

中学校 数学科学習指導案

指導者 秋枝 幸江

- 日時** 平成 30 年 12 月 4 日 (火) 第 4 限 (11 : 40~12 : 30)
- 場所** 1 年 B 組 HR 教室
- 学年・組** 中学校 1 年 B 組 40 人 (男子 19 人, 女子 21 人)
- 単元** 空間図形
- 目標**
1. 身近な立体をいろいろな視点や方法でとらえて考察し, 立体の辺や面の位置関係や表面積, 体積を求めようとする。 (数学への関心・意欲・態度)
 2. 空間における平面や直線の位置関係を見だし, 立体をいろいろな視点や方法でとらえて考察することができる。 (数学的な見方や考え方)
 3. 立体をいろいろな方法で表すことや, 辺や面の位置関係を指摘することができる。 (数学的な技能)
 4. 立体に関わる用語や, 空間における平面や直線の位置関係, 立体の表面積, 体積の求め方を理解している。 (数量や図形などについての知識・理解)

指導計画 (全 15 時間)

- 第一次 立体と空間図形 10 時間 (本時 10 / 10)
- 第二次 立体の表面積と体積 5 時間

授業について

空間図形の単元では, 立体を考察することを通して, 空間図形についての理解を深め, 図形の計量についての能力を伸ばす。その際, 身のまわりにあるものや立体模型などの観察, 操作や実験などの活動を通して, 図形に対する直観的な見方や考え方を育む。また, 空間図形を目的に応じて平面に表す工夫として, 見取図や展開図, 投影図を相互に関連させて扱い, 直線や平面の位置関係や, 立体の面の形などを調べることを通して図形を論理的に考察する基礎を培う。

前時では, 合同な正三角形だけで作られるへこみのない多面体について考えた。ポリドロンを用いて, どのような立体ができるのか実際に作り, その立体をいろいろな視点から図を書き, 面の数, 辺の数, 頂点の数について調べ, 観察したことをまとめた。組み立て方により, 予想以上にいろいろな立体を作られることが分かり, 面の数が増えるにつれて, 辺や頂点の数を数えることが困難になることも感じられた。

本時では, 正多面体の特徴をとらえながら, 多面体の 1 つの頂点に集まる面の数や集まった多角形の角度について調べることにより, 5 種類のみであることを, 根拠を示して説明を書かせ, 図形を論理的に考察する力を伸ばす。また, 正多面体を持つ特徴にふれさせ, ものの見方やとらえ方を広げ, 空間図形についての理解を深めさせる。

題目 正多面体の考察

本時の学習目標

正多面体がいくつあるのか, またその数に決まる理由を, 根拠を示して説明することができる。

本時の評価規準 (観点 / 方法)

正多面体の特徴をとらえながら, 多面体の 1 つの頂点に集まる面の数や集まった多角形の角度について調べ, まとめることができる。(数学的な見方や考え方 / ワークシート)

本時の展開

学習内容	学習活動	指導上の留意点
<p>(導入)</p> <p>多面体の分類 正多面体の特徴の 確認 課題の提示 (5分)</p>	<p>1 立体がどのような理由で 2 つのグループに分けられたのか考える。 【個人】</p> <p>2 正多面体の特徴を確認する。 【個人】</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・面の形が合同な正三角形で作られたへこみのない立体を 2 つに仲間分けし、その理由を考えさせる。 ・頂点のまわりの面の数に着目させる。 ・正多面体の特徴を提示する。
<p>課題 正多面体は全部でいくつあるか。また、その数に決まる理由について、根拠を示して説明しよう。</p>		
<p>(展開)</p> <p>正多面体の個数について根拠をもとに導出 (15分)</p> <p>全体へ発表・共有、 個人でのまとめ (20分)</p>	<p>3 すべての面が合同な正三角形である正多面体が 3 種類だけなのか考える。 【個人→小グループ→全体】</p> <p>4 他の形の面で作られる立体も考え、正多面体が全部でいくつあるのか根拠を示し、説明をまとめる。 【小グループ→個人】</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・面の形が正三角形である 3 つの正多面体が 3 種類である理由を考えさせる。 ・多面体の 1 つの頂点に集まる面の数や集まった多角形の角度について確認させる。 ・面の形が正三角形以外の立体について考えさせる。
<p>(まとめ)</p> <p>正多面体の頂点の数、辺の数、面の数の関係性(オイラーの公式)について考察 (10分)</p>	<p>5 正多面体の頂点の数、辺の数、面の数をまとめる。 【個人】</p> <p>6 オイラーの公式が、多面体でも成り立つことを確認する。 【個人】</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・立体のそれぞれの数を、表にまとめさせる。 ・表の数値から、頂点の数、辺の数、面の数の関係性について気づかせる。 ・これまで学習した多面体についても同様に成り立つことを確認させる。
<p><備考></p> <p>準備物 : ワークシート</p> <p>使用教具 : ポリドロン (東京書籍)</p>		

すべての面が、合同な正三角形であるへこみのない多面体を、
下のように、2つのグループに仲間分けをした。

Aグループ



Bグループ



【仲間分けの理由】

Aのグループ名は ()

- <特徴> ① すべての面が合同な正多角形
② へこみのないもの
③

() は全部で何種類あるのか？

※すべての面が正三角形である () は3種類だけなのか？

正多面体が全部で何種類あるのか、また、その数に決まる理由を、根拠を示して説明しましょう。

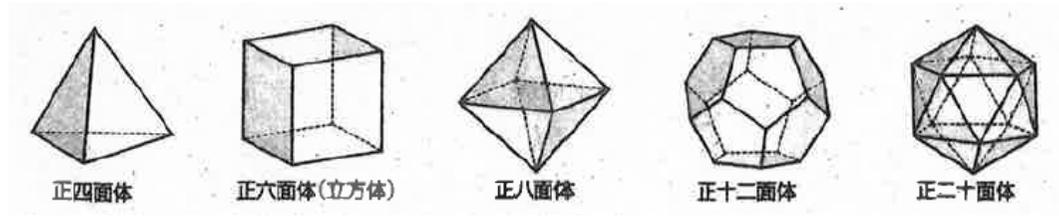
(説明)

(結論)

正多面体は () 種類である。

正多面体の特徴を表でまとめよう

(見取図)



立体名	1つの面の形	1つの頂点に集まる面の数	頂点の数	辺の数	面の数	
正四面体					4	
正六面体					6	
正八面体					8	
正十二面体					12	
正二十面体					20	

上の表から、どのようなことが言えるだろうか？

身近な立体 (例) サッカーボール



三十二面体 … 正二十面体の頂点の1辺の長さの3分の1のところで切り落とすと作られる

面の数は **32**，頂点の数は **60**

この立体の、辺の数はいくらでしょうか？

() 本

指導上の留意点

1. 授業説明

本時の学習目標を、正多面体がいくつあるのか、またその数に決まる理由を、根拠を示して説明することができるとした。

前時の授業では、すべての面が合同な正三角形である多面体を、ポリドロンを用いて、実際に作り、その立体をいろいろな視点から図に示し、面の数、辺の数、頂点の数について調べ、観察したことをまとめた。生徒は自由な発想で、できるだけいろいろな種類の立体を作ろうと組み立てているのだが、その活動の中で、生徒が立体をどのようにとらえているのかは読み取りにくいと感じた。

生徒が立体のどこに着目して考えているのかを知るには、発問の工夫が必要であると考え、「面の形が正三角形で作ることのできた正多面体は3種類であったが、本当に3種類だけなのか」と問いかけ、思考させることにした。正多面体の特徴をとらえながら、1つの頂点に集まる面の数や集まった多角形の角度について調べることにより、正多面体が5種類のみであることを論理的に考察することを目指した。

2. 研究協議より

- ・頂点に着目した生徒が、面をつなげ、頂点に集まる角度が 360° を超えると無理だと発言していた。前回の作業からのつながりを感じた。1つの頂点に集まる面の数は、立体にするために3つ以上必要であり、6つではひとつの大きな平面になることを、図を用いて、説明することができていた。7つ以上の言及がなかったので、その部分について確認してもよかったと思う。
- ・正三角形で作られる正多面体は3種類なのかという発問が、なぜ3種類なのかに変化していた。他に展開の仕方として、4種類以上あるかもしれないと追及していくこともできるのではないかと考える。
- ・例えば、1つの頂点にすべて合同な正三角形の面を4つ集めると、正八面体ができる。しかし、本当にこの条件で作られる立体は正八面体だけなのかと疑問が残る。1つの頂点にすべて合同な多角形がいくつ集まるかを説明するだけでは、頂点をつくる条件にすぎないのではないかと考える。生徒は、前時で実際に立体を組み立てているので、1つの頂点にすべて合同な正三角形の面を4つ集めると正八面体であると判断することができていた。多面体の構成については、オイラーの多面体定理のなかで確認しておきたい内容である。
- ・正多面体がいくつあるのかという授業展開は、空間で考えるものを展開図という平面で考えることができるというよさがあると感じた。