2023年4月入学（April 2023 Admission）

広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題

問題用紙

Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University

Entrance Examination Booklet (General Selection)

Question Sheets

（2023年1月26日実施 / January 26, 2023）

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目I) Informatics and Data Science I

プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M

試験時間：9時00分～11時00分　(Examination Time : From 9:00 to 11:00)

受験上の注意事項

1. この問題用紙は表紙を含み5枚あります。
2. 表紙および各ページに，受験番号を記入してください。
3. これは問題用紙です。解答は別冊の解答用紙に記入してください。
4. 解答が書ききれないときは，同じ用紙の裏面を利用しても構いません。ただし，その場合は「裏に続く」などと記入して裏面に記載したことが分かるようにしてください。
5. すべての問題に解答してください。
6. 問題用紙は解答用紙とともに回収します。
7. 質問あるいは不明な点がある場合は手を挙げてください。

Notices

1. There are 5 question sheets including a front sheet.
2. Fill in your examinee's number in the specified positions in this cover and each question sheet.
3. This examination booklet consists of only question sheets. Use other separate sheets for answers.
4. If the space is exhausted, use the reverse side of the sheet and write down "to be continued" on the last line of the sheet.
5. Answer all the questions.
6. Return these question sheets together with the answer sheets.
7. Raise your hand if you have any questions.

2023 年 4 月入学（April 2023 Admission）
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)

（2023 年 1 月 26 日実施 / January 26, 2023）

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 I) Informatics and Data Science I

プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M

問題 1 (Question 1)

(1) 連立 1 次方程式 $M\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ を考える．ただし，

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 7 \\ 2 & 1 & a^2+1 \\ 3 & 2 & 17 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} -7 \\ 6a \\ 11 \end{bmatrix}$$

である．

(1-1) 連立 1 次方程式がただ一つの解をもつように a の値を定めよ．

(1-2) 連立 1 次方程式が解をもたないように a の値を定めよ．

(1-3) 連立 1 次方程式が無限に多くの解をもつとき，連立 1 次方程式の解を求めよ．

(1-4) $M = P+Q$ を満たすように，対称行列 P と交代行列 Q を定めよ．なお，P と Q は，${}^tP = P$ と ${}^tQ = -Q$ を満たすとき，それぞれ対称行列と交代行列と呼ばれる．ここで，${}^tR$ は正方行列 R の転置をあらわす．

(2) A を対称行列，B を交代行列とする．

(2-1) A が正則のとき，A^{-1} は対称行列であることを示せ．

(2-2) B が $(2n+1)$ 次正方行列のとき，B の行列式は 0 であることを示せ．ただし，$n \geq 1$ は自然数である．

(1) Consider a linear system $M\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$, where

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 7 \\ 2 & 1 & a^2+1 \\ 3 & 2 & 17 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad \text{and} \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} -7 \\ 6a \\ 11 \end{bmatrix}.$$

(1-1) Determine the value of a for which the linear system has exactly one solution.

(1-2) Determine the value of a for which the linear system has no solutions.

(1-3) Solve the linear system when it has infinitely many solutions.

(1-4) Find a symmetric matrix P and a skew-symmetric matrix Q so that they satisfy $M = P + Q$. Here, P and Q are called symmetric and skew-symmetric matrices if they satisfy ${}^tP = P$ and ${}^tQ = -Q$, respectively, and ${}^tR$ denotes the transpose of a square matrix R.

(2) Let A and B be symmetric and skew-symmetric matrices, respectively.

(2-1) When A is invertible, show A^{-1} is a symmetric matrix.

(2-2) When B is a $(2n+1)$-dimensional square matrix, show the determinant of B is 0. Here, $n \geq 1$ is an integer.

2023 年 4 月入学（April 2023 Admission）
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)

（2023 年 1 月 26 日実施 / January 26, 2023）

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 I) Informatics and Data Science I

プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M

問題 2 (Question 2)

以下の 2 変数関数を考える.

$$f(x,y) = \frac{x+y}{x^2+y^2+1}$$

(1) $f(x,y)$ の最大値を求めよ.

(2) $(x,y) = (\alpha,\beta)$ を (1) の最大値を与える点とする. 以下の極限を求めよ.

$$\lim_{(x,y)\to(\alpha,\beta)} \frac{f(x,y) - f(\alpha,\beta)}{\sqrt{(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2}}$$

Consider the following function of two variables:

$$f(x,y) = \frac{x+y}{x^2+y^2+1}$$

(1) Find the maximum value of $f(x,y)$.

(2) Let $(x,y) = (\alpha,\beta)$ be a maximum point of the problem (1). Evaluate the following limit.

$$\lim_{(x,y)\to(\alpha,\beta)} \frac{f(x,y) - f(\alpha,\beta)}{\sqrt{(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2}}$$

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 I) Informatics and Data Science I	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M

問題 3 (Question 3)

(1) 非負の確率変数 X が次のようなパラメータ λ をもつ指数分布関数に従うものとする.

$$F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x}, \quad (x > 0).$$

ただし，λ は正定数である.

(a) 確率変数 X の平均と分散を求めよ.

(b) $i = \sqrt{-1}$ としたとき，X の特性関数 $\varphi(u) = \mathrm{E}[e^{iuX}]$ を求めよ.

(2) X と Y はそれぞれ確率分布 $F_X(x)$, $F_Y(y)$ をもつ独立な確率変数であり，$X+Y$ の確率分布を次のようなスチルチェスたたみこみで定義する.

$$P(X+Y \leq \xi) = \int\int_{x+y\leq\xi} dF_X(x)dF_Y(y).$$

(a) X と Y がそれぞれ同一のパラメータ λ をもつ独立な指数確率変数とするとき，$X+Y$ の確率密度関数を求めよ.

(b) X と Y がそれぞれパラメータ λ_1, λ_2 $(\lambda_1 \neq \lambda_2)$ をもつ独立な指数確率変数とするとき，$X+Y$ の確率密度関数を求めよ.

(1) Let X be a non-negative random variable having the following exponential distribution function with parameter λ.

$$F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x}, \quad (x > 0),$$

where λ is a positive constant.

(a) Derive the mean and variance of the random variable X.

(b) Let $i = \sqrt{-1}$. Derive the characteristic function of X, $\varphi(u) = \mathrm{E}[e^{iuX}]$.

(2) Let X and Y be the independent random variables having the probability distribution functions, $F_X(x)$ and $F_Y(y)$, respectively. For the probability distribution of $X+Y$, define the Stieltjes convolution

$$P(X+Y \leq \xi) = \int\int_{x+y\leq\xi} dF_X(x)dF_Y(y).$$

(a) When X and Y are independent and identically distributed exponential random variables with parameter λ, derive the probability density function of $X+Y$.

(b) When X and Y are independent exponential random variables with parameters λ_1 and λ_2 $(\lambda_1 \neq \lambda_2)$, respectively, derive the probability density function of $X+Y$.

2023 年 4 月入学（April 2023 Admission）
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)

（2023 年 1 月 26 日実施 / January 26, 2023）

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 I) Informatics and Data Science I	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M

問題 4 (Question 4)

集合 G と G 上の二項演算 $\cdot$ に対して，以下の (i)〜(iv) を満たす $(G, \cdot)$ を群と呼ぶ．

(i) すべての $a, b \in G$ に対して，$a \cdot b \in G$ を満たす．

(ii) すべての $a, b, c \in G$ に対して，$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ を満たす．

(iii) ある $e \in G$ が存在して，すべての $a \in G$ に対して，$a \cdot e = e \cdot a = a$ を満たす．

(iv) すべての $a \in G$ に対して，$a \cdot b = b \cdot a = e$ を満たす $b \in G$ が存在する．

(iii) における e を群 $(G, \cdot)$ の単位元と呼ぶ．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) 集合 $X = \{1, 2, 3, 4\}$，$Y = \{1, 2\}$ に対して関数 $f : X \to Y$ が，$f(1) = 1, f(2) = 2, f(3) = 2, f(4) = 1$ と定義されるとき，この関数 f は全単射であるか否か，答えよ．

(2) 群 $(G, \cdot)$ において，関数 $f : G \to G$ を，ある $g \in G$ に対して $f(x) = g \cdot x$ と定義する．関数 f は全単射であることを証明せよ．

(3) $(G, \cdot)$ および $(H, \circ)$ を群とする．関数 $f : G \to H$ に対して，すべての $x, y \in G$ で $f(x \cdot y) = f(x) \circ f(y)$ が成り立つとする．$(G, \cdot)$ の単位元 e_G と $(H, \circ)$ の単位元 e_H に対して，$f(e_G) = e_H$ となることを証明せよ．

(4) 整数の集合 $\mathbb{Z}$ および $\mathbb{Z}$ 上の加算 $+$ に対して，$(\mathbb{Z}, +)$ は群である．3 の倍数の集合を $3\mathbb{Z}$ とする．$(\mathbb{Z}, +)$ が群であることを利用して，$(3\mathbb{Z}, +)$ が群となることを証明せよ．

For a set G and a binary operation $\cdot$, $(G, \cdot)$ satisfying (i)–(iv) below is called a group.

(i) For all $a, b \in G$, we have $a \cdot b \in G$.

(ii) For all $a, b, c \in G$, we have $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.

(iii) There exists $e \in G$ such that for all $a \in G$, we have $a \cdot e = e \cdot a = a$.

(iv) For all $a \in G$, there exists $b \in G$ such that $a \cdot b = b \cdot a = e$.

The element e in the above (iii) is called the identity element of group $(G, \cdot)$. Answer the following questions.

(1) For sets $X = \{1, 2, 3, 4\}$ and $Y = \{1, 2\}$, function $f : X \to Y$ is defined by $f(1) = 1, f(2) = 2, f(3) = 2$, and $f(4) = 1$. Answer whether the function f is a bijection or not.

(2) For a group $(G, \cdot)$, function $f : G \to G$ is defined by $f(x) = g \cdot x$ for some $g \in G$. Prove that the function f is a bijection.

(3) Let $(G, \cdot)$ and $(H, \circ)$ be groups. For function $f : G \to H$, assume that $f(x \cdot y) = f(x) \circ f(y)$ for all $x, y \in G$. Prove that $f(e_G) = e_H$, where e_G and e_H are the identity elements of $(G, \cdot)$ and $(H, \circ)$, respectively.

(4) $(\mathbb{Z}, +)$ is a group, where $\mathbb{Z}$ is the set of integers and $+$ is the addition on $\mathbb{Z}$. Let $3\mathbb{Z}$ be the set of multiples of 3. Prove that $(3\mathbb{Z}, +)$ is a group, using the fact that $(\mathbb{Z}, +)$ is a group.

2023年4月入学 (April 2023 Admission)
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題
問題用紙
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)
Question Sheets

(2023年1月26日実施 / January 26, 2023)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II

プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M

試験時間：13時30分〜15時30分　(Examination Time : From 13:30 to 15:30)

受験上の注意事項

1. この問題用紙は表紙を含み9枚あります。
2. 表紙および各ページに，受験番号を記入してください。
3. これは問題用紙です。解答は別冊の解答用紙に記入してください。
4. 解答が書ききれないときは，同じ用紙の裏面を利用しても構いません。ただし，その場合は「裏に続く」などと記入して裏面に記載したことが分かるようにしてください。
5. 問題1〜6の中から3問選択して解答してください。これに加えて，問題7に解答してください。解答は問題番号順に並んでいなくても構いませんが，必ず問題番号を記載して解答してください。なお，選択した問題は，解答用紙表紙の選択欄に○印を付けてください。
6. 問題用紙は解答用紙とともに回収します。
7. 質問あるいは不明な点がある場合は手を挙げてください。

Notices

1. There are 9 question sheets including a front sheet.
2. Fill in your examinee's number in the specified positions in this cover and each question sheet.
3. This examination booklet consists of only question sheets. Use other separate sheets for answers.
4. If the space is exhausted, use the reverse side of the sheet and write down "to be continued" on the last line of the sheet.
5. Select 3 questions from Question 1 through Question 6 and answer these questions. Also answer Question 7 in addition to the selected 3 questions. Never fail to fill in the Question Number in each answer sheet. Moreover, mark the Question Number that you have selected with a circle in the Mark Column in the Table on the cover of the answer sheets.
6. Return these question sheets together with the answer sheets.
7. Raise your hand if you have any questions.

2023 年 4 月入学（April 2023 Admission）
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)
（2023 年 1 月 26 日実施 / January 26, 2023）

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M

問題 1 (Question 1)

2 元通信路を図 1 に示す．次の問 (1)-(3) に答えよ．ただし，X における記号出現確率を $P(x_1) = r$，$P(x_2) = 1 - r$ とする．

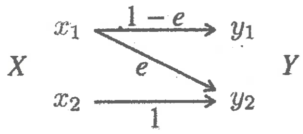

図 1: 2 元通信路

(1)　図 1 の通信路行列を示せ．

(2)　図 1 において，確率 $P(x_1, y_2)$ および $P(y_1)$ をパラメータ e と r を用いて求めよ．

(3)　図 1 における相互情報量 $I(X;Y)$ をパラメータ e と r を用いて表せ．

Fig.1 shows a binary channel. Answer the following questions (1) - (3). Here, probabilities of symbols in X are $P(x_1) = r$, and $P(x_2) = 1 - r$.

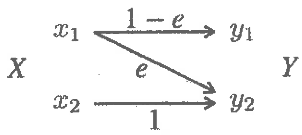

Fig.1: Binary channel

(1)　In Fig.1, show the channel matrix.

(2)　In Fig.1, show the following probabilities; $P(x_1, y_2)$ and $P(y_1)$ using parameters e and r.

(3)　In Fig.1, obtain mutual information $I(X;Y)$ using parameters e and r.

2023 年 4 月入学（April 2023 Admission）
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)

（2023 年 1 月 26 日実施 / January 26, 2023）

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II

プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M

問題 2 (Question 2)

テキスト $T[1..n]$ からあるパターン $P[1..m]$ の出現をすべて発見する問題を文字列照合問題と呼ぶ．例えば，**図 1** のように $T=$ aaabaaabc の 2 文字目と 6 文字目の位置に $P=$ aab を見つける問題である．以下の問いに答えよ．

(1) テキスト $T=$ aaabaaabc とパターン $P=$ aab に対して **Naive-Algorithm**(T,P) を実行するときの文字列比較を列挙し，比較回数を書け．

(2) n 文字のテキスト T と m 文字のパターン P に対する **Naive-Algorithm** の時間計算量を示せ．

(3) 3 つの文字列 $P=$ aab, $Q=$ abc，および $R=$ aaa それぞれに対して，次式で定義される $\pi[1]$，$\pi[2]$，$\pi[3]$ を求めよ．ただし，$q \geq 0$ に対して P_q は文字列 P の先頭から長さ q の部分列とする．
$\pi[q]=\max\{k:\ k<q$ かつ P_qの先頭から長さ k の部分列と後尾から長さ k の部分列が一致する $\}$

(4) P に対して求めた π を使うアルゴリズムを **Prefix-Algorithm**(T,P,π) に示す．(1) と同じテキスト T とパターン P に対して **Prefix-Algorithm** を実行する．i が変化するときの i と q の値を列挙せよ．

(5) n 文字のテキスト T と m 文字のパターン P に対する **Prefix-Algorithm** の時間計算量を推定せよ．

The problem of findig all occurrences of a pattern $P[1..m]$ in a text $T[1..n]$ is called the string-matching problem. For example, as shown in **Figure 1**, the problem is to find the pattern $P=$ aab at the second and sixth character positions in the text $T=$ aaabaaabc. Answer the following questions.

(1) Show all comparisons of two strings and count the number of comparisons while running **Naive-Algorithm**(T,P) for the text $T=$ aaabaaabc and the pattern $P=$ aab .

(2) Show the time complexity of **Naive-Algorithm** for the text T of length n and the pattern P of length m.

(3) Find the values $\pi[1]$, $\pi[2]$, $\pi[3]$ defined by the following equation, for each of the three strings: $P=$ aab, $Q=$ abc and $R=$ aaa. Here, P_q denotes a substring of length $q \geq 0$ from the beginning of string P.
$\pi[q]=\max\{k:\ k<q$ and, equal two substrings of length k, one from the beginning of string P_q, the other from the end of $P_q\}$.

(4) The algorithm using π for P is shown in **Prefix-Algorithm**(T,P,π). The same text T and pattern P as (1) are given to the algorithm. Show all pairs of i and q values when the value of i changes.

(5) Estimate the time complexity of **Prefix-Algorithm** for the text T of length n and the pattern P of length m.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$T=$	a	<u>a</u>	<u>a</u>	<u>b</u>	a	<u>a</u>	<u>a</u>	<u>b</u>	c

図 1 (Figure 1)

Naive-Algorithm(T,P)
```
n = T.length
m = P.length
for i = 1 to n - m + 1
    if P[1..m] == T[i..i + m - 1]
        print "P occurs at position i in T"
```

Prefix-Algorithm(T,P,π)
```
n = T.length
m = P.length
q = 0
for i = 1 to n
    while q > 0 and P[q + 1] ≠ T[i]
        q = π[q]
    if P[q + 1] == T[i]
        q = q + 1
    if q == m
        print "P occurs at position i - m + 1 in T"
        q = π[q]
```

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M

問題 3 (Question 3)

「n 個の異なるものから k 個選ぶ場合の数」は ${}_nC_k$ と表記され，${}_nC_k = \dfrac{n!}{(n-k)!k!}$ で求めることができる．また $0! = 1$ とする．

(1) ${}_nC_k$ はパスカルの三角形を用いても求めることができる．Listing 1 に示した関数 `ptoc` は，最初の 10 段のパスカルの三角形を作成・出力するものであり，$\mathtt{k} \le \mathtt{n}$ かつ `n` がある範囲内の場合，作成されたパスカルの三角形の中から引数で設定した `n` と `k` に対応する ${}_nC_k$ の値を見つけて返す．Listing 2 は，関数 `ptoc` が出力するパスカルの三角形を示している．以下の問いに答えよ．

(1a) ${}_4C_2$ および ${}_8C_4$ を求めよ．

(1b) 関数 `ptoc` で求めることができる ${}_nC_k$ の中で，最大値とそのときの `n` および `k` を答えよ．

(1c) Listing 1 の (1c-1) 欄を埋めて，関数 `ptoc` の戻り値（${}_nC_k$ の値）を設定せよ．

(1d) 関数 `ptoc` では，指定された `n` および `k` に対して，無駄な計算とメモリ確保をしている．この無駄が減るように，7, 10, 11, 13, 24, 25 行目においてメモリ確保の大きさおよびループ処理の条件だけを変更することで，パスカルの三角形の一部を作成・表示してから，${}_nC_k$ の値を返すように関数 `ptoc` を変更せよ．なお，${}_6C_3$ の場合には Listing 3 が出力されるものとする．ただし，解答は行番号と変更後の内容を対応付けて書くこと．

(2) ${}_nC_k$ は再帰的にも求めることができる．以下の問いに答えよ．

(2a) 次の式の (2a-1), (2a-2) 欄を埋めよ．なお，この式を使ってパスカルの三角形を作ることができる．

$${}_nC_k = {}_{n-1}C_{\boxed{\text{(2a-1)}}} + {}_{n-1}C_{\boxed{\text{(2a-2)}}}$$

(2b) 再帰的に ${}_nC_k$ を求める関数 `crec` を完成させるために，Listing 4 の (2b-1)〜(2b-3) 欄を埋めよ．

The number of combinations where k elements are chosen from n different ones is denoted as ${}_nC_k$ and can be obtained by ${}_nC_k = \dfrac{n!}{(n-k)!k!}$. Also, let $0! = 1$.

(1) ${}_nC_k$ can also be found using Pascal's triangle. The function `ptoc` shown in Listing 1 creates and outputs the first 10 rows of Pascal's triangle, and if $\mathtt{k} \le \mathtt{n}$ and `n` is within a certain range, it finds and returns the value of ${}_nC_k$ corresponding to `n` and `k` set by the arguments from the created Pascal's triangle. Listing 2 shows Pascal's triangle output by the function `ptoc`. Answer the following questions.

(1a) Answer the values of ${}_4C_2$ and ${}_8C_4$.

(1b) Among the ${}_nC_k$ that can be obtained by the function `ptoc`, answer the maximum value and the values of `n` and `k` at that time.

(1c) Fill in the space (1c-1) in Listing 1 to set the return value of the function `ptoc` (the value of ${}_nC_k$).

(1d) The function `ptoc` performs unnecessary computation and memory allocation for the specified `n` and `k`. To reduce the waste, by changing only the size of the memory allocation and the loop processing conditions in lines 7, 10, 11, 13, 24 and 25, modify the function `ptoc` to create and display a part of Pascal's triangle and then to return the value of ${}_nC_k$. Listing 3 shows the case of ${}_6C_3$. The answers should be written by the pairs of the line number and changed statement.

(2) ${}_nC_k$ can also be obtained recursively. Answer the following questions.

(2a) Fill in the spaces (2a-1) and (2a-2) in the following equation. This equation can be used to construct Pascal's triangle.

$${}_nC_k = {}_{n-1}C_{\boxed{\text{(2a-1)}}} + {}_{n-1}C_{\boxed{\text{(2a-2)}}}$$

(2b) Fill in the spaces (2b-1) to (2b-3) in Listing 4 to complete the function `crec` to find ${}_nC_k$ recursively.

Listing 1: function ptoc

```
int ptoc(int n, int k) {
    int i, j, m = 10;
    int **tp;

    if(n < 0 & n >= m) exit(1);

    tp = malloc(sizeof(int *) * m);
    if (tp == NULL) exit(1);

    for (i = 0; i < m; i++) {
        tp[i] = (int *)malloc(sizeof(int) * m);
        if (tp[i] == NULL) exit(1);
        for (j = 0; j < m; j++) {
            if (j == i) {
                tp[i][j] = 1;
                break;
            } else if (j == 0) {
                tp[i][j] = 1;
            } else {
                tp[i][j] = tp[i - 1][j - 1] + tp[i - 1][j];
            }
        }
    }
    for (i = 0; i < m; i++) {
        for (j = 0; j < m; j++) {
            printf("%5d", tp[i][j]);
            if (j == i) break;
        }
        printf("\n");
    }

    return [ (1c-1) ];
}
```

Listing 2: result1

```
    1
    1    1
    1    2    1
    1    3    3    1
    1    4    6    4    1
    1    5   10   10    5    1
    1    6   15   20   15    6    1
    1    7   21   35   35   21    7    1
    1    8   28   56   70   56   28    8    1
    1    9   36   84  126  126   84   36    9    1
```

Listing 3: result2

```
    1
    1    1
    1    2    1
    1    3    3    1
    1    4    6    4
    1    5   10   10
    1    6   15   20
```

Listing 4: function crec

```
int crec(int n, int k) {
    if ([ (2b-1) ]) return 1;
    return crec([ (2b-2) ]) + crec([ (2b-3) ]);
}
```

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M

問題 4 (Question 4)

4 ビットの 2 進数 $X = x_3x_2x_1x_0$ は 0 から 15 の整数値をとる．$0 \leq X \leq 8$ のとき 0 を出力し，$9 \leq X \leq 15$ のとき 1 を出力する組み合わせ回路 C をつくりたい．

(1) 回路 C を設計するために，下のカルノー図を完成させよ．

(2) (1) のカルノー図をもとに，もっとも簡単な積和形の式を求めよ．

(3) (2) の積和形の式をもとに，回路 C を NAND ゲートのみ用いて設計せよ．

(4) 整数 -9 を 5 ビットの 2 の補数で表せ．

(5) 回路 C を複数の全加算器のみを用いて設計せよ．

A 4-bit binary number $X = x_3x_2x_1x_0$ takes an integer value from 0 to 15. Our goal is to design a combinatorial circuit C that outputs 0 if $0 \leq X \leq 8$ and 1 if $9 \leq X \leq 15$.

(1) Complete the Karnaugh map below to design a circuit C.

(2) Find the simplest sum-of-products form using the Karnaugh map in (1).

(3) Design a circuit C using only NAND gates based on the simplest sum-of-products form in (2).

(4) Show the 5-bit 2's complement of an integer -9.

(5) Design a circuit C using only multiple full adders.

x_3x_2 \ x_1x_0	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

カルノー図 (Karnaugh map)

2023年4月入学（April 2023 Admission）
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)
（2023年1月26日実施 / January 26, 2023）

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M

問題 5 (Question 5)

線形回帰モデル $Y_i = \mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta} + \varepsilon_i \quad (i = 1, \ldots, n)$ を考える．ここで，$\boldsymbol{\beta} \in \mathbb{R}^p$ は回帰係数，$\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^p$ は説明変数であり，$\boldsymbol{\varepsilon} := (\varepsilon_1 \ldots \varepsilon_n)^T$ は平均 $\mathbf{0} \in \mathbb{R}^n$，分散共分散行列 $\Sigma \in \mathbb{R}^{n\times n}$ の多変量正規分布から抽出される確率変数である．すなわち，$\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(\mathbf{0}, \Sigma)$ である．測定値 $(y_i, \mathbf{x}_i)$ $(i = 1, \ldots, n)$ に対して，$\hat{\boldsymbol{\beta}} := (X^TX)^{-1}X^T\mathbf{y}$ と定義する．ここで

$X := \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1^T \\ \mathbf{x}_2^T \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n^T \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n\times p}$，$\mathbf{y} := \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n$ である．$\mathrm{rank}(X) = p$ を仮定する．

(1) $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ は，$\arg\min_{\boldsymbol{\beta}}(\mathbf{y} - X\boldsymbol{\beta})^T(\mathbf{y} - X\boldsymbol{\beta})$ の解となることを示せ．つまり，$\hat{\boldsymbol{\beta}}$ は $\boldsymbol{\beta}$ の最小二乗推定量となる．

(2) $p = 1$ の場合，$\hat{\beta} = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} x_i^2$ となることを示せ．

(3) $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ は，$\boldsymbol{\beta}$ の不偏推定量であることを示せ．

(4) $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ の分散共分散行列 $\mathrm{Var}[\hat{\boldsymbol{\beta}}]$ を求めよ．

(5) 不均一分散 (heteroscedasticity) とは何か説明せよ．また，問題の線形回帰モデルが不均一分散を持つような Σ の例をひとつあげよ．

Consider the linear regression model $Y_i = \mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta} + \varepsilon_i \quad (i = 1, \ldots, n)$, where $\boldsymbol{\beta} \in \mathbb{R}^p$ is the regression coefficient vector, $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^p$ is the explanatory variable vector, and $\boldsymbol{\varepsilon} := (\varepsilon_1 \ldots \varepsilon_n)^T$ is a random vector drawn from a multivariate normal distribution with mean $\mathbf{0} \in \mathbb{R}^n$ and covariance matrix $\Sigma \in \mathbb{R}^{n\times n}$, i.e. $\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(\mathbf{0}, \Sigma)$. For a data set $(y_i, \mathbf{x}_i)$ $(i = 1, \ldots, n)$, define $\hat{\boldsymbol{\beta}} := (X^TX)^{-1}X^T\mathbf{y}$, where $X := \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1^T \\ \mathbf{x}_2^T \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n^T \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n\times p}$, and $\mathbf{y} := \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n$.

Assume that $\mathrm{rank}(X) = p$.

(1) Show that $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ is the solution of $\arg\min_{\boldsymbol{\beta}}(\mathbf{y} - X\boldsymbol{\beta})^T(\mathbf{y} - X\boldsymbol{\beta})$. That means $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ is the ordinary least squares solution.

(2) Consider the case $p = 1$. Show that $\hat{\beta} = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} x_i^2$.

(3) Show that $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ is an unbiased estimator of $\boldsymbol{\beta}$.

(4) Determine $\mathrm{Var}[\hat{\boldsymbol{\beta}}]$, i.e. the covariance matrix of $\hat{\boldsymbol{\beta}}$.

(5) Explain what heteroscedasticity is, and give an example for Σ that models heteroscedasticity.

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M

問題 6 (Question 6)

(1) 多クラス分類を目的とするニューラルネットワークでは，出力層には以下のように定義されたソフトマックス関数がよく用いられる．

$$\mathrm{softmax}(\mathbf{z})_i = \frac{\exp(z_i)}{\sum_j \exp(z_j)}$$

ここで，$\mathbf{z}$ はベクトルであり，z_i はその i 番目の要素を指す（$\mathrm{softmax}(\mathbf{z})_i$ は，$\mathbf{z}$ をソフトマックス関数に入力して得られた結果のうち，i 番目の要素を示す）．

ソフトマックス関数には以下の性質があることを示せ．

$$\mathrm{softmax}(\mathbf{z})_i = \mathrm{softmax}(\mathbf{z}+\mathbf{c})_i$$

ただし，$\mathbf{c}$ はすべての要素が同じスカラー c からなるベクトルとする．

また，上記のソフトマックス関数の性質を使って，ソフトマックスの入力が大きくなっても，オーバーフローが起きないようにソフトマックスのオーバーフロー対策を考えよ．

(2) k-近傍法（k-nearest neighbors）分類アルゴリズムの動作原理を150字以上を使って説明せよ．また，k-近傍法アルゴリズムのメリットとデメリットについて，それぞれ2つずつ述べよ．

(1) In multi-class classification problems, for the output layer of neural networks often the following softmax function is used:

$$\mathrm{softmax}(\mathbf{z})_i = \frac{\exp(z_i)}{\sum_j \exp(z_j)}$$

where $\mathbf{z}$ is a vector and z_i is its i-th element ($\mathrm{softmax}(\mathbf{z})_i$ represents the i-th output when vector $\mathbf{z}$ is input to the softmax function).

Show that the softmax function has the following property:

$$\mathrm{softmax}(\mathbf{z})_i = \mathrm{softmax}(\mathbf{z}+\mathbf{c})_i$$

where $\mathbf{c}$ is a vector, with all its elements equal to a scalar constant c.

Also, show how the above property of the softmax function can be used to avoid overflow if any of the input values to the softmax function becomes very large.

(2) Explain in your own words the k-nearest neighbors classifier algorithm (explain using more than 100 words). Also, explain 2 advantages and 2 disadvantages of the k-nearest neighbors algorithm.

2023 年 4 月入学（April 2023 Admission）
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)

（2023 年 1 月 26 日実施 / January 26, 2023）

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II

プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M

問題 7 (Question 7)

卒業研究またはこれまでに従事した研究課題について，400 字程度で簡潔にまとめよ．もしそれらを行っていない場合は，興味を持った情報科学に関する最近の話題を一つ選び，その概要とともに，興味を持った理由を 400 字程度で説明せよ．解答は別紙解答用紙に記入せよ．

Describe the outline of your undergraduate study or the research project you were engaged in, in approximately 200 words. If you have never been engaged in them, then choose one of the recent topics on Informatics and Data Science you are interested in, and explain, as well as its outline, why the topic interested you in approximately 200 words. Write your answer on the answer sheet.