

「小数倍の意味」を発見・創造的に考察していく授業デザイン —第4学年「小数のわり算」「倍の計算」の授業実践からの検討—

植田 悦司

1 授業デザインについて

子どもたちは、第3学年で $1/10$ の位までの小数について、小数でも数の大きさを比べたり計算したりできるかどうかを考えるとともに、小数を日常生活に生かすことについて学んできている。本単元では、小数が整数と同じ仕組みで表されていること、理解を深めるとともに、ある量の何倍かを表すのに小数を用いることを学習する。また計算については、乗数や除数が整数である場合の乗法及び除法について学習し、小数の四則計算の可能性が広がったことを感得しつつ、小数の理解を深めていくことになる。

この第4学年の小数の乗法や除法における問題場面、特に小数倍については、高学年の割合学習に直結する大切な学習である。しかし、平成20年度版学習指導要領では、どの学年で扱うかは明確に示されておらず、第4学年から扱っている教科書もあれば、第5学年で初めて扱った教科書もあった。現行の学習指導要領から、第4学年A(4)に「(ア) ある量の何倍かを表すのに小数を用いることを知ること。」と明記され、小数倍は第4学年で指導することとなったが、以前に杉山(2012)が指摘していたように「小数倍の意味を知るだけに終始し、小数倍を知ることのよさが感じられない」といった学習になってしまわないよう、指導を工夫する必要がある。

第4学年における小数の除法では、単元の後半に「わり進む」場合と「あまりを出す」場合を学習する。ここでは、商、あまり、除数、被除数の数量関係を把握することが大切になるが、一般的に「わり進む」場合は等分除、「あまりを出す」場合は包含除の問題場面が扱われる場合が多い。(表1参照： $7.2 \div 5$ の場合)

表1のように、等分除の問題場面では、「わり進む」場合も「あまりを出す」場合のどちらも商の意味については理解できる。ただし、「あまりを出す」場合は、 0.2m をさらに5等分することができるので、あまりを出す必然性はない。逆に、包含除の問題場面では、あまりを出した場合の商とあまりの意味は理解しやすいが、わり進む必然性はない。一般的に「わり進む」場合は等分除、「あまりを出す」場合は包含除が扱われているのは、こうした理由からである。

以上のような考察をもとに、本実践では「小数倍の意味」を子どもたちが発見・創造的に解決していく学習を目指し、次の3つを重視し授業をデザインすることにした。

	等分除	包含除
問題場面	7.2 mのリボンを5人で同じ長さずつ分けると、1人分は何mになりますか。	7.2 mのリボンを5 mずつ切って分けると、5 mのリボンは何本できますか。
わり進む	(式) $7.2 \div 5 = 1.44$ (答え) 1.44 m	(式) $7.2 \div 5 = 1.44$ (答え) 1.44本? 1.44倍? 1本と5 mの0.44にあたる量
あまりを出す	(式) $7.2 \div 5 = 1.4$ あまり0.2 (答え) 1人分は1.4 mで0.2 mあまる。	(式) $7.2 \div 5 = 1$ あまり2.2 (答え) 1本できて2.2 mあまる。

市川・青山 (2022) を参考に作成

表1 等分除・包含除の問題場面を「わり進んだ場合」と「あまりを出した場合」の違い

(1) 包含除で「わり進んだ」場合の商を解釈・表現させる

前述したように、包含除の問題場面では、わり進む必然性はない。しかし、等分除の問題場面で「わり進む」場合を経験した子どもたちなら、包含除の問題場面であってもわり進もうとすることが予想される。そこで、商として出てきた「4.5 (個)」や「5.4 (個)」に目を向けさせ、「この小数は何を意味しているのか」と問い返していく。おそらく、「4.5 (個)」の場合は「4個とその半分(6 cmの半分)」といったように感覚的に捉えることができると思うが、5 cmずつに分けた場合の「5.4 (個)」には違和感をもつだろう。その違和感を生かし、5 cmの名札を「1 (個)」と考えたときに、もとにする全体の長さ(27 cm)が「5.4 (倍)」にあたること、そして小数部分の「0.4 (個)」は、あまりの2 cmが5 cmの「0.4」にあたることを解釈・表現できるように、授業をコーディネートしていく。

このように、子どものもつ違和感を生かしその意味を問い直すことで、もとにする量を提示して「何倍ですか」と問わなくても、子ども自らがもとにする量を見つけ倍の意味を拡張していく学習にしていきたい。

(2) 比例的推論の育成を視野に入れる

日野・加藤 (2019) は、比例的推論を「数量間の比例関係を前提にした様々な推論」と定義し、Lamon (2005) や Vergnaud (1994) 等、比例的推論の進展の促進に関わる実践研究論文のレビューから示唆を得て、比例的推論の具体を検討している。

日野ら (2020) は、Scalar rations と Functional rates (Vergnaud, 1994) の区別(図1)を参照し、Scalar rations に関わる基礎の形成は、「組み立てユニットを用いてアップとダウンの推論(Lamon, 2005)を経験させるとともに、それを振り返ることで、Scalar rations の使用を徐々に促している」ことを指摘している。また、『クッキー4個あたり120円』から『2個60円』のように、問題場面の状況に応じて

新たな組み立てユニットに再構成することが必要だ」と述べている。

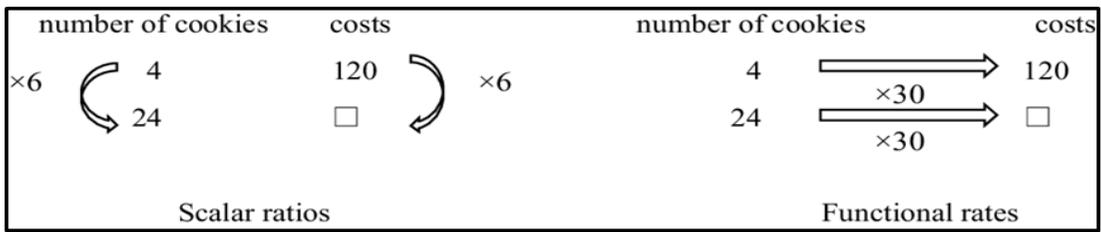


図1 Scalar ratios と Functional rates の例

本単元では、これらの先行研究を参考にし、子どもが比例的推論を働かせるような問題場面の提示する。どのような問題場面で子どもたちは比例的推論を働かせようとするのか。そして、そのような経験が、今後の子どもたちの学びをどのように変えていくことになるのか。本単元の実践も含めて、今後検討していきたい。

(3) 「思考・表現する道具」として、数直線図の活用を促す

本実践の問題場面では、商として出てきた「5.4」が、27cmという比べる量を、もとにする量である5cmを1と見た時に、どれだけにあたるか（何倍）を表していることに気付かせたい。そのためには、マグネットシート全体の長さとな札1つ分の長さを対応させながら数直線図に表すことが、思考する時にも自分の考えを表現する時にも有効だと考えた。単元の最初から、数直線図の活用に慣れさせていきたい。

2 単元の構想

(1) 本単元の目標

- 小数×整数，小数÷整数，整数÷整数で積や商が小数になる場合の計算の仕方を理解し，筆算を用いて計算できる。 【知識及び技能】
- 計算の仕方や小数倍の意味について考え，数学的表現を使って説明することができる。 【思考力・判断力・表現力等】
- 小数×整数，小数÷整数，整数÷整数で積や商が小数になる場合の計算の仕方を既習の乗除計算の仕方から発展させて考えたり，小数倍の意味も数直線図を使って説明したりしようとするなど，これまでの学習経験を生かして考えようとする。 【主体的に学習に取り組む態度】

(2) 単元計画（全12時間）

- 小数のかけ算の仕方を考えよう。・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 3時間
- 小数のわり算の仕方考えよう。・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 4時間
- 小数の倍の意味を考え説明しよう。・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 5時間

(3) 本時の目標

- 包含除の問題場面で、「わり進んだ」場合の商が何を表しているのかを数学的

表現を使って説明することができる。また、商は除数を1と見たときに被除数がどれだけにあたるかを表していることが分かる。

(4) 本時の展開

学習活動・児童の反応例	指導の意図と手だて	評価の観点と方法
<p>1 本時の課題を知る。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>「27 cmのマグネットシートを□cm ずつ切って名札を作ります。 □cmの名札は何個できますか。 □ = 3 → 6 → 5</p> </div> <p>・「わり算！」 ・「□が3なら9個」 ・「□が6なら4.5個！」←「どうして？」 → 6 cmの名札が4個と、その半分</p>	<p>○課題提示の仕方を工夫し、子ども自ら工夫したくなるものになるようにする。</p> <p>○子どもの声を生かしながら、□に数値を入れていく。</p> <p>○比例的推論を使った解決方法も取り上げ、その方法を共有する。</p> <p>○子どもの学びの状況に応じて、展開の仕方を判断する。</p>	<p>●問題場面を正しくイメージすることができるか。(反応)</p> <p>●「もしも～」で簡単な数値を入れた際の解決方法が理解できているか。(反応)</p> <p>●課題を把握することが理解できているか。(発言・反応)</p>
<p>2 「わり進んだ」場合の商の意味を考え、数学的表現を使って説明する。</p> <p>【あまりを出した】場合 ・$27 \div 5 = 5$あまり2 5個で2 cmあまる</p> <p>【わり進んだ】場合 ・$27 \div 5 = 5.4$ 5.4個っておかしいよ。 ・0.4 cmってことかなあ あまりは2 cm ・5.4個はおかしい。 ・5.4倍と表せばいい。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin: 5px 0;"> <p>$5 \times 5.4 = 27$ 2 cmは5 cmの0.4倍</p> </div> <p>3. 本時の学びをふり返る。</p>	<p>○「あまりを出した」場合の答えも確認し、「わり進んだ」場合の商の意味を考えやすくする。</p> <p>○同じような説明であっても、言葉を言い換えたり、図を使って説明したりしようとする姿を認める。</p> <p>○「0.4は何を表しているか？」に焦点を当て考えさせていく。言葉での説明が続いた際は、数直線図を使って説明することを促す。</p> <p>○子どもの発言内容に応じて、適宜、ペアで「解釈・表現する」ことを促す。</p>	<p>●問題場面を数直線図に表すことができるか。(記述)</p> <p>●「0.4や5.4が何を表しているか」について、図や言葉を使って説明することができるか。(発言・記述)</p> <p>●本時の学びを振り返ることができるか。(記述)</p>

3 授業の実際と考察

(1) 授業デザイン①：課題を子ども側のものにする

授業の前半は、教員が用意した課題を子ども側のものにするためのコーディネートを行った。具体的には、問題場面をイメージさせるための声かけを行ったり、問題場面を読んで思ったことや考えたことをノートに記述させたりした。

記述したことを子どもたちに発言させると、「□の数字がはっきりしたら解ける」

や「 $27 \div \square$ のわり算の式になる」といった発言の後、「もしも \square が3だったら、 $27 \div 3$ で9になるから、9個できる」といったように、具体的な数字を当てはめた発言が出てきた。「他の数字を入れた」との声も聞かれる。まずは、このように「もしも～」と仮定した考えが出され始めると、私は「課題が子ども側のものになったな」と判断している。

その後、「 $27 \div 3 = 9$ の式に付け加えたいことがありますか」と問い返すと、「その式の意味を図で説明できる」との反応が返ってきた。「この場面でテープ図や線分図などが共有できていると、この後の展開に生きてくる」と判断し黒板に書かせた(右写真)。書いている図をよく見ると、この子は、線分図と数直線図が混ざったような図を書いていた。 27 cm のマグネットシートを 3 cm ずつ等分しただけの意識ではないようだったが、うまくは伝えられなかった。ひょっとすると、 27 cm は 3 cm の9倍の長さという思いがあったのかもしれない。



(2) 授業デザイン②：子どもと共に課題を創る

$27 \div 3$ の答えを図で確かめた後、 \square に入れる数値を6にして考えさせた。私が数字を出した瞬間から、「わり切れない」「いやわり切れる」の声が上がった。しばらく、自分の考えをノートに記述させる時間を取り、子どもたちの考えを見ていると、やはり「わり進める」か「あまりを出す」かで考えは分かれていた。「あまりを出す」と判断している子の考えは前時の学習が関係していることが予想できたので、先に「わり進めた」子の考えを発表させることにした。

「 $27 \div 6 = 4.5$ 」の式が出されると、わり進めなかった子はすぐに「その答えはおかしい」と反応した。「答えが4.5個という小数になるのがおかしい」というのが理由である。わり進めた子も、そういった指摘が返ってくることを予測できていたようで、すぐにその意見を受け止めた。その後、「 $27 \div 6 = 4$ あまり3 だから、4個できて3 cmあまる」の判断が出され、「 $6 \times 4 + 3 = 27$ 」のたしかめ算も付け足され、誰もが納得したような状況となった。

そこで、私から「わり進んで出た4.5って何が出ているのかな?」と問い返すことにした。本当なら、先ほどの話の流れの中で、子どもの素直な声を引き出し問い返したかったのだが、うまいタイミングがなかったので、このような形となった。子どもたちからは、「6 cmのが4つできたのと、その1個分の半分で4.5」や「1個分の半分が0.5だから4個と半分」といった説明が返ってきた。また「図で説明したい」という声も上がったので、図を黒板に書かせてみた。しかし、 27 cm を分けるという書き方

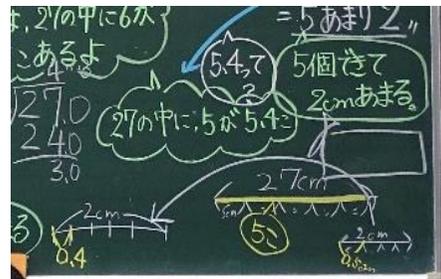


ではなく、6 cmが4つとその半分がいくつかというイメージを持っていたようで、だれもが納得のいく説明とはならなかった。その場にいる誰もがすっかりした様子ではなかったが、0.5は半分であるとのイメージが強いため、これ以上の表現を求めることは、逆に子どもの反応を悪くしてしまうと判断し、□に入れる数値を変えることにした。

(3) 授業デザイン③：小数倍の意味を解釈・表現する

次に、子どもたちに投げかけた数値は5である。すぐに、わり進めた場合とあまりを出した場合の式と答えを書かせた。計算は、どの子もほぼ間違いなくできていた。「 $27 \div 5 = 5.4$ 」と「 $27 \div 5 = 5$ あまり2」である。あまりを出した場合の商の意味「(5 cmの名札が) 5個できて、2 cmあまる」も解釈できていた。そこで、もう一度問い返した。「わり進んだ場合の商、5.4は何か」と。

子どもたちからすぐに出た表現は、「27 cmの中に5 cmの名札が5.4個ある」であった。しかし、もう一步踏み込みたい。「図で書くのがなあ」という声もあったので、最後に図で表現することを促すと、右のような図を書いて説明してくれたが、あまりの2 cmを5等分した1つ分が0.4 cmになるとの考えで、長さとの倍の意味が混同してしまうなど小数倍の意味に迫ることができなかった。



4 今後の課題

倍の概念は、式と答えだけで理解を深めるのは難しい。特に小数倍は、図を使って説明できるほどの理解が必要だと実感した。もう一度、教材研究をし直し、授業実践を試みたい。

【引用・参考文献】

- ・市川啓・青山尚司ら (2022) 『算数教材研究 割合』, 東洋館出版社
- ・杉山吉茂 (2008) 『初等科数学科教育学序説』, 東洋館出版社
- ・日野圭子・加藤久恵 (2019) 『比例的推論を促す整数の乗法の学習指導の研究動向』, 日本数学教育学会第52回秋期研究大会発表集録集, pp. 281-284
- ・日野圭子・加藤久恵・市川啓 (2020) 『小学校下学年における比例的推論の促進のための視点』, 日本数学教育学会第53回秋期研究大会発表集録, pp. 245-248
- ・寺井あい (2021) 『図を活用して数学的理解を深める算数科授業づくりに関する研究—下学年における比例的推論の育成を対象として—』, 兵庫教育大学大学院令和3年度教育実践研究報告書
- ・文部科学省 (2017), 『小学校学習指導要領解説 算数編』