

2022年4月入学 (April 2022 Admission)
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
問題用紙
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)
Question Sheets
(2022年1月27日実施 / January 27, 2022)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 I) Informatics and Data Science I
-----------------	---

プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

試験時間 : 9時00分~11時00分 (Examination Time : From 9:00 to 11:00)

受験上の注意事項

1. この問題用紙は表紙を含み5枚あります。
2. 表紙および各ページに、受験番号を記入してください。
3. これは問題用紙です。解答は別冊の解答用紙に記入してください。
4. 解答が書ききれないときは、同じ用紙の裏面を利用しても構いません。ただし、その場合は「裏に続く」などと記入して裏面に記載したことが分かるようにしてください。
5. すべての問題に解答してください。
6. 問題用紙は解答用紙とともに回収します。
7. 質問あるいは不明な点がある場合は手を挙げてください。

Notices

1. There are 5 question sheets including a front sheet.
2. Fill in your examinee's number in the specified positions in this cover and each question sheet.
3. This examination booklet consists of only question sheets. Use other separate sheets for answers.
4. If the space is exhausted, use the reverse side of the sheet and write down "to be continued" on the last line of the sheet.
5. Answer all the questions.
6. Return these question sheets together with the answer sheets.
7. Raise your hand if you have any questions.

2022年4月入学 (April 2022 Admission)
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2022年1月27日実施 / January 27, 2022)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 I) Informatics and Data Science I	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 1 (Question 1)

A, B, C, P, Q を n 次の正方行列とする。また, E と O をそれぞれ n 次の単位行列と零行列とする。

- (1) A が $A^2 = A$ を満たすとき, A の固有値はすべて 0 または 1 であることを証明せよ。
- (2) $B \neq O$ とし, ある整数 $k \geq 2$ に対して $B^k = O$ が成り立つとする。このとき, B は正則行列でないことを証明せよ。
- (3) n 次正方行列 $M = [m_{ij}]$ のトレースを, $\text{tr} M = \sum_{i=1}^n m_{ii}$ と定義する。すべての n 次正方行列 X に対して $\text{tr}(CX) = 0$ ならば $C = O$ であることを証明せよ。
- (4) $PQ - QP = E$ となるような正方行列 P, Q は存在しないことを証明せよ。

Let $A, B, C, P,$ and Q be n -dimensional square matrices. Let E and O be n -dimensional identity and zero matrices, respectively.

- (1) When A satisfies $A^2 = A$, prove eigenvalues of A are either 0 or 1.
- (2) Suppose $B \neq O$ and $B^k = O$ for some integer $k \geq 2$. Prove B is not an invertible matrix.
- (3) The trace of an n -dimensional square matrix $M = [m_{ij}]$ is defined by $\text{tr} M = \sum_{i=1}^n m_{ii}$. Prove $C = O$ when $\text{tr}(CX) = 0$ for any n -dimensional square matrix X .
- (4) Prove that there are no square matrices P, Q such that $PQ - QP = E$.

2022 年 4 月入学 (April 2022 Admission)
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2022 年 1 月 27 日実施 / January 27, 2022)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 I) Informatics and Data Science I	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 2 (Question 2)

- (1) 関数 $z = z(u, v)$ は, 実変数 $(u, v) \in \mathbb{R}^2$ に関して, C^2 級であると仮定する. また, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ に対して, 写像 $(u, v) = (x + y, x - y)$ を定義する.

$$z_{xx} = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, z_{xy} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}, \text{ 及び } z_{yy} = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \text{ を } z_{uu} = \frac{\partial^2 z}{\partial u^2}, z_{uv} = \frac{\partial^2 z}{\partial v \partial u}, \text{ 及び } z_{vv} = \frac{\partial^2 z}{\partial v^2} \text{ を用いて表せ.}$$

- (2) 原点 $O(0, 0)$ 以外で定義された関数

$$z = (x + y) \ln\{2(x^2 + y^2)\}$$

の全ての極値およびそのときの (x, y) を求めよ.

- (1) Suppose that the function $z = z(u, v)$ is of class C^2 in real variables $(u, v) \in \mathbb{R}^2$. Define the mapping by $(u, v) = (x + y, x - y)$ for $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

$$\text{Express } z_{xx} = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, z_{xy} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}, \text{ and } z_{yy} = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \text{ in terms of } z_{uu} = \frac{\partial^2 z}{\partial u^2}, z_{uv} = \frac{\partial^2 z}{\partial v \partial u}, \text{ and } z_{vv} = \frac{\partial^2 z}{\partial v^2}.$$

- (2) Find all local extrema and their extremum points of the function

$$z = (x + y) \ln\{2(x^2 + y^2)\}$$

defined for $(x, y) \neq (0, 0)$.

2022年4月入学 (April 2022 Admission)
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2022年1月27日実施 / January 27, 2022)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 I) Informatics and Data Science I	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 3 (Question 3)

X_j ($j = 1, 2$) をパラメータ λ_j のポアソン確率変数とし, その確率関数は

$$\Pr\{X_j = x\} = \frac{\lambda_j^x e^{-\lambda_j}}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

によって与えられるとする. 以下の問いに答えよ.

- (1) X_j ($j = 1, 2$) の平均と分散を求めよ.
- (2) $\Pr\{X_1 + X_2 = x\}$ を求めよ.
- (3) $\Pr\{X_1 = x \mid X_1 + X_2 = l\}$ を求めよ. ここで, $x = 0, 1, 2, \dots, l$ である.
- (4) X_1 ($j = 1$) に対して, 確率変数 Z が以下のような 2 項分布に従うとする.

$$\Pr\{Z = z \mid X_1 = x\} = \binom{x}{z} p^z (1-p)^{x-z}, \quad z = 0, \dots, x.$$

このとき, $\Pr\{Z = z\}$ を求めよ.

Let X_j ($j = 1, 2$) be the Poisson random variables with parameters λ_j , where the probability mass functions are given by

$$\Pr\{X_j = x\} = \frac{\lambda_j^x e^{-\lambda_j}}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

Answer the following questions.

- (1) Derive the mean and variance of X_j ($j = 1, 2$).
- (2) Derive $\Pr\{X_1 + X_2 = x\}$.
- (3) Derive $\Pr\{X_1 = x \mid X_1 + X_2 = l\}$, where $x = 0, 1, 2, \dots, l$.
- (4) For X_1 ($j = 1$), let Z obey the binomial distribution

$$\Pr\{Z = z \mid X_1 = x\} = \binom{x}{z} p^z (1-p)^{x-z}, \quad z = 0, \dots, x.$$

Derive $\Pr\{Z = z\}$.

2022年4月入学 (April 2022 Admission)
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2022年1月27日実施 / January 27, 2022)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 I) Informatics and Data Science I	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 4 (Question 4)

整数 p (ただし $p > 1$) と整数 a, b に対して $a - b$ が p の倍数であるとき, 法 p において a と b は合同であるといい, $a \equiv b \pmod{p}$ と書く. 整数 p (ただし $p > 1$) および p と互いに素な整数 a に対して $a^k \equiv 1 \pmod{p}$ となる最小の正整数 k を, 法 p における a の位数と呼ぶ. このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) $3x \equiv 1 \pmod{11}$ かつ $0 \leq x < 11$ となる整数 x を求めよ.
- (2) 任意の整数 p, a, b, c, d (ただし $p > 1$) に対して, $a \equiv b \pmod{p}$ かつ $c \equiv d \pmod{p}$ なら, $a + c \equiv b + d \pmod{p}$ であることを証明せよ.
- (3) 法 11 における 3 の位数を求めよ.
- (4) 任意の素数 p と, p と互いに素な任意の整数 a を考える. フェルマーの小定理より, $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$ が成り立つ. フェルマーの小定理を利用して, 法 p における a の位数が $p - 1$ の約数となることを証明せよ.

For an integer p with $p > 1$, integers a and b are said to be congruent modulo p if $a - b$ is a multiple of p , which is denoted as $a \equiv b \pmod{p}$. For an integer p with $p > 1$ and an integer a that is coprime to p , the smallest positive integer k such that $a^k \equiv 1 \pmod{p}$ is called the order of a modulo p . Answer the following questions.

- (1) Calculate integer x such that $3x \equiv 1 \pmod{11}$ and $0 \leq x < 11$.
- (2) Prove that $a + c \equiv b + d \pmod{p}$ if $a \equiv b \pmod{p}$ and $c \equiv d \pmod{p}$ for any integers p, a, b, c, d with $p > 1$.
- (3) Calculate the order of 3 modulo 11.
- (4) Let p be any prime, and let a be any integer that is coprime to p . From Fermat's little theorem, it holds that $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$. Using Fermat's little theorem, prove that the order of a modulo p is a divisor of $p - 1$.

2022年4月入学 (April 2022 Admission)
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
問題用紙
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)
Question Sheets

(2022年1月27日実施 / January 27, 2022)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

試験時間 : 13時30分～15時30分 (Examination Time : From 13:30 to 15:30)

受験上の注意事項

1. この問題用紙は表紙を含み8枚あります。
2. 表紙および各ページに、受験番号を記入してください。
3. これは問題用紙です。解答は別冊の解答用紙に記入してください。
4. 解答が書ききれないときは、同じ用紙の裏面を利用しても構いません。ただし、その場合は「裏に続く」などと記入して裏面に記載したことが分かるようにしてください。
5. 問題1～6の中から3問選択して解答してください。これに加えて、問題7に解答してください。解答は問題番号順に並んでいなくても構いませんが、必ず問題番号を記載して解答してください。なお、選択した問題は、解答用紙表紙の選択欄に○印を付けてください。
6. 問題用紙は解答用紙とともに回収します。
7. 質問あるいは不明な点がある場合は手を挙げてください。

Notices

1. There are 8 question sheets including a front sheet.
2. Fill in your examinee's number in the specified positions in this cover and each question sheet.
3. This examination booklet consists of only question sheets. Use other separate sheets for answers.
4. If the space is exhausted, use the reverse side of the sheet and write down "to be continued" on the last line of the sheet.
5. Select 3 questions from Question 1 through Question 6 and answer these questions. Also answer Question 7 in addition to the selected 3 questions. Never fail to fill in the Question Number in each answer sheet. Moreover, mark the Question Number that you have selected with a circle in the Mark Column in the Table on the cover of the answer sheets.
6. Return these question sheets together with the answer sheets.
7. Raise your hand if you have any questions.

2022年4月入学 (April 2022 Admission)
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2022年1月27日実施 / January 27, 2022)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 1 (Question 1)

4ビットの情報 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ の後に, 以下の式で得られる3ビットの検査ビット c_1, c_2, c_3 を加えた (7, 4) ハミング符号 $\mathbf{w} = (x_1, x_2, x_3, x_4, c_1, c_2, c_3)$ について, 以下の問に答えよ.

$$c_1 = x_1 + x_2 + x_3$$

$$c_2 = x_2 + x_3 + x_4$$

$$c_3 = x_1 + x_2 + x_4$$

- (1) 情報 $\mathbf{x} = (1, 1, 0, 0)$ に対する符号語 \mathbf{w} を求めよ.
- (2) 誤りが1ビット以下であることが保証された通信路から受信語 $\mathbf{y} = (1, 1, 1, 0, 0, 1, 0)$ を受信した. このとき, 情報 \mathbf{x} と送信された符号語 \mathbf{w} について何がわかるか具体的に説明せよ.
- (3) 同様に, 受信語 $\mathbf{y} = (1, 1, 0, 0, 0, 0, 0)$ を受信した. このとき, 情報 \mathbf{x} と送信された符号語 \mathbf{w} について何がわかるか具体的に説明せよ.
- (4) 同様に, 受信語 $\mathbf{y} = (0, 1, 1, 1, 0, 1, 0)$ を受信した. このとき, 情報 \mathbf{x} と送信された符号語 \mathbf{w} について何がわかるか具体的に説明せよ.

Assume we have the Hamming(7, 4) code $\mathbf{w} = (x_1, x_2, x_3, x_4, c_1, c_2, c_3)$ that is obtained by adding three parity bits $c_1, c_2,$ and $c_3,$ defined by following equations after four bits of data $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4)$.

$$c_1 = x_1 + x_2 + x_3$$

$$c_2 = x_2 + x_3 + x_4$$

$$c_3 = x_1 + x_2 + x_4$$

Answer the following questions.

- (1) Obtain the code-word \mathbf{w} for data $\mathbf{x} = (1, 1, 0, 0)$.
- (2) Assume we have a channel guaranteed that the error is 1 bit or less. In case we received a word $\mathbf{y} = (1, 1, 1, 0, 0, 1, 0)$ through the channel, explain what we can understand about data \mathbf{x} and transmitted code-word \mathbf{w} specifically.
- (3) Similarly, in case we received a word $\mathbf{y} = (1, 1, 0, 0, 0, 0, 0)$, explain what we can understand about data \mathbf{x} and transmitted code-word \mathbf{w} specifically.
- (4) Similarly, in case we received a word $\mathbf{y} = (0, 1, 1, 1, 0, 1, 0)$, explain what we can understand about data \mathbf{x} and transmitted code-word \mathbf{w} specifically.

2022年4月入学 (April 2022 Admission)
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2022年1月27日実施 / January 27, 2022)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 2 (Question 2)

以下の問いに答えよ。

- (1) Table 1 は鳥取 (Tr), 島根 (S), 岡山 (O), 広島 (H), 山口 (Y), 徳島 (Tk), 愛媛 (E) の 7 つの各都市間の距離を表す. 都市を頂点とし, 距離を都市間の辺の重みとしたグラフ G の最小全域木を求めよ.
- (2) 各辺の重みがすべて異なる任意のサイズの重み付き連結グラフ G において, 最小全域木を求めるアルゴリズムを説明せよ.
- (3) (2) で述べたアルゴリズムで求められる部分グラフが最小全域木であることを証明せよ.
- (4) (2) で述べたアルゴリズムの計算時間複雑度を理由とともに示せ.
- (5) 重み付き連結グラフ G において, 各辺の重みがすべて異なっている時, G は唯一の最小全域木を持つことを証明せよ.

Answer the following questions.

- (1) Table 1 shows the distances between the seven cities of Tottori (Tr), Shimane (S), Okayama (O), Hiroshima (H), Yamaguchi (Y), Tokushima (Tk), and Ehime (E). Find the minimum spanning tree of graph G with the cities as nodes and the distances as weights of the edges between the cities.
- (2) Describe an algorithm to find the minimum spanning tree in a weighted connected graph G of any size where all edges have distinct weights.
- (3) Prove that the subgraph obtained by the algorithm described in (2) is the minimum spanning tree.
- (4) Show the time complexity of the algorithm described in (2) with reasons.
- (5) In a weighted connected graph G , prove that G has a unique minimum spanning tree when all edges have distinct weights.

Table 1

	Tr	S	O	H	Y	Tk	E
Tr	-	108	97	204	292	162	229
S	108	-	121	131	203	298	183
O	97	121	-	139	233	88	141
H	204	131	139	-	94	197	78
Y	292	203	233	94	-	258	126
Tk	162	298	88	197	258	-	168
E	229	183	141	78	126	168	-

2022 年 4 月入学 (April 2022 Admission)
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2022 年 1 月 27 日実施 / January 27, 2022)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 3 (Question 3)

図 1 の C プログラムは配列 `numbers` 内の数値をソートし、その途中経過を含めて結果を出力するものである。

- (1) 4~8 行目の関数 `print` は引数として受け取った配列 `array` の要素を添え字順に出力する。空欄 (1-1), (1-2) の部分を埋めて、関数を完成させよ。
- (2) 29 行目の実行後において、配列 `numbers` の要素の順序を答えよ。
- (3) 本プログラムを実行したときの出力を答えよ。
- (4) 関数 `sort` によるソート結果が図 1 のプログラムとは逆順になるように、10~25 行目の関数 `sort` を最も少ない変更で実現したい。行番号を明記して変更内容を答えると共に、その理由を答えよ。
- (5) 関数 `sort` で実装されているアルゴリズムとバブルソートを比較して、計算時間量や比較回数、交換回数について違いを述べよ。

The C program shown in Figure 1 sorts the numbers in the array `numbers` and outputs the results, including the intermediate steps.

- (1) The function `print` in lines 4 to 8 prints the elements of the array `array` received as arguments in subscript order. Fill in the blanks (1-1), (1-2) to complete the function.
- (2) After executing line 29, what is the order of the elements in the array `numbers`?
- (3) Answer the result that is output when this program is executed.
- (4) Implement the function `sort` in lines 10-25 with the fewest changes so that the sort results from the function `sort` are in reverse order from the program in Figure 1. Indicate the line number and answer the reason for the change.
- (5) Compare the algorithm implemented in function `sort` with bubble sort and describe the differences in terms of time complexity, number of comparisons, and number of swaps.

```

1 #include <stdio.h>
2 #define N 4
3
4 void print(int *array, int size) {
5     for (int i = 0; (1-1); i++)
6         printf("%d_", (1-2));
7     printf("\n");
8 }
9
10 void sort(int *array, int n) {
11     int i, j, k, x;
12     for (i = 0; i < n - 1; i++) {
13         print(array, n);
14         k = i;
15         x = array[i];
16         for (j = i + 1; j < n; j++) {
17             if (array[j] > x) {
18                 k = j;
19                 x = array[j];
20             }
21         }
22         array[k] = array[i];
23         array[i] = x;
24     }
25 }
26
27 int main() {
28     int numbers[N] = {2, 1, 4, 3};
29     sort(numbers, N);
30     print(numbers, N);
31     return 0;
32 }
    
```

図 1 (Figure 1)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

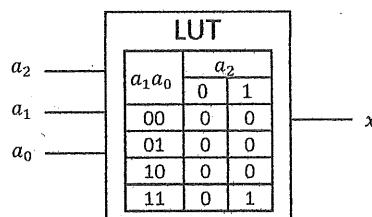
問題 4 (Question 4)

下の図は LUT(Look-Up-Table) 回路を表しており, それは 3 ビットのアドレス入力 a_2, a_1, a_0 と, 1 ビット
 の出力 x を持つ 8 ビットのメモリである. 図にはメモリに格納されている値が示されており, $x = a_2 \wedge a_1 \wedge a_0$ が
 成り立つので, この LUT 回路は 3 入力 AND ゲートとして動作する.

- (1) セレクタ回路は 3 ビットの入力 s, a_1, a_0 と 1 ビットの出力 x を持ち, $x = a_s$ が成り立つ. セレクタ回路は 1
 個の LUT 回路で実装できるが, この LUT 回路のメモリの値を示せ.
- (2) この LUT 回路を 1 個用いれば, 任意の関数 $f: \{0, 1\}^3 \rightarrow \{0, 1\}$ が計算できることを説明せよ.
- (3) 任意の関数 $f: \{0, 1\}^4 \rightarrow \{0, 1\}$ が高々 3 つの LUT 回路で計算できることを示せ.
 (ヒント: $f(a_3, a_2, a_1, a_0)$ の値は, $a_3 = 0$ のとき $f(0, a_2, a_1, a_0)$, $a_3 = 1$ のとき $f(1, a_2, a_1, a_0)$ である)
- (4) 任意の関数 $f: \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$ ($n \geq 3$) は, 高々 $2^{n-2} - 1$ 個の LUT 回路で計算できることを示せ.
- (5) (4) より, 任意の関数 $f: \{0, 1\}^{11} \rightarrow \{0, 1\}$ は, $2^9 - 1 = 511$ 個の LUT 回路で計算できる. LUT の個数が削
 減できる, つまり, 511 より少ない個数の LUT 回路で計算できることを説明せよ.
 (ヒント: 異なる LUT 回路は $2^8 = 256$ 通り存在する.)

The figure below illustrates an LUT(Look-Up-Table) circuit, an 8-bit memory with a 3-bit address input
 a_2, a_1, a_0 and a 1-bit output x . In the figure, the values stored in the memory are shown, and this LUT circuit
 works as a 3-input AND gate from $x = a_2 \wedge a_1 \wedge a_0$.

- (1) A selector circuit has a 3-bit input s, a_1, a_0 and a 1-bit output x , and satisfies $x = a_s$. A selector circuit
 can be implemented using a single LUT circuit. Show the values stored in the memory of this LUT circuit.
- (2) Explain that any function $f: \{0, 1\}^3 \rightarrow \{0, 1\}$ can be computed using a single LUT circuit.
- (3) Show that any function $f: \{0, 1\}^4 \rightarrow \{0, 1\}$ can be computed using at most three LUT circuits.
 (Hint: The value of $f(a_3, a_2, a_1, a_0)$ is $f(0, a_2, a_1, a_0)$ if $a_3 = 0$ and $f(1, a_2, a_1, a_0)$ if $a_3 = 1$.)
- (4) Show that any function $f: \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$ ($n \geq 3$) can be computed using at most $2^{n-2} - 1$ LUT circuits.
- (5) From (4), any function $f: \{0, 1\}^{11} \rightarrow \{0, 1\}$ can be computed using $2^9 - 1 = 511$ LUT circuits. Explain
 that the number of LUT circuits can be reduced, that is, it can be computed using less than 511 LUT circuits.
 (Hint: There exists $2^8 = 256$ distinct LUT circuits)



試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 5 (Question 5)

単回帰モデル $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$ ($i = 1, \dots, n$) を考える。ここで α は切片, β は回帰係数, $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ は互いに独立な確率変数である。 $\hat{\alpha}$ と $\hat{\beta}$ を α, β の最小二乗推定値とする。すなわち, データ (x_i, y_i) ($i = 1, \dots, n$) が与えられた場合に, $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$ は $f(\alpha, \beta) = \sum_{i=1}^n (y_i - (\alpha + \beta x_i))^2$ を最小にする。ここで, 与えられたデータによって $\hat{\alpha}$ と $\hat{\beta}$ は一意に求められると仮定する。以下の問いに答えよ。ただし, $\frac{\partial}{\partial \alpha} f(\alpha, \beta) \Big|_{\alpha=\hat{\alpha}, \beta=\hat{\beta}} = 0$ と $\frac{\partial}{\partial \beta} f(\alpha, \beta) \Big|_{\alpha=\hat{\alpha}, \beta=\hat{\beta}} = 0$ が成立することを利用してよい。

- (1) 残差の総和が 0 であることを示せ。すなわち $e_i = y_i - (\hat{\alpha} + \hat{\beta}x_i)$ としたとき $\sum_{i=1}^n e_i = 0$ を示せ。
- (2) $\sum_{i=1}^n e_i x_i = 0$ であることを示せ。
- (3) $\sum_{i=1}^n y_i^2 = \sum_{i=1}^n \hat{y}_i^2 + \sum_{i=1}^n e_i^2$ を示せ。ここで $\hat{y}_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x_i$ 。

Consider the simple linear regression model $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$ ($i = 1, \dots, n$), where α is the intercept, β is the regression coefficient, $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ are independent random variables. Let $\hat{\alpha}$, and $\hat{\beta}$ be the least squares estimates, i.e. for a data set (x_i, y_i) ($i = 1, \dots, n$), $\hat{\alpha}$ and $\hat{\beta}$ minimize $f(\alpha, \beta) = \sum_{i=1}^n (y_i - (\alpha + \beta x_i))^2$.

Assume that the data set is such that $\hat{\alpha}$ and $\hat{\beta}$ are unique. If necessary, use that $\frac{\partial}{\partial \alpha} f(\alpha, \beta) \Big|_{\alpha=\hat{\alpha}, \beta=\hat{\beta}} = 0$ and $\frac{\partial}{\partial \beta} f(\alpha, \beta) \Big|_{\alpha=\hat{\alpha}, \beta=\hat{\beta}} = 0$, to answer the following questions.

- (1) Show that the sum of all residuals is 0, i.e. $\sum_{i=1}^n e_i = 0$, where $e_i = y_i - (\hat{\alpha} + \hat{\beta}x_i)$.
- (2) Show that $\sum_{i=1}^n e_i x_i = 0$.
- (3) Show that $\sum_{i=1}^n y_i^2 = \sum_{i=1}^n \hat{y}_i^2 + \sum_{i=1}^n e_i^2$, where $\hat{y}_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x_i$.

(2022年1月27日実施 / January 27, 2022)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 6 (Question 6)

- (1) 多クラス分類を行うニューラルネットワークでは、出力層の活性化関数にソフトマックス関数がよく用いられる。ソフトマックス関数 $y = \text{softmax}(\mathbf{x})$ は以下のように定義されている。

$$y_i = \frac{\exp(x_i)}{\sum_j \exp(x_j)}.$$

ここで、 y_i はベクトル \mathbf{x} をソフトマックス関数に入力して得られた結果のうち、 i 番目の要素を指す (すなわち、ソフトマックス関数の分子は入力の i 番目の要素 x_i に関する指数関数、分母はすべての入力の指数関数の和で与えられる)。

ソフトマックス関数の入力 x_k に関する微分は、

$$\frac{\partial y_i}{\partial x_k} = y_i(\delta_{ik} - y_k)$$

となることを示せ。ここで、 δ_{ik} はクロネッカーのデルタ記号 (Kronecker delta) である (δ_{ik} は $i = k$ のとき 1, $i \neq k$ のとき 0 となる)。

- (2) 多クラス分類を行うニューラルネットワークで使用される交差エントロピー誤差関数 (cross-entropy loss) を説明せよ。
- (3) k -means クラスタリングアルゴリズムの動作原理を 150 字以上を使って説明せよ。

- (1) The softmax function is often used as an activation function for the output layer of neural networks in multi-class classification problems. The softmax function $y = \text{softmax}(\mathbf{x})$ is defined as follows:

$$y_i = \frac{\exp(x_i)}{\sum_j \exp(x_j)}$$

where y_i is the i -th output when vector \mathbf{x} is input to the softmax function (that is, the numerator is the exponent of the i -th input x_i and the denominator is the sum of the exponents of all inputs).

Show that the derivative of the softmax function with respect to input x_k is given by

$$\frac{\partial y_i}{\partial x_k} = y_i(\delta_{ik} - y_k)$$

where δ_{ik} is the Kronecker delta (δ_{ik} is 1 when $i = k$ and 0 when $i \neq k$).

- (2) Explain the cross-entropy loss, which is one of the most commonly used loss functions for multi-class classification problems.
- (3) Explain in your own words the k -means clustering algorithm (explain using more than 100 words).

2022 年 4 月入学 (April 2022 Admission)
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2022 年 1 月 27 日実施 / January 27, 2022)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 7 (Question 7)

卒業研究またはこれまでに従事した研究課題について、400 字程度で簡潔にまとめよ。もしそれらを行っていない場合は、興味を持った情報科学に関する最近の話題の一つを選び、その概要とともに、興味を持った理由を 400 字程度で説明せよ。解答は別紙解答用紙に記入せよ。

Describe the outline of your undergraduate study or the research project you were engaged in, in approximately 200 words. If you have never been engaged in them, then choose one of the recent topics on Informatics and Data Science you are interested in, and explain, as well as its outline, why the topic interested you in approximately 200 words. Write your answer on the answer sheet.