

問題用紙

Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)

Question Sheets

(2022年8月25日実施 / August 25, 2022)

| | | | | | |
|-----------------|--|------------------|--|---------------------------|---|
| 試験科目 Subject | 電気システム制御 (専門科目I) Electrical, Systems, and Control Engineering I | プログラム Program | 電気システム制御 (Electrical, Systems, and Control Engineering) スマートイノベーション (Smart Innovation) | 受験番号 Examinee's Number | M |
|-----------------|--|------------------|--|---------------------------|---|

試験時間 : 9時00分~12時00分 (Examination Time : From 9:00 to 12:00)

受験上の注意事項

- (1) 問題用紙は表紙を含み4枚, 解答用紙は表紙を含み4枚あります。
- (2) 問題用紙及び解答用紙のそれぞれに, 受験番号を記入してください。
- (3) これは問題用紙です。解答は別冊の解答用紙に記入してください。
- (4) 解答が書ききれないときは, 同じ用紙の裏面を利用しても構いません。ただし, その場合は「裏に続く」などと裏面に記載したことが分かるようにしておくこと。
- (5) 問題A-1, A-2, A-3の3問に解答しなさい。解答の順番は順不同とするが, 必ず問題番号を記載して解答すること。
- (6) 問題用紙は解答用紙とともに回収します。
- (7) 問題中「図に書きなさい」という指示がある場合は, 解答用紙に記入すること。
- (8) 質問あるいは不明な点がある場合は手を挙げてください。

Notices

- (1) There are 4 question sheets and 4 answer sheets including a front sheet.
- (2) Fill in your examinee's number in the specified positions in this cover and each question and answer sheet.
- (3) This examination booklet consists of only question sheets. Use other separate sheets for answers.
- (4) If the space is exhausted, use the reverse side of the sheet and write down "to be continued" on the last line of the sheet.
- (5) Solve 3 questions A-1, A-2 and A-3 in any order. Never fail to fill in question number in each answer sheet.
- (6) Return these question sheets together with the answer sheets.
- (7) If given the instruction to draw a diagram, draw it on the answer sheet.
- (8) Raise your hand if you have any questions.

2022 年 10 月, 2023 年 4 月入学 (October 2022 and April 2023 Admission)
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2022 年 8 月 25 日実施 / August 25, 2022)

| | | | | | |
|-----------------|--|------------------|--|---------------------------|---|
| 試験科目 Subject | 電気システム制御 (専門科目I) Electrical, Systems, and Control Engineering I | プログラム Program | 電気システム制御 (Electrical, Systems, and Control Engineering) スマートイノベーション (Smart Innovation) | 受験番号 Examinee's Number | M |
|-----------------|--|------------------|--|---------------------------|---|

A-1

3×3 行列 $A = aI - 2(\mathbf{x} \otimes \mathbf{x})$ を考える。ただし,

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3, \mathbf{x} \otimes \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1^2 & x_1x_2 & x_1x_3 \\ x_2x_1 & x_2^2 & x_2x_3 \\ x_3x_1 & x_3x_2 & x_3^2 \end{pmatrix}, a = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2, x_1 \neq 0$$

とする。

- (1) $\mathbf{x} \otimes \mathbf{x}$ の行列式の値を求めよ。
- (2) $\mathbf{x} \otimes \mathbf{x}$ の固有値をすべて求めよ。
- (3) A の固有値をすべて求めよ。さらに, A の各固有値に対応する固有空間の次元を求めよ。
- (4) A の行列式の値を a を用いて表せ。

Consider the 3×3 matrix $A = aI - 2(\mathbf{x} \otimes \mathbf{x})$, where

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3, \mathbf{x} \otimes \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1^2 & x_1x_2 & x_1x_3 \\ x_2x_1 & x_2^2 & x_2x_3 \\ x_3x_1 & x_3x_2 & x_3^2 \end{pmatrix}, a = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \text{ and } x_1 \neq 0.$$

- (1) Find the value of the determinant of $\mathbf{x} \otimes \mathbf{x}$.
- (2) Find all the eigenvalues of $\mathbf{x} \otimes \mathbf{x}$.
- (3) Find all the eigenvalues of A . Besides, find the dimension of eigenspace associated with each eigenvalue of A .
- (4) Express the value of the determinant of A by using a .

2022 年 10 月, 2023 年 4 月入学 (October 2022 and April 2023 Admission)
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2022 年 8 月 25 日実施 / August 25, 2022)

| | | | | | |
|-----------------|--|------------------|--|---------------------------|---|
| 試験科目 Subject | 電気システム制御 (専門科目I) Electrical, Systems, and Control Engineering I | プログラム Program | 電気システム制御 (Electrical, Systems, and Control Engineering) スマートイノベーション (Smart Innovation) | 受験番号 Examinee's Number | M |
|-----------------|--|------------------|--|---------------------------|---|

A-2

1. 極限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log \cos x}{\log(1+x) - x}$ を求めよ. ただし, $\log x$ は x の自然対数を表す.
 2. 積分 $\int_0^1 \frac{x \sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ の値を求めよ. ただし, $\sin^{-1} x$ は $\sin x$ の逆関数を表し, その値域は $-\frac{\pi}{2} \leq \sin^{-1} x \leq \frac{\pi}{2}$ とする.
 3. 実数 R は $R > 1$ を満たすとする. また, $\tan^{-1} x$ は $\tan x$ の逆関数を表し, その値域は $-\frac{\pi}{2} < \tan^{-1} x < \frac{\pi}{2}$ とする.
 - (1) 変数変換 $x = \tan u, y = \tan^{-1}\left(\frac{v}{\tan u}\right)$ ($\frac{\pi}{6} < u < \frac{\pi}{4}, 1 < v < R$) に対して, ヤコビ行列式 $\frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} \end{vmatrix}$ を求めよ.
 - (2) $D_R = \left\{ (x, y) \mid \frac{1}{\sqrt{3}} < x < 1, 1 < x \tan y < R \right\}$ とする. 二重積分 $\iint_{D_R} \frac{x^2(1 + \tan^2 y)}{2 + x^2 \tan^2 y} dx dy$ の値を求め, さらに $R \rightarrow \infty$ における極限を求めよ.
-
1. Find $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log \cos x}{\log(1+x) - x}$. Here $\log x$ denotes the natural logarithm of x .
 2. Evaluate the integral $\int_0^1 \frac{x \sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx$. Here $\sin^{-1} x$ stands for the inverse function of $\sin x$ and its range is $-\frac{\pi}{2} \leq \sin^{-1} x \leq \frac{\pi}{2}$.
 3. Let R be a real number satisfying $R > 1$. Besides, $\tan^{-1} x$ stands for the inverse function of $\tan x$ and its range is $-\frac{\pi}{2} < \tan^{-1} x < \frac{\pi}{2}$.
 - (1) Find the Jacobian $\frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} \end{vmatrix}$ for the change of variables defined by $x = \tan u, y = \tan^{-1}\left(\frac{v}{\tan u}\right)$ ($\frac{\pi}{6} < u < \frac{\pi}{4}, 1 < v < R$).
 - (2) Let $D_R = \left\{ (x, y) \mid \frac{1}{\sqrt{3}} < x < 1, 1 < x \tan y < R \right\}$. Evaluate the double integral $\iint_{D_R} \frac{x^2(1 + \tan^2 y)}{2 + x^2 \tan^2 y} dx dy$, and find the limit as $R \rightarrow \infty$.

2022年10月, 2023年4月入学 (October 2022 and April 2023 Admission)
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2022年8月25日実施 / August 25, 2022)

| | | | | | |
|-----------------|--|------------------|--|---------------------------|---|
| 試験科目 Subject | 電気システム制御 (専門科目I) Electrical, Systems, and Control Engineering I | プログラム Program | 電気システム制御 (Electrical, Systems, and Control Engineering) スマートイノベーション (Smart Innovation) | 受験番号 Examinee's Number | M |
|-----------------|--|------------------|--|---------------------------|---|

A-3

1. 事象 A, B, C は独立で $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$, $P(A \cup C) = \frac{3}{7}$ を満たすとする。
 ただし, $P(D)$ は事象 D の確率を表す。

このとき, 確率 $P(B)$, $P(C)$ および条件付き確率 $P(A \cup B | C)$ を求めよ。

2. 確率変数 X の確率密度関数が $f(x) = \exp\{-(ax^2 + bx + c)\}$ で与えられている。
 ただし, a, b, c は実数で $a > 0$ とする。

(1) X の期待値 $E(X)$ と分散 $V(X)$ をそれぞれ a, b を用いて表せ。

(2) $E(X) = 1, V(X) = 3$ のとき c の値を求めよ。

1. Suppose that independent events A, B and C satisfy $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ and $P(A \cup C) = \frac{3}{7}$,
 where $P(D)$ stands for the probability of an event D .

Find the probabilities $P(B)$, $P(C)$ and the conditional probability $P(A \cup B | C)$.

2. Suppose that a random variable X has the probability density function $f(x) = \exp\{-(ax^2 + bx + c)\}$,
 where a, b and c are real numbers with $a > 0$.

(1) Express the expectation $E(X)$ and the variance $V(X)$ of X by using a and b .

(2) Determine the value of c if $E(X) = 1$ and $V(X) = 3$.

問題用紙

Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)

Question Sheets

(2022年8月25日実施 / August 25, 2022)

| | | | | | |
|-----------------|--|------------------|--|---------------------------|---|
| 試験科目 Subject | 電気システム制御 (専門科目II) Electrical, Systems, and Control Engineering II | プログラム Program | 電気システム制御 (Electrical, Systems, and Control Engineering) スマートイノベーション (Smart Innovation) | 受験番号 Examinee's Number | M |
|-----------------|--|------------------|--|---------------------------|---|

試験時間 : 13時30分~16時30分 (Examination Time : From 13:30 to 16:30)

受験上の注意事項

- (1) 問題用紙は表紙を含み7枚, 解答用紙は表紙を含み4枚あります。
- (2) 問題用紙及び解答用紙のそれぞれに, 受験番号を記入してください。
- (3) これは問題用紙です。解答は別冊の解答用紙に記入してください。
- (4) 解答が書ききれないときは, 同じ用紙の裏面を利用しても構いません。ただし, その場合は「裏に続く」などと裏面に記載したことが分かるようにしておくこと。
- (5) 問題 B-1, B-2, B-3, B-4, B-5, B-6 の6問中から3問選択し解答しなさい。解答の順番は順不同とするが, 必ず問題番号を記載して解答すること。なお, 選択した問題は, 下欄の表に○印を付して表示すること。
- (6) 問題用紙は解答用紙とともに回収します。
- (7) 問題中「図に書きなさい」という指示がある場合は, 解答用紙に記入すること。
- (8) 質問あるいは不明な点がある場合は手を挙げてください。

Notices

- (1) There are 7 question sheets and 4 answer sheets including a front sheet.
- (2) Fill in your examinee's number in the specified positions in this cover and each question and answer sheet.
- (3) This examination booklet consists of only question sheets. Use other separate sheets for answers.
- (4) If the space is exhausted, use the reverse side of the sheet and write down "to be continued" on the last line of the sheet.
- (5) Select 3 specialized subjects among the following 6 specialized subjects (B-1, B-2, B-3, B-4, B-5 and B-6) and answer these questions. Solve the questions that you selected, but never fail to fill in the specialized subject and question number in each answer sheet. Moreover, mark specialized subjects that you have selected with circles in the Mark column in the Table given below.
- (6) Return these question sheets together with the answer sheets.
- (7) If given the instruction to draw a diagram, draw it on the answer sheet.
- (8) Raise your hand if you have any questions.

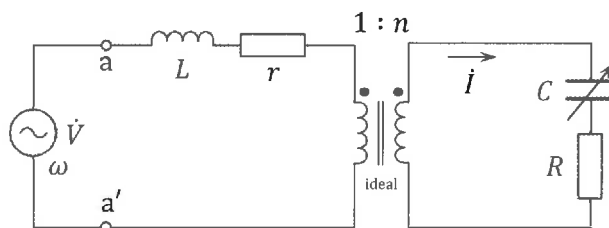
| | | | | | | |
|-------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 問題番号 Question Number | B-1 | B-2 | B-3 | B-4 | B-5 | B-6 |
| 選択 Selection | | | | | | |

| | | | | | |
|-----------------|---|------------------|--|---------------------------|---|
| 試験科目 Subject | 電気システム制御 (専門科目Ⅱ) Electrical, Systems, and Control Engineering II | プログラム Program | 電気システム制御 (Electrical, Systems, and Control Engineering) スマートイノベーション (Smart Innovation) | 受験番号 Examinee's Number | M |
|-----------------|---|------------------|--|---------------------------|---|

B-1

図に示す理想変圧器を含む回路において, 以下のことを仮定する。

- ドット (\cdot) は複素数表示を意味する。
- \dot{V} は実効値 V , 角周波数 ω をもつ正弦波交流電圧源の電圧である。
- r および R は抵抗, L はインダクタンス, C はキャパシタンス (可変) である。
- n は, 理想変圧器の変成比である。



この回路について, 以下の設問に答えよ。

- (1) 端子対 a-a' からみた右側の回路のインピーダンスを求めよ。
- (2) 抵抗 R に流れる電流 i を求めよ。
- (3) 抵抗 R にて消費される有効電力を最大とするキャパシタンス C の条件を求めよ。

For the circuit, including an ideal transformer, shown in the figure, the followings are assumed:

- A dot (\cdot) means the complex number expression.
- \dot{V} is a sinusoidal ac voltage source voltage with effective value V and angular frequency ω .
- r and R are resistances, L is an inductance, and C is a capacitance (variable).
- n is the turns ratio of the ideal transformer.

For this circuit, answer the following questions.

- (1) Find the impedance of the part of the circuit to the right of terminals a-a'.
- (2) Determine the current i that flows through the resistance R .
- (3) Find the condition on the capacitance C that will maximize the real power consumed at the resistance R .

| | | | | | |
|-----------------|--|------------------|--|---------------------------|---|
| 試験科目 Subject | 電気システム制御 (専門科目II) Electrical, Systems, and Control Engineering II | プログラム Program | 電気システム制御 (Electrical, Systems, and Control Engineering) スマートイノベーション (Smart Innovation) | 受験番号 Examinee's Number | M |
|-----------------|--|------------------|--|---------------------------|---|

B-2

図に示す制御システムにおいて, システムの状態空間表現およびコントローラがそれぞれ(a)式, (b)式と与えられるとき, 各問いに答えなさい。

システム
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \quad (a)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

コントローラ
$$u(t) = -k_1 x_1(t) - k_2 x_2(t) \quad (b)$$

- (1) (a)式をラプラス変換しシステムの伝達関数 $G(s)$ を導出しなさい。
- (2) $G(s)$ の周波数特性として, ゲイン $|G(j\omega)|$ と位相角 $\angle G(j\omega)$ を導出しなさい。また, ボード線図の概形を描きなさい。ただし, ボード線図内に特徴的な数値を記載すること。
- (3) (a)式のシステムは可制御か否かその理由とともに答えなさい。
- (4) システムとコントローラで構成される閉ループ系の極が -1 および -2 となるようにフィードバックゲイン k_1 および k_2 を決定しなさい。

Given that the system and the controller are respectively defined by Eq.(a) and Eq.(b), answer the following questions for the control system shown in the figure.

System
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \quad (a)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

Controller
$$u(t) = -k_1 x_1(t) - k_2 x_2(t) \quad (b)$$

- (1) Find the transfer function $G(s)$ corresponding to the system given by Eq. (a) using the Laplace transform.
- (2) Derive the gain $|G(j\omega)|$ and the phase angle $\angle G(j\omega)$ of the frequency response of $G(s)$, and sketch the Bode plot, where the characteristic numerical values are indicated in the Bode plot.
- (3) Determine whether the system defined by Eq. (a) is controllable with the reasons.
- (4) Find the feedback gains k_1 and k_2 so that the poles of the closed-loop system consisting of the system and the controller are -1 and -2 .

| | | | | | |
|-----------------|--|------------------|--|---------------------------|---|
| 試験科目 Subject | 電気システム制御 (専門科目II) Electrical, Systems, and Control Engineering II | プログラム Program | 電気システム制御 (Electrical, Systems, and Control Engineering) スマートイノベーション (Smart Innovation) | 受験番号 Examinee's Number | M |
|-----------------|--|------------------|--|---------------------------|---|

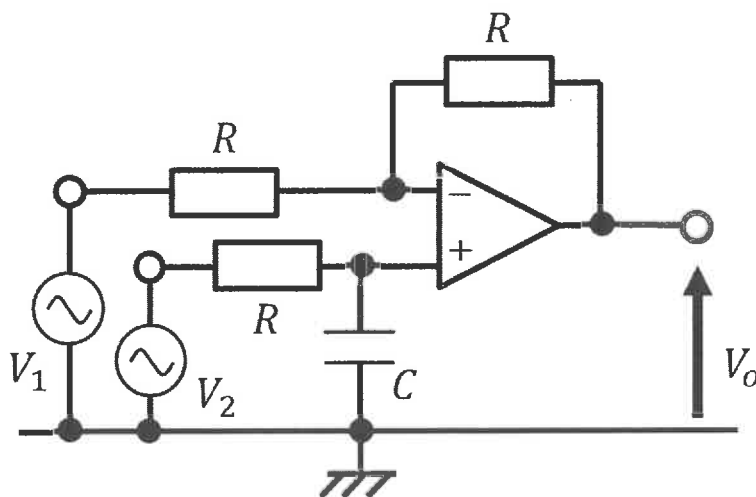
B-3

下の図で与えられる回路について, 次の問いに答えよ。ただし, 回路中の演算増幅器は理想特性をもつとする。また V_1 と V_2 は角周波数 ω の正弦波電圧源, V_o は回路の出力電圧, R は抵抗, C はキャパシタを表すとする。

- $V_2 = 0$ であるとき, V_o を V_1 を使って表せ。
- $V_1 = 0$ であるとき, V_o を V_2 を使って表せ。
- $V_1 = V_2$ であるとき, V_o を V_1 を使って表せ。
- $V_1 = V_2$ であるとき, 電圧増幅度 V_o/V_1 の絶対値を求めよ。ただし, $V_1 = V_2 \neq 0$ とする。
- $V_1 = V_2$ であるとき, $\omega = 0$ と $\omega = \infty$ のときの電圧増幅度 V_o/V_1 の位相差を求めよ。ただし, $V_1 = V_2 \neq 0$ とする。

Answer the following questions for the circuit given by the figure, where the operational amplifiers in the circuit have ideal characteristics, V_1 and V_2 are sinusoidal voltage sources with angular frequency ω , V_o is the output voltage of the circuit, R is a resistance, and C is a capacitance.

- Find V_o using V_1 when $V_2 = 0$.
- Find V_o using V_2 when $V_1 = 0$.
- Find V_o using V_1 when $V_1 = V_2$.
- Find the absolute value of the voltage amplification V_o/V_1 when $V_1 = V_2$, where $V_1 = V_2 \neq 0$.
- Find the phase difference of the voltage amplification V_o/V_1 between $\omega = 0$ and $\omega = \infty$ when $V_1 = V_2$, where $V_1 = V_2 \neq 0$.



| | | | | | |
|-----------------|--|------------------|--|---------------------------|---|
| 試験科目 Subject | 電気システム制御 (専門科目II) Electrical, Systems, and Control Engineering II | プログラム Program | 電気システム制御 (Electrical, Systems, and Control Engineering) スマートイノベーション (Smart Innovation) | 受験番号 Examinee's Number | M |
|-----------------|--|------------------|--|---------------------------|---|

B-4

4つの論理変数 x_0, x_1, x_2, x_3 で表される十進数 $n = 8x_3 + 4x_2 + 2x_1 + x_0$ ($n = 0, \dots, 15$) を用いた, 次のフィボナッチ数列について以下の問いに答えよ。

$$F_0 = 0, \quad F_1 = 1, \quad F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \quad (n \geq 0)$$

- (1) $n = 0$ から $n = 15$ までのフィボナッチ数 F_n を記述せよ。
- (2) n が3の倍数のときに1を返す論理関数 $f_1(x_0, x_1, x_2, x_3)$ を最小積和形で記述せよ。
- (3) F_n が奇数のときに1を返す論理関数 $f_2(x_0, x_1, x_2, x_3)$ を最小積和形で記述せよ。
- (4) $f_2(x_0, x_1, x_2, x_3)$ に対応した論理回路を描け。
- (5) n が3の倍数または F_n が奇数のときに1を返す論理関数 $f_3(x_0, x_1, x_2, x_3)$ を最小積和形で記述せよ。

Answer the following questions on the Fibonacci sequence using the decimal number $n = 8x_3 + 4x_2 + 2x_1 + x_0$ ($n = 0, \dots, 15$), which are represented by four logic variables $x_0, x_1, x_2,$ and x_3 .

$$F_0 = 0, \quad F_1 = 1, \quad F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \quad (n \geq 0)$$

- (1) Describe the Fibonacci numbers F_n from $n = 0$ to $n = 15$.
- (2) Describe a minimum sum-of-products form for a logic function $f_1(x_0, x_1, x_2, x_3)$ that returns 1 when n is a multiple of 3.
- (3) Describe a minimum sum-of-products form for a logic function $f_2(x_0, x_1, x_2, x_3)$ that returns 1 when F_n is an odd number.
- (4) Write a logic circuit that represents $f_2(x_0, x_1, x_2, x_3)$.
- (5) Describe a minimum sum-of-products form for a logic function $f_3(x_0, x_1, x_2, x_3)$ that returns 1 when n is a multiple of 3 or F_n is an odd number.

2022 年 10 月, 2023 年 4 月入学 (October 2022 and April 2023 Admission)
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2022 年 8 月 25 日実施 / August 25, 2022)

| | | | | | |
|-----------------|--|------------------|--|---------------------------|---|
| 試験科目 Subject | 電気システム制御 (専門科目II) Electrical, Systems, and Control Engineering II | プログラム Program | 電気システム制御 (Electrical, Systems, and Control Engineering) スマートイノベーション (Smart Innovation) | 受験番号 Examinee's Number | M |
|-----------------|--|------------------|--|---------------------------|---|

B-5

- (1) 企業 A は効果の高い広告活動を行いたい。広告費の予算は 85000 万円である。ラジオ, テレビ, 新聞の 1 単位の広告費は, それぞれ 110 万円, 500 万円, 250 万円である。企業 A の方針として, テレビの広告に 42000 万円以上を費やし, 新聞に対する支出は 65000 万円以下にしたい。企業 A の経験から, ラジオ, テレビ, 新聞の広告効果は, それぞれ 350, 190, 300 単位であることが分かっている。広告効果を最大化するような 3 つのメディアへの広告費用の割当てを求めめるための数理計画問題を定式化せよ。
- (2) シンプレックス法を用いて, 次の線形計画問題を解け。

$$\begin{aligned} &\text{maximize} && z = 25x_1 + 50x_2 + 34x_3 \\ &\text{subject to} && 5x_1 + 10x_2 + 6x_3 \leq 430 \\ &&& 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 \leq 450 \\ &&& 3x_1 + 10x_2 + 8x_3 \leq 500 \\ &&& x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

- (3) (2) の問題に対する双対問題を示せ。

- (4) 非線形計画問題

$$\begin{aligned} &\text{minimize} && f(x_1, x_2) = (x_1 - 5)^2 + (x_2 - 2)^2 \\ &\text{subject to} && g_1(x_1, x_2) = \frac{1}{3}x_1^2 - x_2 - 1 \leq 0 \\ &&& g_2(x_1, x_2) = \frac{1}{2}(x_1 - 1)^2 + x_2 - 4 \leq 0 \end{aligned}$$

を図的に解き, その最適解が 1 次の最適性条件 (Karush-Kuhn-Tucker condition, KKT 条件) を満たすかどうかを確認せよ。

- (1) Company A wants to carry out highly effective advertising activities. The budget for advertising costs is 850 million yen. Costs for one unit of advertising in radio, TV, and newspapers are 1.1 million yen, 5 million yen, and 2.5 million yen, respectively. The advertising policy of Company A is to spend 420 million yen or more on TV and 650 million yen or less on newspapers. From the experience of Company A, it is known that the advertising effectiveness of radio, TV, and newspapers is 350, 190, and 300 units of advertising effectiveness, respectively. Formulate a mathematical programming problem to find an allocation of the budget to three media that maximizes advertising effectiveness.

- (2) Solve the following linear programming problem using the simplex method.

$$\begin{aligned} &\text{maximize} && z = 25x_1 + 50x_2 + 34x_3 \\ &\text{subject to} && 5x_1 + 10x_2 + 6x_3 \leq 430 \\ &&& 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 \leq 450 \\ &&& 3x_1 + 10x_2 + 8x_3 \leq 500 \\ &&& x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

- (3) Show the dual problem to the problem of (2).

- (4) Solve the following nonlinear programming problem graphically.

$$\begin{aligned} &\text{minimize} && f(x_1, x_2) = (x_1 - 5)^2 + (x_2 - 2)^2 \\ &\text{subject to} && g_1(x_1, x_2) = \frac{1}{3}x_1^2 - x_2 - 1 \leq 0 \\ &&& g_2(x_1, x_2) = \frac{1}{2}(x_1 - 1)^2 + x_2 - 4 \leq 0. \end{aligned}$$

Furthermore, verify in detail whether or not the first-order optimality condition (the Karush-Kuhn-Tucker (KKT) condition) is satisfied at the obtained optimal solution.

| | | | | | |
|-----------------|---|------------------|--|---------------------------|---|
| 試験科目 Subject | 電気システム制御 (専門科目Ⅱ) Electrical, Systems, and Control Engineering II | プログラム Program | 電気システム制御 (Electrical, Systems, and Control Engineering) スマートイノベーション (Smart Innovation) | 受験番号 Examinee's Number | M |
|-----------------|---|------------------|--|---------------------------|---|

B-6

$y(x)$ についての微分方程式

$$(*) \quad y'' - \frac{2x}{x^2+1}y' - \frac{(x-1)^2}{x^2+1}y = 0$$

を考える.

- (1) $y_1(x) = e^{\lambda x}$ が方程式 (*) の解となる定数 λ を求めよ.
- (2) (1) で得られた解 $y_1(x)$ を用いて $y(x) = y_1(x)u(x)$ とおくことにより, 方程式 (*) を $u(x)$ についての微分方程式に書きかえよ.
- (3) $w(x)$ についての初期値問題

$$w' + 2 \left(1 - \frac{x}{x^2+1} \right) w = 0, \quad w(0) = 1$$

を解け.

- (4) 方程式 (*) の一般解を求めよ.

Consider the differential equation for $y(x)$

$$(*) \quad y'' - \frac{2x}{x^2+1}y' - \frac{(x-1)^2}{x^2+1}y = 0.$$

- (1) Find the constant λ such that $y_1(x) = e^{\lambda x}$ solves the equation (*).
- (2) Set $y(x) = y_1(x)u(x)$, where $y_1(x)$ is the solution of (*) obtained in (1). Then rewrite the equation (*) as the differential equation for $u(x)$.
- (3) Solve the initial value problem for $w(x)$

$$w' + 2 \left(1 - \frac{x}{x^2+1} \right) w = 0, \quad w(0) = 1.$$

- (4) Find the general solution of (*).