

広島大学大学院先進理工系科学研究科
量子物質科学プログラム
博士課程前期入学試験問題

専 門 科 目 (電子工学分野)

2023年8月24日 9:00~12:00

注意事項

(1) 以下の用紙が配付されている。

問題用紙 (表紙を含む)	5枚
解答用紙	4枚
下書用紙	2枚

(2) 問題は全部で4問あり, I~IVの問題番号および出題科目名を で示してある。

(3) I~IV全てを解答せよ。

(4) 解答は問題ごとに指定の用紙を用いること。紙面が不足した場合は裏面を用いてよい。

(5) 解答用紙及び下書用紙に受験番号を記入せよ。

(6) 試験終了後, 解答用紙及び下書用紙を提出すること。問題用紙は持ち帰ること。

I	電磁気学
---	------

- 図1に示す同軸ケーブルのキャパシタンスを考える。内導体の半径は a 、外導体の内半径は b 、外導体の厚みは d である。内導体は単位長さあたり $+\lambda$ の電荷を帯びており、外導体は単位長さあたり $-\lambda$ の電荷を帯びている。両導体の間を満たす物質の誘電率は ϵ である。中心軸からの動径座標を r とする。

 - 両導体の間の位置 r における電界の大きさ $E(r)$ ($a < r < b$) を求めよ。
 - 内導体の電位を0とする。両導体の間の位置 r における電位 $\phi(r)$ ($a < r < b$) を求めよ。
 - この同軸ケーブルの単位長さあたりのキャパシタンス C を求めよ。
 - この同軸ケーブルの単位長さに蓄えられている電界のエネルギー W を求めよ。
1. と同じ同軸ケーブルのインダクタンスを考える。直流電流 I が内導体と外導体に逆向きに流れているものとし、各導体の断面内で電流密度はどれも同じと仮定する。すべての物質の透磁率は、真空の透磁率 μ_0 に等しいものとする。

 - 両導体の間の位置 r における磁束密度の大きさ $B(r)$ ($a < r < b$) を求めよ。
 - 内導体の内部の位置 r における磁束密度の大きさ $B(r)$ ($0 < r < a$) を求めよ。
 - 外導体の内部の位置 r における磁束密度の大きさ $B(r)$ ($b < r < b+d$) を求めよ。
 - 両導体の間 ($a < r < b$) の単位長さあたりの磁束 Φ_{ab} を求めよ。また、この結果を用いてこの同軸ケーブルの単位長さあたりの外部インダクタンス L_{ext} を求めよ。
 - 電流は各導体の断面内に分布しているのに、導体内の磁束は一部しか内部インダクタンスに寄与しない。したがって、導体内の磁束の総和を使って内部インダクタンスの上限値を見積もることができる。中心軸 ($r=0$) と外導体の外表面 ($r=b+d$) の間の単位長さあたりの磁束 Φ_{total} を求めよ。また、この結果を用いてこの同軸ケーブルの単位長さあたりの総インダクタンス L の上限値を求めよ。

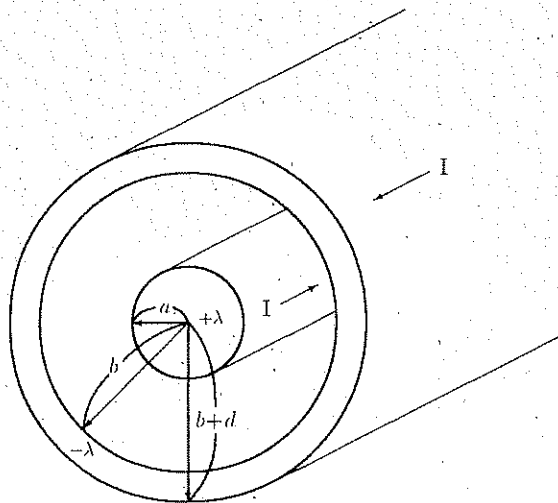


図1

II 回路工学

1. 位相定数 β , 特性抵抗 Z_0 を持つ図 1 の無損失の伝送線路の左端の電圧 v_1 , 電流 i_1 と右端の電圧 v_2 , 電流 i_2 は, 縦続行列を使って下記のように関係づけられる:

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ i_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta l & jZ_0 \sin \beta l \\ \frac{j}{Z_0} \sin \beta l & \cos \beta l \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_2 \\ i_2 \end{pmatrix}$$

ただし, j は虚数単位, l は線路長である.

- (1) 図 2 のように伝送線路の右端にインピーダンス Z_2 を持つ素子を接続したときに, 伝送線路の左側から観測されるインピーダンス Z_1 の式を導出せよ.
- (2) 図 2 において伝送線路の右端を短絡したときの Z_1 を求め, l を 0 から $2\pi/\beta$ まで変化させたときの, Z_1 の虚部 (リアクタンス) のグラフの概形を描け.
- (3) 図 2 において伝送線路の右端を開放したときの Z_1 を求め, l を 0 から $2\pi/\beta$ まで変化させたときの, Z_1 の虚部 (リアクタンス) のグラフの概形を描け.

2. 図 3 に示す, 電圧が E の直流電圧源, 抵抗が R_1 と R_2 の抵抗器, インダクタンスが L のインダクタ, キャパシタンスが C のキャパシタからなる回路について考える. 時刻 $t=0$ でスイッチ S を閉じる. ただし, インダクタを流れる電流を i_L , キャパシタを流れる電流を i_C とし, $t < 0$ では $i_L = i_C = 0$ とする. 以下の問いに答えよ.

- (1) $t > 0$ における $i_L(t)$ を導出せよ.
- (2) $t > 0$ における $i_C(t)$ を導出せよ.
- (3) スイッチを流れる電流 i が $t > 0$ で一定となるためには, R_1, R_2, L, C の間にどのような条件が必要か示せ.

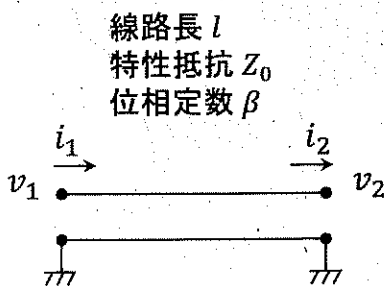


図1

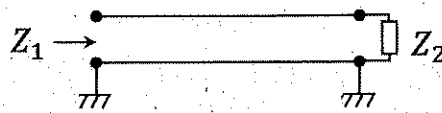


図2

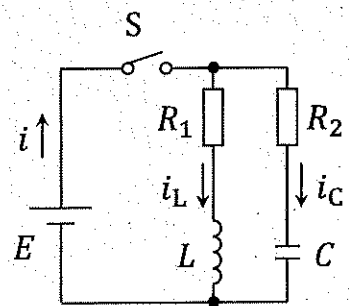


図3

III	半導体工学
-----	-------

1. 金属電極に正の電圧 V_m を印加し空乏状態にある p 型半導体を用いた MOS キャパシタのバンド図を図 1 に示す. ただし, この MOS キャパシタは $V_m = 0$ でフラットバンド状態になる. 図中 E_{mF} は金属のフェルミ準位を表す. E_c, E_i, E_F, E_v はそれぞれ半導体の伝導帯下端のエネルギー, 真性フェルミ準位, フェルミ準位, 価電子帯上端のエネルギーを表す. 酸化膜の厚さを d , 酸化膜にかかる電圧を V_0 , 半導体中のアクセプタ密度を N_A , 半導体の誘電率を ϵ_s , 空乏層幅を W_D で表す. 半導体と酸化膜の界面を $x = 0$, 界面より半導体側を $x > 0$ とする. 位置 x での静電ポテンシャルを $\psi(x)$ とする. $\psi(x)$ は, $x > W_D$ のとき 0 とし, 半導体のバンドが下に曲がっているときに正とする. 半導体中の $0 < x < W_D$ の領域は完全に空乏化しているものとし, この領域を空乏層とする. また, $x > W_D$ の領域は空乏化していないとする. また, 酸化膜の誘電率を $\epsilon_0 (< \epsilon_s)$, 素電荷を $q (> 0)$ として, 以下の問いに答えよ.
- (1) このとき空乏層内の $\psi(x)$ を与えるポアソン方程式を書け.
 - (2) (1) のポアソン方程式の $x = W_D$ における境界条件を記せ.
 - (3) (1) のポアソン方程式を (2) の境界条件で解き, 半導体の空乏層内の電界 $E(x)$ および $\psi(x)$ を求めよ.
 - (4) $x = 0$ における, 酸化膜側の電界 E_0 と半導体側の電界 E_s を, それぞれ N_A を含んだ形で表せ.
 - (5) 金属電極と酸化膜の界面を $x = -d$ として酸化膜中 ($-d < x < 0$) でのポアソン方程式を書け.
 - (6) (5) のポアソン方程式を解き, 酸化膜中 ($-d < x < 0$) での $E(x)$ を N_A を含んだ形で表せ.
 - (7) V_0 を N_A を含んだ形で表せ.
 - (8) $-2d \leq x \leq 2W_D$ の領域での $E(x)$ を図示せよ. ただし, E_0 と E_s を E 軸上に記せ.
 - (9) $-2d \leq x \leq 2W_D$ の領域での $\psi(x)$ を図示せよ. ただし, $x = 0$ と $x = -d$ での静電ポテンシャルを N_A を含んだ形で図中に記せ.

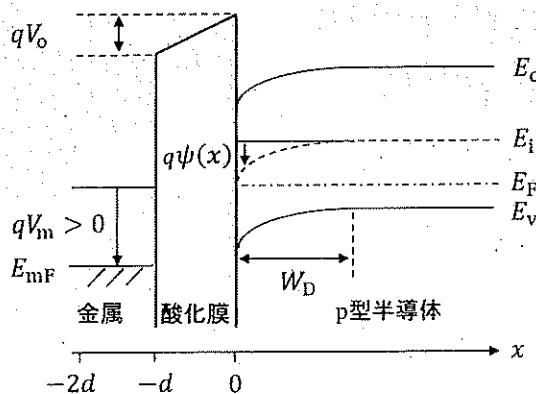


図 1

IV 量子力学

1. ハミルトニアンが次式で与えられる, 質量 m , 固有角振動数 ω_0 の 1 次元調和振動子を考える.

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega_0^2 x^2$$

ここで, p, x はそれぞれ運動量演算子, 位置である. この調和振動子が次式で与えられる規格化された波動関数 ψ で表されるエネルギー固有状態にあるとき, 以下の問いに答えよ.

$$\psi = Ax \exp(-\alpha x^2)$$

$$A = \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{m\omega_0}{\hbar}\right)^{\frac{3}{4}}, \quad \alpha = \frac{m\omega_0}{2\hbar}$$

ここで, h をプランク定数として $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ である. また必要に応じて次の積分を使ってもよい.

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-\beta x^2} dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\beta^3}}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} x^4 e^{-\beta x^2} dx = \frac{3}{4} \sqrt{\frac{\pi}{\beta^5}}$$

- (1) この調和振動子に対する時間に依存しないシュレーディンガー方程式を記せ.
- (2) この状態のエネルギー固有値を求めよ.
- (3) この状態における x および x^2 の期待値 $\langle x \rangle$ および $\langle x^2 \rangle$ を求めよ.
- (4) この状態における運動量 p および p^2 の期待値 $\langle p \rangle$ および $\langle p^2 \rangle$ を求めよ.
- (5) $(\Delta x)^2$ と $(\Delta p)^2$ をそれぞれ期待値 $\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle$ および $\langle (p - \langle p \rangle)^2 \rangle$ とするとき, 次式が成り立つことを示せ.

$$\Delta x \cdot \Delta p = \frac{3}{2} \hbar$$