広島大学大学院先進理工系科学研究科（博士課程前期）
量子物質科学プログラム　入学試験問題　**【電子工学分野】**

2022.8. 25

I	電磁気学

1. 半径 a の導体円柱 A，内半径 $2a$，外半径 $3a$ の導体円筒 B，および内半径 $6a$ の導体円筒 C が z 軸を中心にして，同軸で置かれている（図 1）．A，B および C は無限長で，A と B の間および B と C の間は真空である．A および C の電位は 0，B は正の電位 $V_1\,(>0)$ に固定されている．z 軸からの距離を r，真空の誘電率を ε_0，円筒座標系の動径方向の単位ベクトルを $\boldsymbol{e}_r$ とする．r のみに依存するスカラー関数 $f(r)$ に対する，円筒座標系の勾配とラプラシアンは下記の通りである．

誤）$\nabla f(r) = \dfrac{\partial}{\partial r} f(r)$　→ 正）$\nabla f(r) = \boldsymbol{e}_r \dfrac{\partial}{\partial r} f(r)$

$$\nabla^2 f(r) = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}f(r)\right)$$

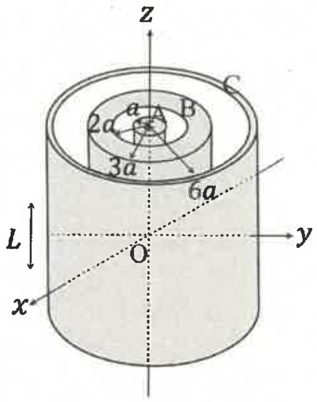

図 1

(1) $a < r < 2a$ における電位 $\phi_1(r)$，および $3a < r < 6a$ における電位 $\phi_2(r)$ を求めよ．

(2) $a < r < 2a$ における電場 $\boldsymbol{E}_1(r)$，および $3a < r < 6a$ における電場 $\boldsymbol{E}_2(r)$ を求め，ベクトルで記せ．

(3) z 軸方向の長さ L あたりの A と B の間の容量 C_1，および B と C の間の容量 C_2 を求めよ．

(4) z 軸方向の長さ L あたりの静電エネルギー U を求めよ．

2. 電磁波についての下記の問いに答えよ．真空の誘電率，透磁率はそれぞれ ε_0，μ_0 とし，デカルト座標系の各方向の単位ベクトルを $\boldsymbol{e}_x$，$\boldsymbol{e}_y$，$\boldsymbol{e}_z$ とする．

(1) 電場を $\boldsymbol{E}(x,y,z,t)$，磁束密度を $\boldsymbol{B}(x,y,z,t)$ として，電荷および電流密度が存在しない真空中における，微分形のマックスウェル方程式を記せ．

(2) 電場および磁束密度の各成分を $\boldsymbol{E} = (E_x, E_y, E_z)$ および $\boldsymbol{B} = (B_x, B_y, B_z)$ として，上問のマックスウェル方程式のなかで，回転の演算（rot, curl, $\nabla\times$）を含む式を成分で記せ．

(3) 真空中を z 方向に進む，電場が x 成分のみ，磁束密度が y 成分のみの平面電磁波は以下の表式で表わされる．E_0 および B_0 は定数であり，ω と k はそれぞれ角周波数と波数である．

$$\boldsymbol{E}(z,t) = E_0 e^{i(kz-\omega t)}\,\boldsymbol{e}_x$$

$$\boldsymbol{B}(z,t) = B_0 e^{i(kz-\omega t)}\,\boldsymbol{e}_y$$

ω と k の間の関係を E_0 および B_0 を含まない式で記せ．また，E_0 と B_0 の間の関係を ω および k を含まない式で記せ．

広島大学大学院先進理工系科学研究科
量子物質科学プログラム
博士課程前期入学試験問題

専 門 科 目（電子工学分野）

2022 年 8 月 25 日　9:00～12:00

注意事項

（1）以下の用紙が配付されている．

問題用紙（表紙を含む）	5 枚
解答用紙（表紙を含む）	5 枚
下書用紙	1 枚

（2）問題は全部で 4 問あり，Ｉ～Ⅳの問題番号および出題科目名を $\boxed{\ :\ }$ で示してある．

（3）Ｉ～Ⅳの中から 3 問を選び解答せよ．

（4）解答は問題ごとに指定の用紙を用いること．紙面が不足した場合は裏面を用いてよい．

（5）解答用紙及び下書用紙に受験番号を記入せよ．

（6）試験終了後，解答用紙及び下書用紙を提出すること．問題用紙は持ち帰ること．

I	電磁気学

1. 半径 a の導体円柱 A，内半径 $2a$，外半径 $3a$ の導体円筒 B，および内半径 $6a$ の導体円筒 C が z 軸を中心にして，同軸で置かれている（図 1）．A，B および C は無限長で，A と B の間および B と C の間は真空である．A および C の電位は 0，B は正の電位 $V_1 (> 0)$ に固定されている．z 軸からの距離を r，真空の誘電率を ε_0，円筒座標系の動径方向の単位ベクトルを $\boldsymbol{e}_r$ とする．r のみに依存するスカラー関数 $f(r)$ に対する，円筒座標系の勾配とラプラシアンは下記の通りである．

$$\nabla f(r) = \frac{\partial}{\partial r} f(r)$$

$$\nabla^2 f(r) = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial}{\partial r} f(r)\right)$$

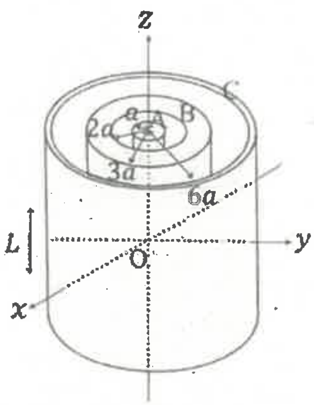

図 1

(1) $a < r < 2a$ における電位 $\phi_1(r)$，および $3a < r < 6a$ における電位 $\phi_2(r)$ を求めよ．

(2) $a < r < 2a$ における電場 $\boldsymbol{E}_1(r)$，および $3a < r < 6a$ における電場 $\boldsymbol{E}_2(r)$ を求め，ベクトルで記せ．

(3) z 軸方向の長さ L あたりの A と B の間の容量 C_1，および B と C の間の容量 C_2 を求めよ．

(4) z 軸方向の長さ L あたりの静電エネルギー U を求めよ．

2. 電磁波についての下記の問いに答えよ．真空の誘電率，透磁率はそれぞれ ε_0，μ_0 とし，デカルト座標系の各方向の単位ベクトルを $\boldsymbol{e}_x$，$\boldsymbol{e}_y$，$\boldsymbol{e}_z$ とする．

(1) 電場を $\boldsymbol{E}(x,y,z,t)$，磁束密度を $\boldsymbol{B}(x,y,z,t)$ として，電荷および電流密度が存在しない真空中における，微分形のマックスウェル方程式を記せ．

(2) 電場および磁束密度の各成分を $\boldsymbol{E} = (E_x, E_y, E_z)$ および $\boldsymbol{B} = (B_x, B_y, B_z)$ として，上問のマックスウェル方程式のなかで，回転の演算（rot, curl, $\nabla\times$）を含む式を成分で記せ．

(3) 真空中を z 方向に進む，電場が x 成分のみ，磁束密度が y 成分のみの平面電磁波は以下の表式で表わされる．E_0 および B_0 は定数であり，ω と k はそれぞれ角周波数と波数である．

$$\boldsymbol{E}(z,t) = E_0 e^{i(kz-\omega t)} \boldsymbol{e}_x$$

$$\boldsymbol{B}(z,t) = B_0 e^{i(kz-\omega t)} \boldsymbol{e}_y$$

ω と k の間の関係を E_0 および B_0 を含まない式で記せ．また，E_0 と B_0 の間の関係を ω および k を含まない式で記せ．

広島大学大学院先進理工系科学研究科（博士課程前期）
量子物質科学プログラム　入学試験問題　【電子工学分野】

2022.8.25

II　回路工学

1. 図 1 のように起電力 V の直流電圧源，抵抗値 R の抵抗，キャパシタンス C のコンデンサ，ならびにスイッチで構成された回路がある．時刻 t におけるコンデンサの電荷を $q(t)$，抵抗に流れる電流を $i(t)$ とする．スイッチは端子 a もしくは b のいずれかに接続される．以下の問いに答えよ．

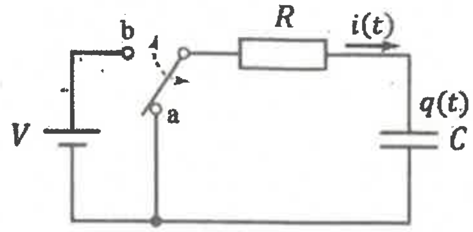

図 1

(1) スイッチを端子 a に接続した図 1 の状態で十分時間が経過した後，$t=0$ においてスイッチを端子 a から b に切り替えた．$t \geqq 0$ における $q(t)$ に対する微分方程式を記せ．また，$t=0$ における初期条件 $q(0)$ を示せ．

(2) (1) の微分方程式を解き，$i(t)$ を求めよ．その導出過程も示すこと．また，この時間変化の時定数を与えられた記号を用いて記せ．

(3) (2) で求めた $i(t)$ の時間変化のグラフを実線で描け．また，$t=0$ の時ならびに t が時定数と等しくなった時の $i(t)$ の値を図中にそれぞれ記せ．

(4) 図 1 の回路においてコンデンサのキャパシタンスを $2C$ にした上で，(1) と同様の動作を行った時の $i(t)$ の時間変化を (3) で描いた図中に破線で描け．また，$t=0$ の時ならびに t が時定数と等しくなった時の $i(t)$ の値を図中にそれぞれ記せ．

2. 図 2 のように抵抗値 $R=6\,\Omega$ の抵抗とインダクタンス L のコイルが直列に接続された負荷に，角周波数 ω の交流電圧源を接続した回路を考える．以下の問いに答えよ．数値を求める場合には単位も記すこと．

(1) 図 2 の回路の有効電力が 300 W，力率が 0.6 であった．このときの回路の無効電力ならびに負荷のリアクタンスの値をそれぞれ求めよ．

(2) 図 3 のように，図 2 の回路にキャパシタンス C のコンデンサを接続した．図 3 の交流電圧源からみた合成負荷のコンダクタンスとサセプタンスを R，L，C，ω を用いてそれぞれ示せ．

(3) (2) の時に図 3 の回路の力率が 1 であった．コイルのリアクタンスが (1) と同じであった場合のコンデンサのサセプタンスの値を求めよ．

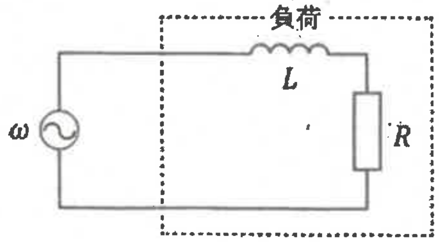

図 2

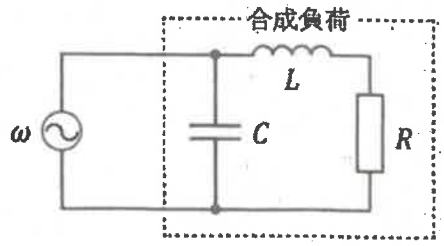

図 3

広島大学大学院先進理工系科学研究科（博士課程前期）
量子物質科学プログラム　入学試験問題　【電子工学分野】

2022.8.25

Ⅲ	半導体工学

1.　シリコンは図１（A）の単位格子を有するダイヤモンド型結晶構造であり，格子定数 a は 0.543 nm である．以下の各問に答えよ．

(1)　図１（B）～（D）に灰色で示す各結晶面のミラー指数を答えよ．

(2)　図１（B）～（D）の結晶面を面間隔の小さな順に並べるとどの順番になるか，（B）～（D）の記号で答えよ．

(3)　図１（A）に示す単位格子に属するシリコン原子数は何個に相当するか．これから，密度（1 cm^3 当たりの原子数，有効数字２桁）を求めよ．

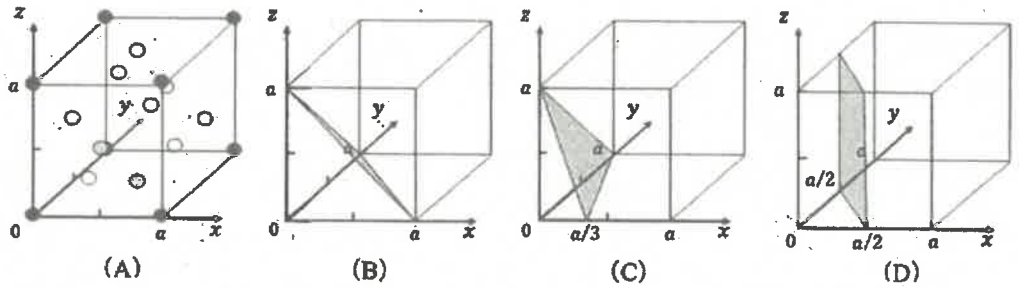

図１

2.　以下の文章中の（ a ）から（ n ）に入る式を答えよ．

キャリア輸送は電界によるドリフトと密度勾配に起因する拡散によって起こる．まず単位時間に単位面積を通過するキャリアの数（流束密度 F）を考えよう．電子移動度を μ_n とすると x 軸正方向の電界 E によって電子は（ a ）なるドリフト速度で運動するので，電子密度を n とすると電子のドリフトによる流束密度 F_{ndrift} は（ b ）となる．電気素量を $q\,(>0)$ とすると電子のドリフト電流密度は（ c ）と与えられ，同様に正孔のドリフト電流密度は正孔密度を p，正孔移動度を μ_p とすると（ d ）と与えられる．一方，電子密度に勾配 $\frac{\partial n}{\partial x}$ がある場合，その拡散係数を D_n とすると拡散による流束密度 F_{ndiff} は（ e ）となるので電子の拡散電流密度は（ f ）となり，同様に正孔の拡散電流密度は（ g ）となる（拡散係数を D_p とする）．よって全電子電流密度 J_n は（ h ），全正孔電流密度 J_p は（ i ）と表せる．

次に連続の式を考えよう．生成・再結合はないものとして微小体積（図２）を考えると，単位時間当たりの正孔数の変化は入ってくる流束 $F_p(x,t)$ と出ていく流束 $F_p(x+\Delta x,t)$ の差であるから，（ j ）と書ける．これより正孔密度の時間変化は $\frac{\partial p}{\partial t}=$（ k ）なる微分方程式で表せる．正孔の全流束密度 F_p を先に求めた正孔電流密度 J_p で表すと（ l ）となるので，正孔に関する連続の式はこれを代入して（ m ）と表せる（p，μ_p，E，D_pを用いて示せ）．同様に電子に関する連続の式は（ n ）となる（n，μ_n，E，D_n を用いて示せ）．

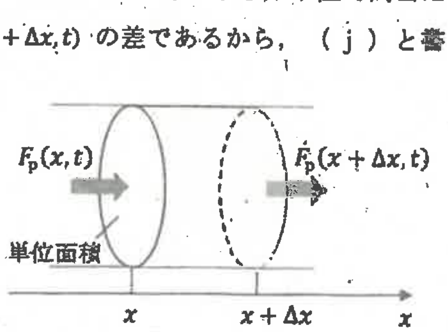

図２

Ⅳ	量子力学

一次元調和ポテンシャル中を運動する質量 m の粒子について考える．系のハミルトニアンは，粒子の位置 x，定数 ω を用いて，

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$$

と表され，基底状態の規格化された波動関数は

$$\psi(x) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}} \exp\left(-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2\right)$$

と表される．ただし，$\hbar = \frac{h}{2\pi}$ であり，h はプランク定数である．

1.　基底状態に関する以下の問いに答えよ．必要なら次式を用いて良い．

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a}\sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

(1) $\psi(x)$ がハミルトニアンの固有関数であることを示し，エネルギー固有値 E_0 を求めよ．

(2) 粒子の確率密度 $P(x)$ とその最大値を求め，$P(x)$ を x の関数として図示せよ．図中に最大値を明記せよ．

(3) 粒子の位置の期待値 $\langle x\rangle$ が 0 になることを示せ．

(4) 運動量演算子を p として，運動量のゆらぎを $\Delta p = \sqrt{\langle (p-\langle p\rangle)^2\rangle}$ と定義すると，$\Delta p = \sqrt{\frac{m\hbar\omega}{2}}$ と求まる．位置のゆらぎを $\Delta x = \sqrt{\langle (x-\langle x\rangle)^2\rangle}$ と定義する．Δx を求め，Δx と Δp が不確定性関係を満たすことを示せ．

2.　位置 x と運動量演算子 p を用いて，演算子 b，$b^\dagger$ を

$$b = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\left(x + \frac{i}{m\omega}p\right),\quad b^\dagger = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\left(x - \frac{i}{m\omega}p\right)$$

と定義する．x と p の間には交換関係

$$[x, p] = xp - px = i\hbar$$

が成立する．

(1) 演算子 b，$b^\dagger$ の間に交換関係 $[b, b^\dagger] = 1$ が成立することを示せ．

(2) ハミルトニアンが $H = \hbar\omega\left(b^\dagger b + \frac{1}{2}\right)$ と表されることを示せ．