

2022年10月入学, 2023年4月入学 (October 2022 and April 2023 Admission)
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
問題用紙

Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)
Question Sheets

(2022年8月25日実施 / August 25, 2022)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 I) Informatics and Data Science I	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

試験時間 : 9 時 00 分 ~ 11 時 00 分 (Examination Time : From 9:00 to 11:00)

受験上の注意事項

1. この問題用紙は表紙を含み5枚あります。
2. 表紙および各ページに, 受験番号を記入してください。
3. これは問題用紙です。解答は別冊の解答用紙に記入してください。
4. 解答が書ききれないときは, 同じ用紙の裏面を利用しても構いません。ただし, その場合は「裏に続く」などと記入して裏面に記載したことが分かるようにしてください。
5. すべての問題に解答してください。
6. 問題用紙は解答用紙とともに回収します。
7. 質問あるいは不明な点がある場合は手を挙げてください。

Notices

1. There are 5 question sheets including a front sheet.
2. Fill in your examinee's number in the specified positions in this cover and each question sheet.
3. This examination booklet consists of only question sheets. Use other separate sheets for answers.
4. If the space is exhausted, use the reverse side of the sheet and write down "to be continued" on the last line of the sheet.
5. Answer all the questions.
6. Return these question sheets together with the answer sheets.
7. Raise your hand if you have any questions.

2022年10月入学, 2023年4月入学 (October 2022 and April 2023 Admission)
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2022年8月25日実施 / August 25, 2022)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 I) Informatics and Data Science I	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 1 (Question 1)

(1) 2次正方行列 $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ のすべての固有値と対応する固有ベクトルを求めよ.

(2) 実数 x, y, z を要素とする 2次実対称行列 $A = \begin{bmatrix} x & y \\ y & z \end{bmatrix}$ のすべての固有値を求め, それらが実数となることを示せ.

(3) 行列 A の固有値を λ_1, λ_2 ($\lambda_1 \geq \lambda_2$) とすると, 行列 A は直交行列

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

を用いて,

$$R(\theta)^T A R(\theta) = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}$$

のように対角化できる. ここで, $R(\theta)^T$ は $R(\theta)$ の転置を表す. このとき, $\cos 2\theta$ および $\sin 2\theta$ を x, y, z を用いて表せ.

(1) Find all the eigenvalues and the corresponding eigenvectors of the 2-dimensional square matrix $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$.

(2) Let x, y, z be real. Then find all the eigenvalues of the 2-dimensional real symmetric matrix $A = \begin{bmatrix} x & y \\ y & z \end{bmatrix}$ and show that the eigenvalues are real.

(3) Let λ_1, λ_2 ($\lambda_1 \geq \lambda_2$) be the eigenvalues of the real symmetric matrix A . Then the matrix A can be diagonalized by using the orthogonal matrix

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

as

$$R(\theta)^T A R(\theta) = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix},$$

where $R(\theta)^T$ denotes the transpose of the matrix $R(\theta)$. Express $\cos 2\theta$ and $\sin 2\theta$ using x, y, z .

2022年10月入学, 2023年4月入学 (October 2022 and April 2023 Admission)
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2022年8月25日実施 / August 25, 2022)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 I) Informatics and Data Science I
-----------------	---

プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 2 (Question 2)

2変数関数 f, g を $f(s, t) = \frac{e^{-t^2}}{1+s^3}$, $g(s, t) = e^{-s^2-t^2}$ と定める.
 また, $x, y > 0$ において, \mathbb{R}^2 における領域 $R(x, y), S(x, y)$ を

$$R(x, y) = \{(s, t) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq s \leq x, 0 \leq t \leq y\}$$

$$S(x, y) = \{(s, t) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq s^2 + t^2 \leq x^2 + y^2, sy - tx \geq 0, t \geq 0\}$$

とする. このとき,

- (1) $\frac{\partial F}{\partial y}$ を求めよ. 但し, $F(x, y) = \iint_{R(x, y)} f(s, t) dsdt.$
- (2) $\frac{\partial G}{\partial x}$ を求めよ. 但し, $G(x, y) = \iint_{S(x, y)} g(s, t) dsdt.$

Let f, g be functions of two variables defined by $f(s, t) = \frac{e^{-t^2}}{1+s^3}$, $g(s, t) = e^{-s^2-t^2}$. And let $R(x, y), S(x, y)$, where $x, y > 0$, be closed domains in \mathbb{R}^2 defined as follows:

$$R(x, y) = \{(s, t) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq s \leq x, 0 \leq t \leq y\},$$

$$S(x, y) = \{(s, t) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq s^2 + t^2 \leq x^2 + y^2, sy - tx \geq 0, t \geq 0\}.$$

Then answer the following questions:

- (1) Find the partial derivative $\frac{\partial F}{\partial y}$, where $F(x, y) = \iint_{R(x, y)} f(s, t) dsdt.$
- (2) Find the partial derivative $\frac{\partial G}{\partial x}$, where $G(x, y) = \iint_{S(x, y)} g(s, t) dsdt.$

2022年10月入学, 2023年4月入学 (October 2022 and April 2023 Admission)
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2022年8月25日実施 / August 25, 2022)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 I) Informatics and Data Science I	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 3 (Question 3)

X_1, X_2, \dots, X_n は互いに独立かつ同一な分布に従う確率変数とし, $X_i, i = 1, \dots, n$, の確率密度関数を

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad x \geq 0, \lambda > 0$$

とする. また, $n = 2, 3, \dots$ に対して $Y_n = \max(X_1, \dots, X_n)$ を定義し, Y_n の確率密度関数を $g_n(x)$ で表す.

- (1) 平均 $E[X_1]$, 分散 $\text{Var}[X_1]$ および確率 $P(X_1 > x)$ を求めよ.
- (2) 確率 $P(X_2 > X_1)$ を求めよ.
- (3) 確率 $P(Y_2 > x)$ および確率密度関数 $g_2(x)$ を求めよ.
- (4) 確率 $P(X_3 > Y_2)$ を求めよ.
- (5) $n = 3, 4, \dots$ に対する確率 $P(X_n > Y_{n-1})$ を求めよ.

Let X_1, X_2, \dots, X_n be mutually independent and identically distributed random variables. The probability density function of $X_i, i = 1, \dots, n$, is given by

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad x \geq 0, \lambda > 0.$$

Also define $Y_n = \max(X_1, \dots, X_n)$ for $n = 2, 3, \dots$. The probability density function of Y_n is expressed as $g_n(x)$.

- (1) Find the mean $E[X_1]$, the variance $\text{Var}[X_1]$ and the probability $P(X_1 > x)$.
- (2) Find the probability $P(X_2 > X_1)$.
- (3) Find the probability $P(Y_2 > x)$ and the probability density function $g_2(x)$.
- (4) Find the probability $P(X_3 > Y_2)$.
- (5) Find the probability $P(X_n > Y_{n-1})$ for $n = 3, 4, \dots$.

2022年10月入学, 2023年4月入学 (October 2022 and April 2023 Admission)
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2022年8月25日実施 / August 25, 2022)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 I) Informatics and Data Science I	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 4 (Question 4)

グラフが平面的であるとはそのグラフを平面上に辺を交差させることなく描画できることを言う (ただし辺の端点を除く). またそのような描画をグラフの平面描画と呼ぶ.

- (1) 頂点集合 $V = \{a, b, c, d, e, f\}$, 辺集合 $E = \{ab, ac, ae, ad, ec, ed, fb, fc\}$ を持つグラフ $G = (V, E)$ の平面描画を示しなさい. ここで ab は頂点 a と b を結ぶ無向辺をあらわすものとする.
- (2) 上で答えた平面描画における領域をすべて列挙しなさい. 回答では, 例えば三つの辺 ab, bc, ca で囲まれた領域を abc のように表現すること.
- (3) p 個の頂点と q 個の辺を持つ任意の連結な平面的グラフの平面描画は

$$r = q - p + 2$$

個の領域を持つことが知られている. この等式を q に関する数学的帰納法を用いて証明しなさい. すなわち, 辺の数が $q = 0$ のときに等式が成立することを示した上で, 辺の数が $q - 1$ のときに等式が成立するならば辺の数が q のときも成立することを示しなさい.

- (4) グラフ G に高々2本の辺を付加してグラフを非平面的にしなさい. 回答では, 得られたグラフが平面的ではない理由も併記すること.

A graph is said to be planar if it can be drawn on the plane in such a way that its edges intersect only at their endpoints. Such a drawing is called a planar embedding of the graph.

- (1) Illustrate a planar embedding of graph $G = (V, E)$ with vertex set $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ and edge set $E = \{ab, ac, ae, ad, ec, ed, fb, fc\}$, where ab denotes an undirected edge connecting a and b .
- (2) List all regions in the planar embedding given in the above answer. In your answer, express the region bounded by three edges $ab, bc,$ and ca simply as abc , for example.
- (3) It is known that any planar embedding of a connected graph with p vertices and q edges has

$$r = q - p + 2$$

regions. Prove the above equation using mathematical induction on q . That is, first show that the equality holds for planar embeddings with $q = 0$ edges, and then show that the equality also holds for planar embeddings with q edges if it holds for planar embeddings with $q - 1$ edges.

- (4) Add at most two edges to G so that the resulting graph is not planar. In your answer, state why the resulting graph is not planar.

2022年10月入学, 2023年4月入学 (October 2022 and April 2023 Admission)
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期(一般選抜)専門科目入学試験問題
問題用紙

Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)
Question Sheets

(2022年8月25日実施 / August 25, 2022)

試験科目 Subject	情報科学(専門科目II) Informatics and Data Science II	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

試験時間: 13時30分~15時30分 (Examination Time: From 13:30 to 15:30)

受験上の注意事項

1. この問題用紙は表紙を含み9枚あります。
2. 表紙および各ページに, 受験番号を記入してください。
3. これは問題用紙です。解答は別冊の解答用紙に記入してください。
4. 解答が書ききれないときは, 同じ用紙の裏面を利用しても構いません。ただし, その場合は「裏に続く」などと記入して裏面に記載したことが分かるようにしてください。
5. 問題1~6の中から3問選択して解答してください。これに加えて, 問題7に解答してください。解答は問題番号順に並んでいなくても構いませんが, 必ず問題番号を記載して解答してください。なお, 選択した問題は, 解答用紙表紙の選択欄に○印を付けてください。
6. 問題用紙は解答用紙とともに回収します。
7. 質問あるいは不明な点がある場合は手を挙げてください。

Notices

1. There are 9 question sheets including a front sheet.
2. Fill in your examinee's number in the specified positions in this cover and each question sheet.
3. This examination booklet consists of only question sheets. Use other separate sheets for answers.
4. If the space is exhausted, use the reverse side of the sheet and write down "to be continued" on the last line of the sheet.
5. Select 3 questions from Question 1 through Question 6 and answer these questions. Also answer Question 7 in addition to the selected 3 questions. Never fail to fill in the Question Number in each answer sheet. Moreover, mark the Question Number that you have selected with a circle in the Mark Column in the Table on the cover of the answer sheets.
6. Return these question sheets together with the answer sheets.
7. Raise your hand if you have any questions.

2022年10月入学, 2023年4月入学 (October 2022 and April 2023 Admission)
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2022年8月25日実施 / August 25, 2022)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 1 (Question 1)

n 個の要素をもつ定常無記憶情報源を S_n とし, その S_n に対する 2 元符号を C_n とする. 問題 (1)–(4) に答えよ.

- (1) 次のような S_6 に対してハフマン符号 C_6 を作成する際に構成される木構造を示し, ハフマン符号 C_6 と平均符号長 \bar{L}_{C_6} を求めよ.

$$S_6 = \begin{pmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 & s_5 & s_6 \\ 0.32 & 0.22 & 0.20 & 0.16 & 0.06 & 0.04 \end{pmatrix}$$

- (2) (1) で求めた C_6 が瞬時に復号可能な符号であることを (1) の木構造を用いて説明せよ.
- (3) 一般に, ハフマン符号は瞬時に復号可能な 2 元符号である. また, 瞬時に復号可能な n 個の符号語から成る 2 元符号はクラフトの不等式 $\sum_{i=1}^n 2^{-L(x_i)} \leq 1$ を満足する. ここで, $L(x_i)$ は符号語 $x_i (1 \leq i \leq n)$ の符号長である. (1) で求めた C_6 がクラフトの不等式を満たすことを示せ.
- (4) 今, n 個の値をもつ 2 つの集合 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, $W = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$ において, $v_i, w_i \geq 0 (1 \leq i \leq n)$ かつ $\sum_{i=1}^n v_i = 1$, $\sum_{i=1}^n w_i \leq 1$ であるとき, 次の不等式が成立する. これを用いて, 一般に $H(S_n) \leq \bar{L}_{C_n}$ が成立することを示せ. ここで, $H(S_n)$ は S_n のエントロピー, \bar{L}_{C_n} は S_n に対する瞬時に復号可能な C_n の平均符号長である.

$$-\sum_{i=1}^n v_i \log_2 v_i \leq -\sum_{i=1}^n w_i \log_2 w_i$$

Let S_n and C_n be a stationary memoryless information source with n elements and a binary code for S_n , respectively. Answer the questions (1) – (4).

- (1) Obtain a tree structure that is constructed in a Huffman code C_6 for the following S_6 , and then show the Huffman code C_6 and its average code length \bar{L}_{C_6} .

$$S_6 = \begin{pmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 & s_5 & s_6 \\ 0.32 & 0.22 & 0.20 & 0.16 & 0.06 & 0.04 \end{pmatrix}$$

- (2) Explain that C_6 is an instantaneous decodable code using the tree structure obtained in (1).
- (3) In general, a Huffman code is an instantaneous decodable binary code. Moreover, any instantaneous decodable binary code with n code words satisfies the Kraft inequality $\sum_{i=1}^n 2^{-L(x_i)} \leq 1$ in general. Here, $L(x_i)$ is the code length of a code word $x_i (1 \leq i \leq n)$. Show that C_6 obtained in (1) satisfies the Kraft inequality.
- (4) Consider two sets with n values $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, $W = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$ where $v_i, w_i \geq 0 (1 \leq i \leq n)$ and $\sum_{i=1}^n v_i = 1$, $\sum_{i=1}^n w_i \leq 1$. Then, the following inequality holds. Using the inequality, show $H(S_n) \leq \bar{L}_{C_n}$ in general. Here, $H(S_n)$ and \bar{L}_{C_n} are an entropy of S_n and the average code length of an instantaneous decodable code C_n for S_n , respectively.

$$-\sum_{i=1}^n v_i \log_2 v_i \leq -\sum_{i=1}^n w_i \log_2 w_i$$

2022 年 10 月入学, 2023 年 4 月入学 (October 2022 and April 2023 Admission)
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2022 年 8 月 25 日実施 / August 25, 2022)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 2 (Question 2)

アルゴリズム $\text{sort}(A, 1, n)$ は, 配列 A の n 個のすべての要素を昇順にソートする. なお, $\text{swap}(a, b)$ は a と b の値を交換する手続きである. 以下の問いに答えよ.

- (1) 配列 $A = \{2, 8, 7, 1, 3, 5, 6, 4\}$ に対する $\text{partition}(A, 1, 8)$ の動作を, **for** 文の各繰り返し直後の配列 A の各要素の値と変数 j, i の値を用いて説明せよ.
- (2) (1) の配列 A をソートするときに sort 関数が呼び出される際の引数の組をすべて答えよ.
- (3) アルゴリズム sort の最悪の場合の実行時間が $O(n^2)$ であることを示せ.
- (4) A のすべての要素は異なるものとし, あらゆる順列が等確率であると仮定したとき, 実行時間 $T(n)$ を漸化式で表せ.
- (5) このアルゴリズムを実装するにあたり, どのような改良をすれば高速化できるかを理由と共に説明せよ.

Algorithm $\text{sort}(A, 1, n)$ sorts all n elements of the array A in ascending order. Note that $\text{swap}(a, b)$ is a procedure that swaps the values of a and b . Answer the following questions.

- (1) Explain the operation of $\text{partition}(A, 1, 8)$ on the array $A = \{2, 8, 7, 1, 3, 5, 6, 4\}$ using the value of each element of array A and the values of variables j, i after each iteration of the **for** loop.
- (2) Answer all tuples of arguments when the sort function is called to sort the array A in (1).
- (3) Show that the worst case running time of the algorithm sort is $O(n^2)$.
- (4) Assuming that all elements of A are distinct and all permutations of the input numbers have equal probability, express the running time $T(n)$ as an asymptotic equation.
- (5) Explain what improvements can be made to speed up sorting when implementing this algorithm. Also, explain why.

```

sort( $A, p, r$ )
  if  $p < r$ 
     $q = \text{partition}(A, p, r)$ 
    sort( $A, p, q - 1$ )
    sort( $A, q + 1, r$ )
    
```

```

partition( $A, p, r$ )
   $x = A[r]$ 
   $i = p - 1$ 
  for  $j = p$  to  $r - 1$ 
    if  $A[j] \leq x$ 
       $i = i + 1$ 
      swap( $A[i], A[j]$ )
  swap( $A[i + 1], A[r]$ )
  return  $i + 1$ 
    
```


2022年10月入学, 2023年4月入学 (October 2022 and April 2023 Admission)
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2022年8月25日実施 / August 25, 2022)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 3 (Question 3)

二分探索の基本的なアルゴリズムの一つを以下に示す。

1. 昇順にソートされている配列の中央位置にある要素の値を求める。
- 2-1. その値がもし目的の値より小さければ, 1. に戻って中央位置より後ろの配列を調べる。
- 2-2. その値がもし目的の値より大きければ, 1. に戻って中央位置より前の配列を調べる。
- 2-3. その値がもし目的の値と等しければ, その位置を返す。

リスト 1 はこのアルゴリズムを C 言語でそれぞれ実装した関数 `bsearch1` と `bsearch2` を含むプログラムを示している。これらの関数は二分探索によって配列 `ary` の中から目的の値 `key` の位置の一つを求めて返す (目的の値が配列中に無い場合は `-1` を返す)。 `ary` は昇順にソートされているものとし, `head` と `tail` は `ary` の中で探索する範囲の先頭と末尾の位置をそれぞれ示す。以下の間に答えよ。

- (1) リスト 1 中の空欄 (1-1) ~ (1-5) を埋めて, 関数 `bsearch2` を完成せよ。
- (2) リスト 2 はリスト 1 のプログラムの出力結果の一部を示している。残りの出力結果を答えよ。
- (3) 以下の (a)~(d) から, 関数 `bsearch1` および `bsearch2` が `-1` を返すものをすべて選べ。
 - (a) `int ary[] = {1,3,5,7,8,10,14,15}, key = 3;`
 - (b) `int ary[] = {42,51,16,25,9,33}, key = 51;`
 - (c) `int ary[] = {51,42,38,33,16,7}, key = 7;`
 - (d) `int ary[] = {2,4,6,10,11,15,15,17}, key = 15;`
- (4) (3) で `-1` を返すとしたものの中に, 関数 `bsearch1` および `bsearch2` の一部を変更するだけで上記のアルゴリズムのような二分探索で扱えるようになるものがある。それは (a)~(d) のどれか答えよ。また, 関数 `bsearch1` および `bsearch2` 中の変更が必要な行番号とその変更内容を答えよ。

The following is an algorithm of binary search.

1. Find the value in the center of the array sorted in ascending order.
- 2-1. If the value is smaller than the key value, back to 1. and check the upper half of the array.
- 2-2. If the value is bigger than the key value, back to 1. and check the lower half of the array.
- 2-3. If the value is the same as the key value, return the position of it.

List 1 shows the program including the functions `bsearch1` and `bsearch2` implementing the algorithm in C language. The functions find a position of the value `key` in the integer array `ary` and return the position as an integer (if the value is not included in the array, the functions return `-1`). `ary` shall be sorted in ascending order. `head` and `tail` represent the head and the tail of the array to be searched respectively. Answer the following questions.

- (1) Fill in the blanks (1-1) to (1-5) in List 1 to complete the function `bsearch2`.
- (2) List 2 shows a part of the output of the program in List 1. Answer the remaining output.
- (3) From (a) to (d) below, choose all that the functions `bsearch1` and `bsearch2` return `-1`.
 - (a) `int ary[] = {1,3,5,7,8,10,14,15}, key = 3;`
 - (b) `int ary[] = {42,51,16,25,9,33}, key = 51;`
 - (c) `int ary[] = {51,42,38,33,16,7}, key = 7;`
 - (d) `int ary[] = {2,4,6,10,11,15,15,17}, key = 15;`
- (4) One of the items selected in (3) can be handled with binary search like the algorithm above by simply changing some of the functions `bsearch1` and `bsearch2`. Answer which of (a) through (d) it is. Then, answer the line numbers to be modified and the content of the modification in the functions `bsearch1` and `bsearch2`.

```

1 #include <stdio.h>
2
3 int bsearch1(int *ary, int head, int tail, int key) {
4     int mid = head + (tail - head) / 2;
5     printf("bsearch1: head=%d, mid=%d, tail=%d\n", head, mid, tail);
6     if (head > tail) return -1;
7     if (ary[mid] < key) {
8         return bsearch1(ary, mid + 1, tail, key);
9     } else if (ary[mid] > key) {
10        return bsearch1(ary, head, mid - 1, key);
11    } else
12        return mid;
13 }
14
15 int bsearch2(int *ary, int head, int tail, int key) {
16     int mid;
17     while ( (1-1) ) {
18         mid = head + (tail - head) / 2;
19         printf("bsearch2: head=%d, mid=%d, tail=%d\n", head, mid, tail);
20         if (ary[mid] == key) {
21             return (1-2);
22         } else if (ary[mid] < key) {
23             (1-3);
24         } else {
25             (1-4);
26         }
27     }
28     return (1-5);
29 }
30
31 int main() {
32     int key1 = 24, key2 = 3;
33     int ary1[] = {2, 3, 6, 9, 12, 14, 18, 22, 24, 28};
34     int ary2[] = {1, 2, 5, 10, 15, 18, 22, 24, 28, 31};
35     printf("bsearch1: index=%d\n", bsearch1(ary1, 0, sizeof(ary1) / sizeof(int) - 1, key1));
36     printf("bsearch2: index=%d\n", bsearch2(ary1, 0, sizeof(ary1) / sizeof(int) - 1, key1));
37     printf("bsearch1: index=%d\n", bsearch1(ary2, 0, sizeof(ary2) / sizeof(int) - 1, key2));
38     printf("bsearch2: index=%d\n", bsearch2(ary2, 0, sizeof(ary2) / sizeof(int) - 1, key2));
39 }

```

リスト 1 (List 1)

```

1 bsearch1: head = 0, mid = 4, tail = 9
2 bsearch1: head = 5, mid = 7, tail = 9
3 bsearch1: head = 8, mid = 8, tail = 9
4 bsearch1: index = 8
5 bsearch2: head = 0, mid = 4, tail = 9
6 bsearch2: head = 5, mid = 7, tail = 9
7 bsearch2: head = 8, mid = 8, tail = 9
8 bsearch2: index = 8

```

リスト 2 (List 2)

2022年10月入学, 2023年4月入学 (October 2022 and April 2023 Admission)
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2022年8月25日実施 / August 25, 2022)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II
-----------------	---

プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 4 (Question 4)

次を満たす論理演算子を \circ と表す. 任意の A と $B (\in \{0, 1\})$ に対して, $A \circ B = 1$ が成り立つのは $A = B$ のとき, かつそのときのみである.

- (1) 下の $A \circ B$ の真理値表を完成させよ.
- (2) $A \circ B$ を計算する論理ゲートがあると仮定する. この論理ゲートを用いて NOT ゲートを実装できることを示せ.
- (3) 二項演算子 \circ は結合法則を満たす, つまり, $(A \circ B) \circ C = A \circ (B \circ C)$ が常に成り立つことを, 真理値表を用いて証明せよ.
- (4) $A \circ B \circ C = 1$ が成り立つのは, A, B, C が偶数個の 0 を持つとき, かつそのときのみであることを証明せよ.
- (5) すべての $n (\geq 2)$ について, $X_1 \circ X_2 \circ \dots \circ X_n = 1$ が成り立つのは, X_1, X_2, \dots, X_n が偶数個の 0 を持つとき, かつそのときのみであることを, n についての数学的帰納法で証明せよ.

Let \circ denote a logic operator such that, for any A and B in $\{0, 1\}$, $A \circ B = 1$ if and only if $A = B$.

- (1) Complete the truth table of $A \circ B$ below.
- (2) Suppose that we have a logic gate to compute $A \circ B$. Show that NOT gate can be implemented using this logic gate.
- (3) Prove that logic operator \circ is associative, that is, $(A \circ B) \circ C = A \circ (B \circ C)$ always holds using a truth table.
- (4) Prove that $A \circ B \circ C = 1$ if and only if A, B, C contain even number of 0's.
- (5) Prove that for all $n (\geq 2)$, $X_1 \circ X_2 \circ \dots \circ X_n = 1$ holds if and only if X_1, X_2, \dots, X_n contain even number of 0's by induction on n .

$A \circ B$ の真理値表

The truth table of $A \circ B$

A	B	$A \circ B$
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

2022年10月入学, 2023年4月入学 (October 2022 and April 2023 Admission)
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2022年8月25日実施 / August 25, 2022)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 5 (Question 5)

母分散が 25 の正規母集団 $N(\mu, 25)$ から抽出した, 大きさ 36 の標本の平均が 149 であった. 必要に応じて, 以下に与えられた表を参照せよ.

- (1) 以下を検定せよ. ただし, 有意水準は 5% とする.
 帰無仮説 $H_0: \mu = 150$
 対立仮説 $H_1: \mu < 150$
- (2) (1) の検定で帰無仮説を棄却できない標本平均の範囲を小数第 2 位まで求めよ.
- (3) $\mu = 148$ とするとき, この検定の第一種の誤り, 第二種の誤りの確率をそれぞれ求めよ.
- (4) 第一種の誤り, 第二種の誤りの確率と検出力との関係を述べよ.
- (5) 母分散が未知の場合, (1) と同様の帰無仮説を検定するにはどのような検定を行うべきか述べよ.

A sample of size 36 was drawn from a normally distributed population with unknown mean μ and variance 25, $N(\mu, 25)$. The sample mean was 149. You may use the table given below, if necessary.

- (1) Test the following hypotheses by setting the significance level at 5%.
 Null hypothesis $H_0: \mu = 150$
 Alternative hypothesis $H_1: \mu < 150$
- (2) Find the range of the sample mean, to 2 decimal places, that fails to reject the null hypothesis of (1).
- (3) When $\mu = 148$, get the Type I error rate and Type II error rate.
- (4) Describe the associations among: the Type I error rate, the Type II error rate, and power.
- (5) Describe which hypotheses testing procedure should be used if the population variance is unknown.

表. 標準正規分布の z が 0.6 から 1.69(0.01 刻み) における右片側確率.
 Table. Right-tail probability for the standard normal distribution, for z from 0.6 to 1.69 (step size 0.01).

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.6	0.274	0.271	0.268	0.264	0.261	0.258	0.255	0.251	0.248	0.245
0.7	0.242	0.239	0.236	0.233	0.230	0.227	0.224	0.221	0.218	0.215
0.8	0.212	0.209	0.206	0.203	0.200	0.198	0.195	0.192	0.189	0.187
0.9	0.184	0.181	0.179	0.176	0.174	0.171	0.169	0.166	0.164	0.161
1.0	0.159	0.156	0.154	0.152	0.149	0.147	0.145	0.142	0.140	0.138
1.1	0.136	0.133	0.131	0.129	0.127	0.125	0.123	0.121	0.119	0.117
1.2	0.115	0.113	0.111	0.109	0.107	0.106	0.104	0.102	0.100	0.099
1.3	0.097	0.095	0.093	0.092	0.090	0.089	0.087	0.085	0.084	0.082
1.4	0.081	0.079	0.078	0.076	0.075	0.074	0.072	0.071	0.069	0.068
1.5	0.067	0.066	0.064	0.063	0.062	0.061	0.059	0.058	0.057	0.056
1.6	0.055	0.054	0.053	0.052	0.051	0.049	0.048	0.047	0.046	0.046

2022年10月入学, 2023年4月入学 (October 2022 and April 2023 Admission)
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2022年8月25日実施 / August 25, 2022)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II
-----------------	---

プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 6 (Question 6)

- (1) ニューラルネットワークでしばしば用いられるシグモイド関数 $\sigma(x) = \frac{1}{1+\exp(-x)}$ について次式が成り立つことを示せ.

$$1 - \sigma(x) = \sigma(-x)$$

- (2) シグモイド関数 σ の導関数が次式で表されることを示せ.

$$\frac{d}{dx}\sigma(x) = \sigma(x)(1 - \sigma(x))$$

- (3) シグモイド関数 σ の逆関数はロジット関数と呼ばれる. ロジット関数 σ^{-1} について次式が成り立つことを示せ.

$$\sigma^{-1}(p) = \log\left(\frac{p}{1-p}\right)$$

ただし, $0 \leq p \leq 1$ とする.

- (1) The sigmoid function $\sigma(x) = \frac{1}{1+\exp(-x)}$ is often used in neural networks. Show that the following equation holds:

$$1 - \sigma(x) = \sigma(-x).$$

- (2) Show that the derivative of the sigmoid function σ can be written as:

$$\frac{d}{dx}\sigma(x) = \sigma(x)(1 - \sigma(x)).$$

- (3) The inverse function of the sigmoid function σ is called the logit function. Show that the logit function σ^{-1} can be written as:

$$\sigma^{-1}(p) = \log\left(\frac{p}{1-p}\right),$$

where $0 \leq p \leq 1$.

2022年10月入学, 2023年4月入学 (October 2022 and April 2023 Admission)
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2022年8月25日実施 / August 25, 2022)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 7 (Question 7)

卒業研究またはこれまでに従事した研究課題について, 400字程度で簡潔にまとめよ。もしそれらを行っていない場合は, 興味を持った情報科学に関する最近の話題を一つ選び, その概要とともに, 興味を持った理由を400字程度で説明せよ。解答は別紙解答用紙に記入せよ。

Describe the outline of your undergraduate study or the research project you were engaged in, in approximately 200 words. If you have never been engaged in them, then choose one of the recent topics on Informatics and Data Science you are interested in, and explain, as well as its outline, why the topic interested you in approximately 200 words. Write your answer on the answer sheet.