

令和6年度 第3年次編入学試験 筆記試験問題

情報科学部 情報科学科

実施期日 : 令和5年6月17日(土)
試験時間 : 9時30分～12時00分

注意事項

- 1 この問題冊子には、
微分積分、線形代数、確率・統計、プログラミング(C言語)
の範囲の問題が5問あります。総ページは11ページです。
- 2 解答用紙は5枚(表面)あります。解答はすべて解答用紙の
所定の場所に記入しなさい。裏面は記入してはいけません。
- 3 解答は、特に指定がある場合を除き、結果だけでなく過程も
記入しなさい。
- 4 **受験番号**は、すべての解答用紙の所定の欄に必ず記入しなさい。
解答用紙は持ち帰ってはいけません。
- 5 問題冊子は持ち帰ってください。
- 6 受験票、筆記用具、時計及び監督者が許可した物以外の所持品は、
足元に置いてください。また、時計のアラームを使用してはいけません。

[1] 以下の問いに答えよ.

(1) 以下の微分方程式の一般解 $x = x(t)$, $y = y(t)$ を異なる 2 つの定数 C_1, C_2 を用いて表せ.

$$\begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$$

(2) 行列 $A = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ ($0 < \theta < \pi$) に対し, $A^3 = E_2$ を満たす θ を求めよ. ただし, E_2 は 2 次単位行列である.

(3) $\hat{\theta}$ は, ある母数 θ の推定量である. $\hat{\theta}$ の期待値, 分散をそれぞれ μ, σ^2 とするとき, $(\hat{\theta} - \theta)^2$ の期待値 $E\{(\hat{\theta} - \theta)^2\}$ を σ^2 および $b = \mu - \theta$ を用いて簡潔に表せ.

空 欄

[2] $f(x, y) = (x^2 + 2y + 1)e^{-x^2 - y^2}$, $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x, 0 \leq y\}$ について考える. 以下の問いに答えよ.

(1) 以下を示せ.

$$\int_0^{\infty} e^{-u^2} du = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

(2) $z = f(x, y)$ の最大値を求めよ. また, 最大値をとるときの (x, y) を求めよ.

(3) 広義 2 重積分 $I = \iint_D f(x, y) dx dy$ を計算せよ.

空 欄

[3] $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ に対し行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & \alpha & \beta \\ \alpha & 1 & \alpha \\ \beta & \alpha & 1 \end{pmatrix}$ とする。このとき、以下の問いに答えよ。

(1) A の固有値を求めよ。

(2) $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$ に対し、 $f(x) = x^\top \{A^2 + 2(\beta - 1)A + (\beta^2 - 2\beta + 2)E_3\}x$ とする。ただし、 x^\top は x の転置、 E_3 は 3 次単位行列である。 $x^\top x = 1$ を満たす $x \in \mathbb{R}^3$ について、 $f(x)$ の最小値を求めよ。

(3) A のすべての固有値が正であるとき、 $\log\{\det(A)\} + \text{tr}(A^{-1})$ を最小化する α と β を求めよ。ただし、

\log は自然対数であり、 $\det(A)$ は A の行列式、 $\text{tr}(A^{-1})$ は A^{-1} のトレースを意味する。

空 欄

[4] x_1, x_2, \dots, x_n は, n 人が受験したある試験の得点を表すものとする. ただし, $x_1 \neq x_2$ であるとする. また, a は 0 でないある実数, b はある実数として,

$$y_i = ax_i + b, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

とする. さらに, $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$, $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$, $s_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$, $s_y = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$,

$$s_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}),$$

$$r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}$$

とする. 以下の問いに答えよ.

- (1) \bar{y} を \bar{x} , s_x , a , b のうち必要なものを用いて表せ.
- (2) s_y を \bar{x} , s_x , a , b のうち必要なものを用いて表せ.
- (3) s_{xy} を \bar{x} , s_x , a , b のうち必要なものを用いて表せ.
- (4) r の値を答えよ.
- (5) $\bar{y} = 0$, $s_y = 1$ であるような a , b を \bar{x} , s_x を用いて表せ.
- (6) x_1, x_2, \dots, x_n のうち区間 $[\bar{x} - 2s_x, \bar{x} + 2s_x]$ に含まれる得点の割合はどの程度であるか答えよ.

空 欄

[5] 次ページに示すソースコード Listing 2 は、2つの配列 $x[]$, $y[]$ それぞれのすべての要素を異なる2つの関数 `SortA`, `SortB` で昇順に並べて出力する C 言語のプログラムである。その出力を Listing 1 に示す。ただし、Listing 2 中の `..` は、半角スペースを表すものとする。以下の問いに答えよ。

(1) Listing 2 の 4~6 行目の関数 `ShowData` は、引数として渡された配列の要素を添え字の順に出力する。

`/* (1) */` の部分を答えよ。ただし、複数行にわたって良いものとする。

(2) Listing 2 の 8~10 行目の関数 `swap` は、2つの引数の値を入れ替える。このプログラムを実行した際、

関数 `swap` が関数 `SortA`, 関数 `SortB` からそれぞれ何回呼び出されるか答えよ。

(3) 関数 `swap` の `/* (3) */` の部分を答えよ。ただし、複数行にわたって良いものとする。

(4) 関数 `SortA`, 関数 `SortB` をそれぞれ配列の要素を降順に並べるように変更するには、Listing 2 の何行

目をどのように変更すれば良いか答えよ。

Listing 1: 出力

```
1 Before A: 0, 14, 6, 1, 2, 8, 10, 13, 7, 15,  
2 After A: 0, 1, 2, 6, 7, 8, 10, 13, 14, 15,  
3 Before B: 0, 14, 6, 1, 2, 8, 10, 13, 7, 15,  
4 After B: 0, 1, 2, 6, 7, 8, 10, 13, 14, 15,
```

Listing 2: ソーティング (Sorting)

```

1 #include<stdio.h>
2 #define NUM_DATA 10
3
4 void ShowData(int x[], int n){
5     /* (1) */
6 }
7
8 void swap(int *a, int *b){
9     /* (3) */
10 }
11
12 void SortA(int x[], int n){
13     int i, j;
14     for (i = 0; i < n - 1; i++) {
15         for (j = n - 1; j > i; j--) {
16             if (x[j - 1] > x[j]) {
17                 swap(&x[j - 1], &x[j]);
18             }
19         }
20     }
21 }
22
23 void SortB(int x[], int begin, int end){
24     int i, j, pivot;
25     pivot = x[(begin + end) / 2];
26     i = begin; j = end;
27     while(1){
28         while( x[i] < pivot ){ ++i; }
29         while( x[j] > pivot ){ --j; }
30         if( i >= j ){ break; }
31         swap(&x[i], &x[j]);
32         i++; j--;
33     }
34     if( begin < i - 1 ){ SortB(x, begin, i - 1); }
35     if( j + 1 < end ){ SortB(x, j + 1, end); }
36 }
37
38 int main(){
39     int x[]={0, 14, 6, 1, 2, 8, 10, 13, 7, 15};
40     int y[]={0, 14, 6, 1, 2, 8, 10, 13, 7, 15};
41     printf("Before_A:");
42     ShowData(x, NUM_DATA);
43     SortA(x, NUM_DATA);
44     printf("After_A:");
45     ShowData(x, NUM_DATA);
46     printf("Before_B:");
47     ShowData(y, NUM_DATA);
48     SortB(y, 0, NUM_DATA-1);
49     printf("After_B:");
50     ShowData(y, NUM_DATA);
51 }

```