令和６年度　広島大学光り輝き入試 学校推薦型選抜

情報科学部情報科学科（地方創生枠）　筆記試験問題

実施期日　：　令和５年11月18日（土）
試験時間　：　９時30分～11時30分

注意事項

1　この問題冊子の総ページは**13 ページ** です。

2　解答用紙は **4 枚** あります。**解答** はすべて解答用紙の所定の場所に記入してください。

3　**受験番号**は，すべての解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。

4　解答用紙は持ち帰ってはいけません。

5　問題冊子は持ち帰ってください。

6　受験票，黒鉛筆，シャープペンシル，消しゴム，鉛筆キャップ，鉛筆削り，計時機能だけの時計，眼鏡，ハンカチ，袋などから中身だけを取り出したティッシュペーパー及び目薬以外の所持品は，机の下に置いてください。

7　**12 ページ**に公式集があります。答案作成にあたっては利用しても構いません。

空　欄

空　　欄

[ 1 ]　以下の小問に答えよ。ただし, 答えのみでよい。

(1) 原点 O とする座標空間内の 3 点 A $(-3,0,-4)$, B $(3,4,8)$, C $(-2,-4,5)$ が与えられたとき, 三角形 ABC の面積 $S$ は, $S=$ $\boxed{\text{(i)}}$ である。3 点 A, B, C を通る平面の方程式は, $\boxed{\text{(ii)}}$ である。四面体 OABC の体積 $V$ は, $V=$ $\boxed{\text{(iii)}}$ である。

3 点 A, B, C を通る円の中心の座標は, $\boxed{\text{(iv)}}$ である。3 点 A, B, C を通り, 半径 $R=7\sqrt{2}$ である球面は 2 つあるが, 中心の $x$ 座標が正である球面の方程式は, $\boxed{\text{(v)}}$ である。

(2) 3 次正方行列 $A$ は,

$$A\begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1\\-1\\0\end{bmatrix},\ A\begin{bmatrix}1\\-1\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\-1\\0\end{bmatrix},\ A\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\2\end{bmatrix}$$

を満たすとする。このとき, $\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\end{bmatrix}A\begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix}=$ $\boxed{\text{(i)}}$, $A\begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\end{bmatrix}=$ $\boxed{\text{(ii)}}$ である。行列 $A$ は, $A=$ $\boxed{\text{(iii)}}$ であり, $A^{-1}=$ $\boxed{\text{(iv)}}$, $A^{10}=$ $\boxed{\text{(v)}}$ である。

(3) $n$ 次の行列式を

$$a_n=\begin{vmatrix}3 & 1 & 1 & \cdots & 1\\ 1 & 3 & 1 & \cdots & 1\\ 1 & 1 & 3 & \cdots & 1\\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 3\end{vmatrix}\in\mathbb{R}^{n\times n}$$

と定義する。$a_2=$ $\boxed{\text{(i)}}$, $a_3=$ $\boxed{\text{(ii)}}$, $a_n=$ $\boxed{\text{(iii)}}$ である。

(4) $x$, $y$, $z$, $w$ を整数とする以下の連立 1 次方程式

$$\begin{cases}2x+y+2z-4w=1\\ x-y+z+w=-1\\ -x+2z+4w=3\end{cases}$$

を考える。

$x$, $y$, $z$ をそれぞれ $w$ を用いて表せば, $(x,y,z)=$ $\boxed{\text{(i)}}$ である。また, $\dfrac{y}{x}$ が整数となる $x$, $y$, $z$, $w$ の組 $(x,y,z,w)$ は, $\boxed{\text{(ii)}}$, $\boxed{\text{(iii)}}$ の二つある。

空　欄

**[ 2 ]** $a$ を 0 でない実数とし, 自然数 $n$ に対して, 行列 $A_n$ を次のように定義する。

$$A_n = \begin{bmatrix} 1 & ab_n & a^2c_n \\ 0 & 1 & ab_n \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ただし, 数列 $\{b_n\}$ の初項を $b_1 = 1$, 数列 $\{c_n\}$ の初項を $c_1 = 1$ とする。

(1) 行列 $A_n$ と $A_1 = \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ の積 $A_nA_1$ を計算せよ。

(2) 任意の自然数 $n$ に対して, 行列 $A_{n+1}$ と $A_n$ が, $A_{n+1} = A_nA_1$ を満たすとする。このとき, 数列 $\{b_n\}$ と $\{c_n\}$ の 一般項をそれぞれ求めよ。

(3) 自然数 $n$ に対して,

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^n$$

を $n$ を用いて表せ。

空　欄

**[ 3 ]** $m$ 次の正方行列 $M$ を $M=\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ {}^tM_{12} & M_{22} \end{bmatrix}$ と定める。ただし, $M_{11}$ は $m_1$ 次の正則行列で, $M_{22}$ は $m_2$ 次の正方行列である。また, $m$ 次正方行列 $C, D$ を

$$C=\begin{bmatrix} E_{m_1} & O_{m_1,m_2} \\ -{}^tM_{12}M_{11}^{-1} & E_{m_2} \end{bmatrix},\ D=\begin{bmatrix} E_{m_1} & -M_{11}^{-1}M_{12} \\ O_{m_2,m_1} & E_{m_2} \end{bmatrix}$$

と定める。ただし, $E_m$ は $m$ 次の単位行列, $O_{m,n}$ はすべての成分が 0 である $m\times n$ の零行列, ${}^t$ は行列の転置をそれぞれ表す。このとき以下の問いに答えよ。

(1) $C$ が正則であることを示し, $C^{-1}$ を求めよ。

(2) 行列の積 $CMD$ を計算せよ。

(3) $|M|=|M_{11}||M_{22}-{}^tM_{12}M_{11}^{-1}M_{12}|$ となることを示せ。

(4) 正方行列 $M$ は正則行列と仮定する。このとき, 以下を示せ。ただし, $L=M_{22}-{}^tM_{12}M_{11}^{-1}M_{12}$ である。

$$M^{-1}=\begin{bmatrix} M_{11}^{-1}+M_{11}^{-1}M_{12}L^{-1}{}^tM_{12}M_{11}^{-1} & -M_{11}^{-1}M_{12}L^{-1} \\ -L^{-1}{}^tM_{12}M_{11}^{-1} & L^{-1} \end{bmatrix}$$

空　欄

[ 4 ]　$a, b$ を実数とする。$x, y, z$ を変数とする連立 1 次方程式

$$(\star) \quad \begin{cases} x + ay + az = 0 \\ ax + y + az = b \\ ax + ay + z = 1 \end{cases}$$

について以下の問いに答えよ。

(1) 連立 1 次方程式 $(\star)$ の係数行列 $A = \begin{bmatrix} 1 & a & a \\ a & 1 & a \\ a & a & 1 \end{bmatrix}$ の階数 (rank) を求めよ。

(2) 連立 1 次方程式 $(\star)$ の解を求めよ。

空　欄

# 公　式　集

(1) 空間ベクトル $\boldsymbol{a}=\begin{bmatrix}a_1\\a_2\\a_3\end{bmatrix}$ のノルム (大きさ) $\|\boldsymbol{a}\|$ は

$$\|\boldsymbol{a}\|=\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}$$

で定義される。

(2) 2 つの空間ベクトル $\boldsymbol{a}=\begin{bmatrix}a_1\\a_2\\a_3\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{b}=\begin{bmatrix}b_1\\b_2\\b_3\end{bmatrix}$ の外積は, $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=\begin{bmatrix}a_2b_3-a_3b_2\\a_3b_1-a_1b_3\\a_1b_2-a_2b_1\end{bmatrix}$ である。

(3) 3 つの空間ベクトル $\boldsymbol{a}=\begin{bmatrix}a_1\\a_2\\a_3\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{b}=\begin{bmatrix}b_1\\b_2\\b_3\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{c}=\begin{bmatrix}c_1\\c_2\\c_3\end{bmatrix}$ のスカラー三重積は, $(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b},\boldsymbol{c})=\begin{vmatrix}a_1&b_1&c_1\\a_2&b_2&c_2\\a_3&b_3&c_3\end{vmatrix}$ である。

(4) 点 $(x_0,y_0,z_0)$ を通り, 方向ベクトル $\boldsymbol{v}=\begin{bmatrix}a\\b\\c\end{bmatrix}$ をもつ直線の方程式は, $\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}$ である。ただし, $abc\neq0$ である。

(5) 点 $(x_0,y_0,z_0)$ を通り, 法線ベクトル $\boldsymbol{n}=\begin{bmatrix}a\\b\\c\end{bmatrix}$ をもつ平面の方程式は, $a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$ である。

(6) $n$ 次正方行列 $A=[a_{ij}]$ の行列式は,

$$\det A=\sum_{\sigma\in S_n}\mathrm{sgn}(\sigma)a_{1\sigma(1)}a_{2\sigma(2)}\cdots a_{n\sigma(n)}$$

で定義される。

(7) 2 つの $n$ 次正則行列 $A$, $B$ に対して, $(AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}$ が成り立つ。

(8) 2 つの $n$ 次正方行列 $A$, $B$ に対して, $\det(AB)=\det(A)\times\det(B)$, または, $|AB|=|A||B|$ が成り立つ。

(9) $n$ 次正則行列 $A$ を係数行列とする連立 1 次方程式 $A\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}$ の解 $\boldsymbol{x}$ の第 $i$ 番目の成分 $x_i$ は, $A$ の第 $i$ 列を $\boldsymbol{b}$ で置き換えた行列 $B_i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{a}_1\cdots\boldsymbol{a}_{i-1}\ \boldsymbol{b}\ \boldsymbol{a}_{i+1}\cdots\boldsymbol{a}_n\end{bmatrix}$ を用いて, 以下の式で与えられる。

$$x_i=\frac{\det(B_i)}{\det(A)}$$

以　下　余　白