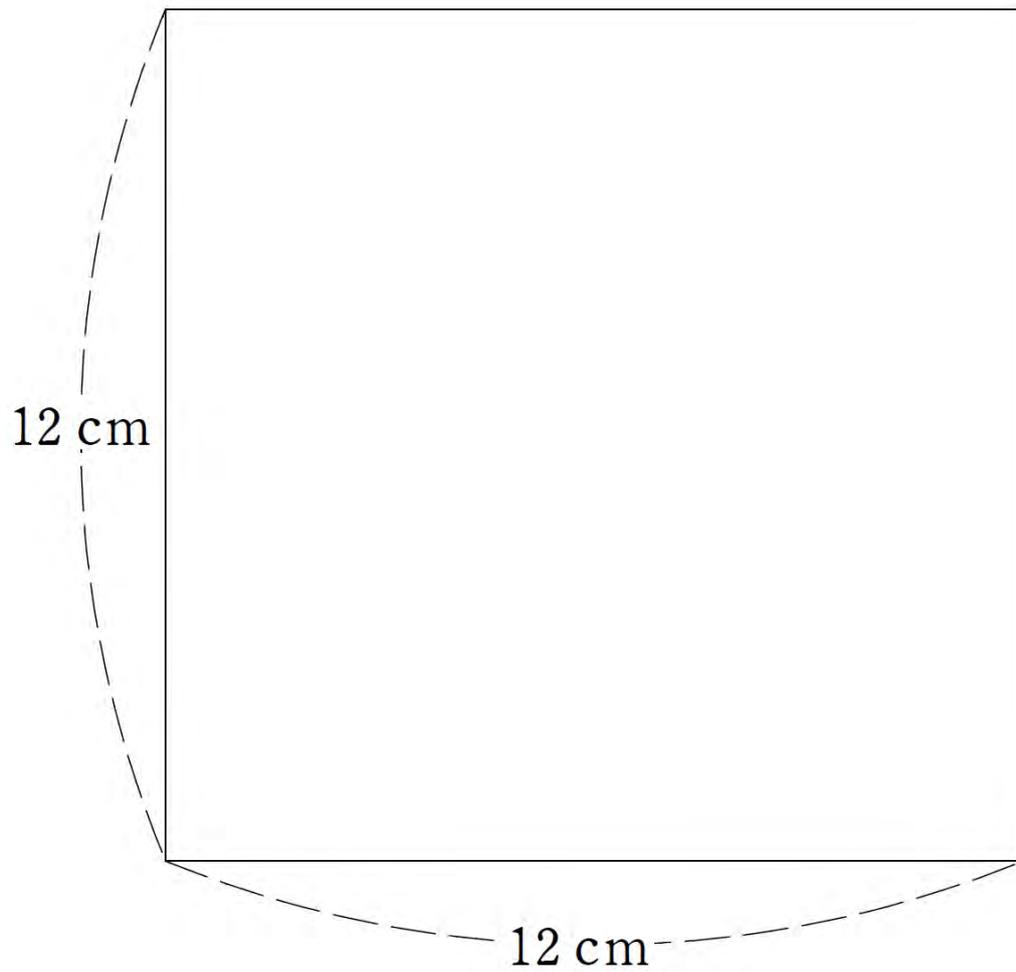
GOがGKに重なるように折る



中割り折り



問. コイの胸びれの面積は何 cm^2 か求めなさい。



※面積を求めるために必要だと思う線分だけ書き込もう。
または、手元の折り紙に直接書き込んでも構いません。

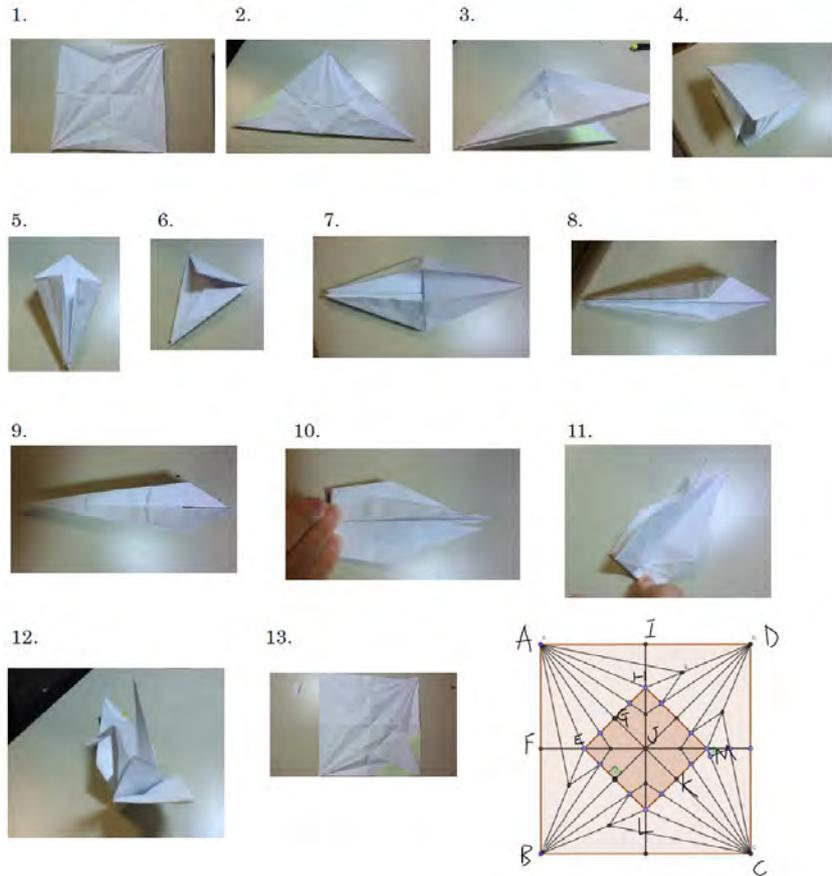
生徒が作成したレポート①

調べる折り紙作品

鶴

折り方と折り目が作る図形

折り方は <http://www.fukui-city.ed.jp/monjum-e/turuorikatatunagekata.pdf> より引用



面積の求め方（紙に書いたものを写真に撮って貼り付けても構いません）

正方形の一辺の長さとお角線の長さの比は $1 : \sqrt{2}$ なので、

$$AB=AD=12\text{cm}\cdots\textcircled{1}, \quad AC=12\sqrt{2}\text{cm}\cdots\textcircled{2}$$

$$\textcircled{2}\text{より、} AJ=6\sqrt{2}\text{cm}\cdots\textcircled{3}$$

四角形 AFJI は、正方形 ABCD を折り返しているため、 $AI=AF=12 \div 2=6\text{cm}\cdots\textcircled{4}$

$\triangle AHJ$ と $\triangle AEJ$ は折り返した図形であるため、 $\triangle AHJ \equiv \triangle AEJ$

また同様に $\triangle AEG$ と $\triangle AHG$ も折り返した図形であるため、

$$\triangle AEG \equiv \triangle AHG \equiv \triangle AHJ \equiv \triangle AEJ$$

合同な図形は対応する辺の長さが等しいため、 $\textcircled{4}$ より、

$$AF=AG=AI=6\text{cm}\cdots\textcircled{5}$$

四角形 ELMH は対角線が 90° で交わっており、すべての点が折り返すと重なるため、正方形である。

$$\textcircled{3}, \textcircled{5}\text{より、} GJ=(6\sqrt{2}-6)\text{cm}\text{となるため、} GK=(12\sqrt{2}-12)\text{cm}$$

面積は辺の長さの二乗になるため、

$$\begin{aligned} (12\sqrt{2}-12)^2 &= 432-288\sqrt{2} \\ &= 144(3-2\sqrt{2})\text{cm}^2 \end{aligned}$$

およそ 24.706494 cm^2

生徒が作成したレポート②

調べる折り紙作品

ハートの面積

折り方と折り目が作る図形

折り方は <https://papertocotoco.com/2019/02/origami-heart1/>より引用

①半分に折る



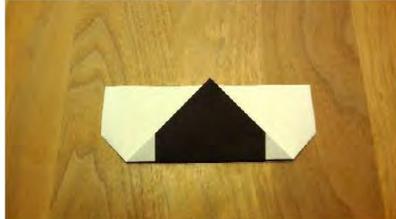
②①を開き、真ん中の線に向かって折る



③裏返し、縦に半分に折った後、その線に向かって左右を折る



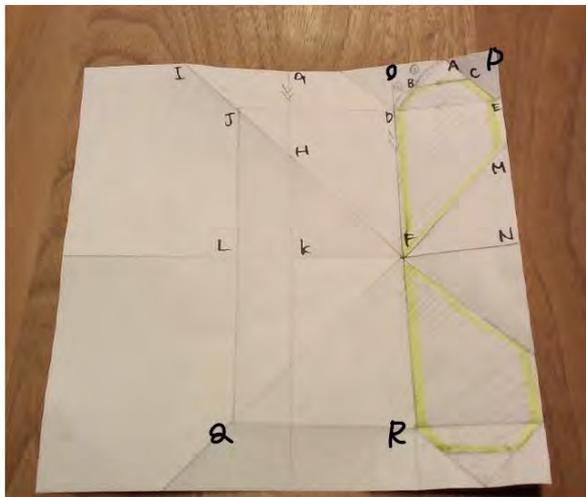
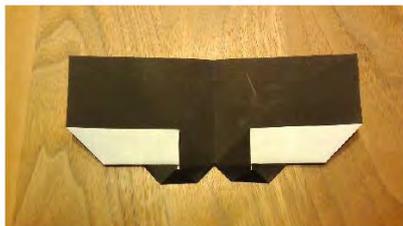
④裏返し、とがった部分を反対の辺に折る



⑤裏返し、中割りをする



⑥正方形の部分を三角に折り、さらに半分に折る



黄色く囲った部分が、ハートの面積の合計上の六角形 BDFMEC を求め、2倍することを考える。

また、台形2つに分け、以下の工程で求めた

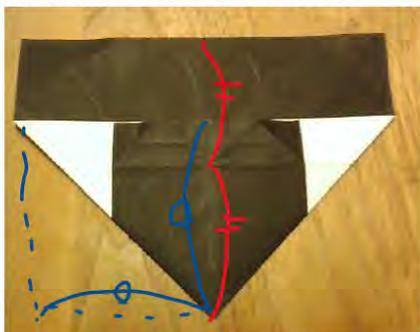
- 【1】DE の長さを求める
- 【2】FD、DO の長さを求める
- 【3】EM の長さを求める
- 【4】 $\triangle ABC$ 、 $\triangle ADE$ の相似を使って台形 BDEC の面積を求める
- 【5】求めた長さを使って台形 DFME の面積を求める

面積の求め方（紙に書いたものを写真に撮って貼り付けても構いません）

【1】DEの長さを求める

KNは1辺の1/2で、工程②でKF=FNより、FN=DE=12×1/4=3cm

【2】FD、DOの長さを求める



折りしわのついた折り紙は、右のようになる。

工程④より、赤い部分の長さは等しい。

工程③より、青い部分の長さは等しいから、辺の長さの1/2開いた図で、青い部分はOF、赤はEN(=DF)

また、青の長さは辺の1/2だから、12×1/2=6cm

赤は、辺の長さの3/4をさらに1/2にしているから、

$$12 \times 3/4 \times 1/2 = 9/2 \text{ cm}$$

ここから、FD=9/2cm DO=6-9/2=3/2cm

【3】EMの長さを求める

重なるから、GH=PM

△QRFと△FNMについて、QR//LFより、∠MFN=∠FQJ、∠QRF=∠FNMより

2組の角がそれぞれ等しいから△QRF∽△FNM

辺の比は、QR:FN=9/2:3=3:2

よって、NM=RF×2/3=9/2×2/3=3

よって、EM=PM-PE=3-3/2=3/2

【4】△ABC、△ADEの相似を使って台形BDECの面積を求める

△ABC、△ADEについて、半分に折るから、AB=BD

よって、△ABC:△ADE=1:2 よって面積比は、1:4

また、△ADE:BDEC=4:3

$$\triangle ADE = 3 \times 3/2 \times 1/2 = 9/4$$

$$BDEC = 9/4 \times 4/3 = 27/16 \text{ cm}^2$$

【5】求めた長さを使って台形DFMEの面積を求める

$$\text{台形 DFME} = (3/2 + 9/2) \times 3 \times 1/2 = 9 \text{ cm}^2$$

$$\text{【4】} + \text{【5】より、} 27/16 + 9 = 171/16 \text{ cm}^2$$

この2倍だからハートの面積は、171/16 cm² × 2 = 171/8 cm²

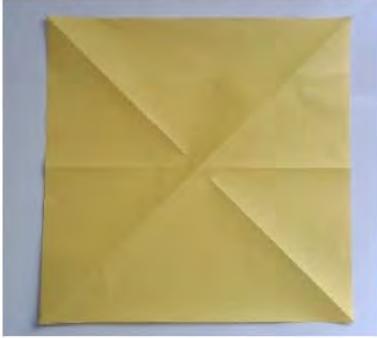
生徒が作成したレポート③

調べる折り紙作品

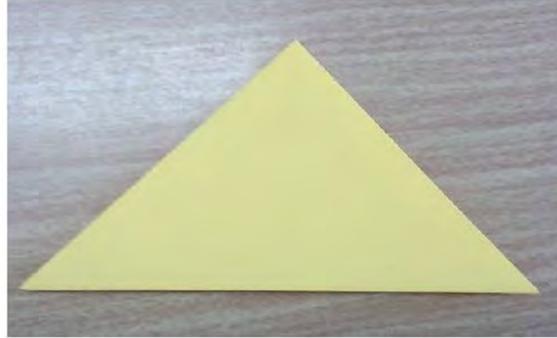
エンゼルフィッシュの尾びれの一片

折り方は [https://www.might-project.com/might-town/making/origami/angelfish/007/](https://www.might-project.com/might-town/making/origami/animal/007/)より引用

折り方と折り目が作る図形



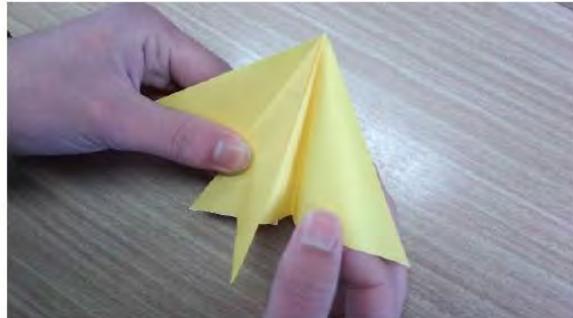
図のように折り目をつける



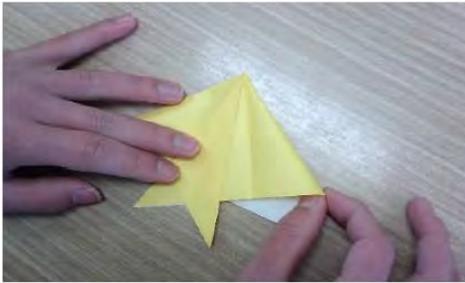
折り目に従って三角形にたたむ



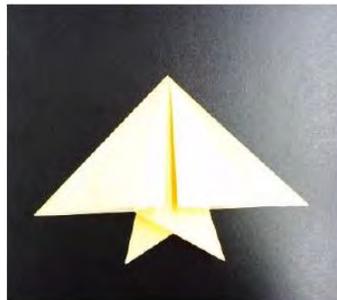
頂角を三等分するように折る



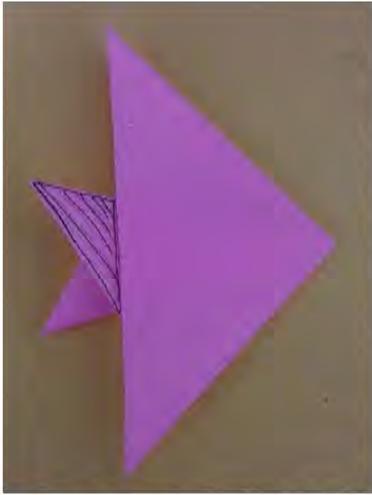
つまんで指を入れた所を引き出す



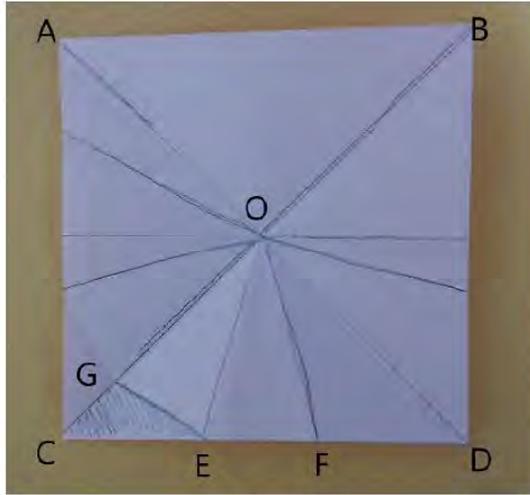
段折りして一番上に折り戻す



左側も同様にして折る



斜線部分の面積を求める



開いた図

面積の求め方（紙に書いたものを写真に撮って貼り付けても構いません）

△CEG の面積を求める

△CEO と △DFO において

OE, OF は ∠COD を三等分する線分なので、

$$\angle COE = \angle DOF = 30^\circ \dots \textcircled{1}$$

正方形の対角線より

$$CO = DO \dots \textcircled{2} \quad \angle ECO = \angle FDO = 45^\circ \dots \textcircled{3}$$

① ②③より一組の辺とその両端の角が等しいので $\triangle CEO \equiv \triangle DFO$

対応する辺は等しいので $EO = FO$

よって△EFO は二等辺三角形

Eからひいた垂線が CO と交わる点をHとする

△CEH は③より直角二等辺三角形

①より△EHO は $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ の直角三角形

したがって、 $CE = a$ とすると

$$OH = \frac{12/\sqrt{2} - a/\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2} - \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$EH = \frac{6\sqrt{2}/\sqrt{3} - (a\sqrt{2})/2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 2\sqrt{6} - \frac{a\sqrt{6}}{6}$$

$$\frac{a\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{6} - \frac{a\sqrt{6}}{6}$$

$$a = 6\sqrt{3} - 6$$

$$12 - 2a = EF = 24 - 12\sqrt{3}$$

$$\triangle EFO = \frac{(24 - 12\sqrt{3}) \times 6 \times 1/2}{2} = 72 - 36\sqrt{3}$$

$$\triangle CEO = \frac{(6\sqrt{3} - 6) \times 6 \times 1/2}{2} = 18\sqrt{3} - 18$$

重なるので、 $\triangle EFO \equiv \triangle EGO$

よって、

$$\triangle CEG = \triangle CEO - \triangle EGO = (18\sqrt{3} - 18) - (72 - 36\sqrt{3}) = 54\sqrt{3} - 90$$

実践上の留意点

どこがぴったり重なり合うのかを実感したり、折り目がどの段階でついたのかを認識したりすることができるため、折り紙を扱う題材において、実際に折り紙を折らせる活動は重要である。授業時間内で折らせると、目標とする活動に取り組む時間が足りなくなるため、事前に折らせておくと良い。または、2 時間に分けて授業を構成することも考えられる。

他の折り紙作品の探究まで 1 時間の授業内で行おうとしたとき、合同の証明を厳密にしようとする時間が足りなくなる。そのため、折ってぴったり重なり合うから合同だと認めるようにする。このことは、各自で折り紙作品について探究する前に全体で共有すると良い。また、**図 1** の点 C が線分 AB の中点であると考えた生徒が複数いたので、誤りに気付かせる際にも、折ってぴったり重なるのか確認させた。

折ってぴったり重なることを全体で共有したい場面では、タブレットで生徒の手元を撮影しておき、その映像を全員で見た。こうすることで、生徒による説明を繰り返し見ることができ、ポイントとなる所だけを繰り返したり、一時停止したりして、説明を補足することができる。

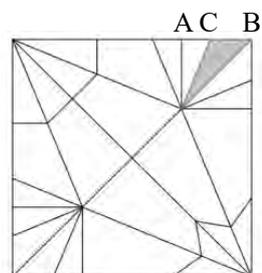


図 1

面積を求める過程がいくつか考えられることも、本実践の良い点であり、留意点でもある。例えば、角の二等分線の性質を用いて面積を求めることを想定していたが、**図 2** の $\triangle ACD$ と $\triangle ADE$ が相似であることを用いて、AC の長さを求める方法を発表する生徒がいた。角の二等分線の性質が使えそうだという意見が出ている中で、相似を用いる考え方が出てきたため、手間がかかる方法のように感じるが、角の二等分線の性質を覚えていなくても、相似な図形の性質で解決することができるということを伝えようとした意見だった。このように、折り紙作品には、様々な生徒の見方が表れるため、複数の作品を扱う展開だけでなく、1つの作品について様々な考え方を見つけていく展開も考えられる。

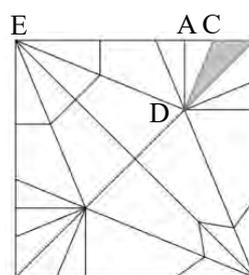


図 2

折り紙作品の面積を定義するために、折り目がシンプルな帆掛け船を導入で用いたが、コイの胸びれの面積に近い大きさの他の折り紙作品を用いて、「どちらの面積の方が大きいか」という問いを出す展開も考えられる。見た目では比較しにくく、重ねて比較することで、予想を引き出し、面積を求める必然性が生じた所で、面積を求める活動へとつなげていく。例えば、**図 3** の「ゆのみの高台」の面積と「コイの胸びれ」の面積を比較する展開の授業が考えられる。

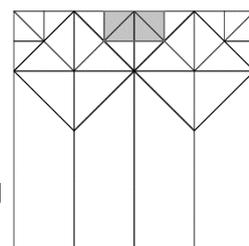


図 3

コイの胸びれの面積を求めた後、「求められるのは胸びれの面積だけなのかな？」という問いを新たな課題として考える展開も考えられる。同じ折り紙作品に対して、異なる部分の面積を求める経験をすることで、生徒が作成したレポートをクラスで自由に閲覧できるようにした際、「この折り紙作品のこの部分の面積も求められそうだ」、「この部分の面積を求めるのは簡単だけど、こっちの部分を求めるのは難しそうだから挑戦してみよう」といった課題を引き出すことができると考えられる。