令和６（2024）年度

広島大学一般選抜　後期日程

理学部　物理学科

(総合問題)

令和６年３月12日

自　　9時00分

至　11時30分

答案作成上の注意

1．試験開始の合図があるまでは，この問題冊子の中を見てはいけません。
2．この問題冊子は，本表紙を含めて，６枚（11ページ）です。
3．解答用紙は７枚，下書き用紙は３枚です。
4．問題は[I]～[IV]の４問です。全問に解答すること。
5．すべての解答用紙の所定の場所に，受験番号を必ず記入すること。
6．解答は，すべて対応する解答用紙に記入すること。
7．配付した解答用紙は，持ち出さず，すべて提出すること。
8．試験終了後，問題冊子と下書き用紙は持ち帰ること。
9．解答用紙の注意事項もよく読むこと。

このページは白紙です。

［Ⅰ］

問１．次の関数において，導関数 $\dfrac{df(x)}{dx}$ を求めよ。

（１）　$f(x) = e^{ax}$

（２）　$f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

（３）　$f(x) = \dfrac{\cos x}{1+\sin x}$

（４）　$f(x) = \tan \dfrac{1}{2x}$

問２．$x_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n \theta \ d\theta,$　$(n = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots)$ のとき，次の問いに答えよ。

（１）x_0，x_1を求めよ。

（２）nが２以上の整数であるとき，$x_n = \dfrac{n-1}{n}\ x_{n-2}$であることを示せ。

（３）nが１以上の整数であるとき，$nx_n x_{n-1}$の値を求めよ。

（４）数列$\{x_n\}$は単調減少する数列であることを示せ。

（５）$\lim_{n\to\infty} \sqrt{n}\, x_n$を求めよ。

［Ⅱ］

なめらかな水平面上で，速度 $\overrightarrow{v_A}$ で運動する質量 m_A の小物体Aが，静止している質量 m_B の小物体Bに弾性衝突する場合を考える。図1のように，衝突後，小物体AとBはそれぞれ速度 $\overrightarrow{v'_A}$ と $\overrightarrow{v'_B}$ で等速直線運動したとする。なお，小物体は回転しないものとする。

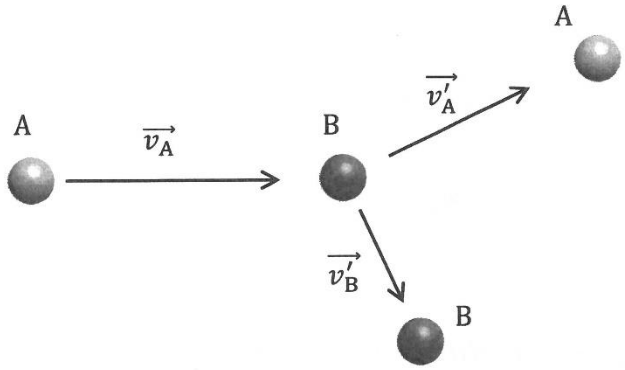


図1

問1． はじめに，小物体AとBの衝突における重心の運動について考える。衝突前と後での重心の速度を $\overrightarrow{v_G}$ および $\overrightarrow{v'_G}$ とする。衝突後の重心の速度は，

$$\overrightarrow{v'_G} = \frac{m_A\overrightarrow{v'_A} + m_B\overrightarrow{v'_B}}{m_A + m_B}$$

と表すことができる。このとき $\boxed{（ア）}$ の法則より，$\overrightarrow{v_G} = \overrightarrow{v'_G}$ となり，衝突の前後で重心の速度は変化しない。この $\boxed{（ア）}$ に入る適切な語句を記せ。

この小物体AとBの衝突を，重心と同じ速度で移動する観測者から見た場合を考える（このような座標系を重心座標系と呼ぶ）。この場合，小物体AとBの衝突前後での運動の様子は図2(a)のように観測される。この重心座標系での，小物体Aの衝突の前と後での速度はそれぞれ $\overrightarrow{w_A}$ と $\overrightarrow{w'_A}$，小物体Bの衝突の前と後での速度はそれぞれ $\overrightarrow{w_B}$ と $\overrightarrow{w'_B}$ で表すとする。ただし，重心座標系での小物体の速度とは，重心の速度に対する相対速度である（例えば $\overrightarrow{w_A} = \overrightarrow{v_A} - \overrightarrow{v_G}$ である）。このときの速度ベクトルの関係を表した図2(b)について，以下の問いに答えよ。

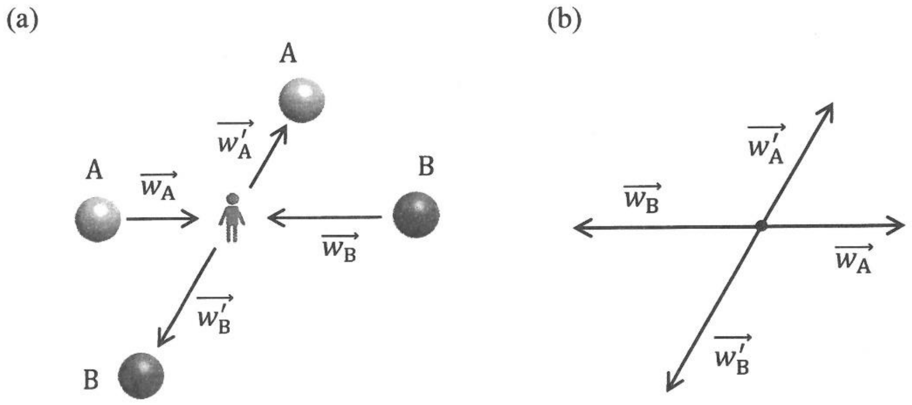


図２

問２． $\overrightarrow{w_A}$ および $\overrightarrow{w_B}$ を，m_A，m_B，$\overrightarrow{v_A}$ を用いてそれぞれ示せ。

問３． 重心座標系での小物体 A と B の運動量の総和は，衝突前と衝突後のどちらもゼロであることを示せ。

問４． 衝突後の小物体 A と B の運動エネルギーの和は，速度 $\overrightarrow{v'_A}$ と $\overrightarrow{v'_B}$ の大きさ v'_A と v'_B，重心の速度の大きさ v'_G，$\overrightarrow{v'_A}-\overrightarrow{v'_B}=\overrightarrow{v'_0}$ で定義した相対速度の大きさ v'_0 を用いて以下のように書き表すことができる。

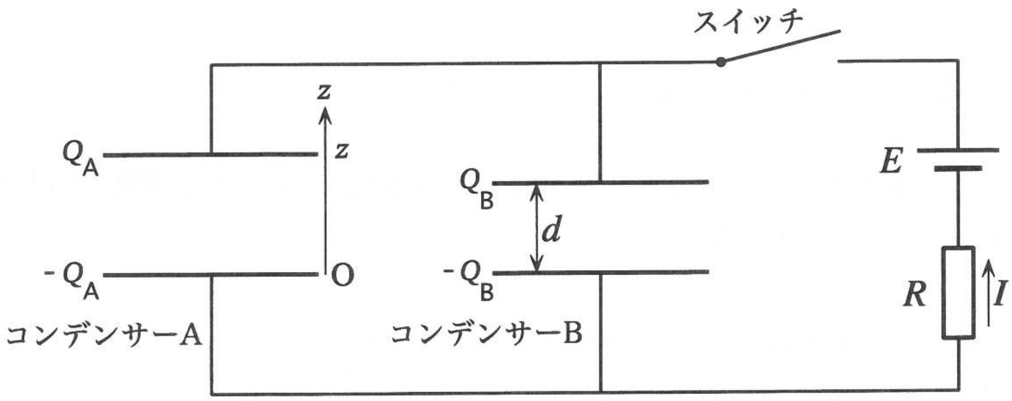
$$\frac{1}{2}m_A {v'_A}^2+\frac{1}{2}m_B {v'_B}^2=\frac{1}{2}\boxed{\text{(イ)}}\,{v'_G}^2+\frac{1}{2}\boxed{\text{(ウ)}}\,{v'_0}^2 \qquad \cdots\cdots ①$$

$\boxed{\text{(イ)}}$ および $\boxed{\text{(ウ)}}$ に入る数式を記せ。

問５． 弾性衝突では運動エネルギーが保存されることと，①式より，小物体 A と B の相対速度の大きさは衝突の前後で変化しないことが分かる。このことを利用して，小物体 A と B の衝突では，重心座標系での速度の大きさは衝突の前後で変わらない，すなわち，小物体 A の衝突前後の速度の大きさ w_A と w'_A と，小物体 B の衝突前後の速度の大きさ w_B と w'_B について，$w_A=w'_A$，かつ $w_B=w'_B$ であることを示せ。

[III]

図のように，二つの平行板コンデンサー A と B，起電力 $E(>0)$ の電池，抵抗値 R の抵抗，スイッチからなる回路が真空中に置かれている。コンデンサー A と B の極板の面積をそれぞれ S とする。また，コンデンサー A と B それぞれについて，図の上側の極板を正極板，下側の極板を負極板と呼ぶことにする。極板の間隔はコンデンサー B では固定されており，d とする。コンデンサー A については，極板の間隔を変えることができる。極板面に対して垂直方向をz軸とし，図のように負極板の位置Oを$z=0$として正極板の位置を $z(>0)$ で表す。ただし，真空の誘電率を ε_0 とし，導線，極板，スイッチの抵抗および電池の内部抵抗は無視できるとする。また，コンデンサーの極板間に生じる電場は一様であり，端の効果は無視できるとする。以下の問いに答えよ。問１以外は導き方も記せ。



図

問１． コンデンサー B の静電容量 C を求めよ。

まず，スイッチが開いた状態で，コンデンサー A の正極板の位置が $z=d$ のとき，コンデンサー A の正極板の電気量は $Q_A = Q\ (>0)$ であった。

問２． スイッチを開いたまま，このコンデンサー A の正極板を動かした。正極板の位置が z のとき，コンデンサー A の正極板の電気量 $Q_A(z)$ と極板間の電位差 $V(z)$，およびコンデンサー B の正極板の電気量 $Q_B(z)$ を，d，z，C，Q のうち必要なものを用いて表せ。

問３． 問２のときの，コンデンサー A および B の静電エネルギー $U_A(z)$，$U_B(z)$それぞれを，d，z，C，Q のうち必要なものを用いて表せ。

問４．　コンデンサー A の正極板の位置を z に保つために，正極板に z 軸方向の力 $F(z)$ を加える必要がある。$F(z)$ は，正極板の位置 z に微小な変化 Δz を与えたときの系全体の静電エネルギー $U(z) = U_{\mathrm{A}}(z) + U_{\mathrm{B}}(z)$ の変化から，関係式 $F(z)\Delta z = U(z + \Delta z) - U(z)$ を用いて求めることができる。力 $F(z)$ を，d，z，C，Q のうち必要なものを用いて表せ。また，z 軸方向に対し，力の向きは正か，負かについても述べよ。

なお，必要であれば，関数 $f(x) = \frac{x}{a+x}$（a はゼロでない定数）について，十分小さいΔxに対して $\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} \fallingdotseq \frac{a}{(a+x)^2}$ が成り立つことを用いてよい。

次に，コンデンサー A の正極板の位置が z のときに，スイッチを閉じた。

問５．　スイッチを閉じた直後に抵抗 R を流れる電流 I を，d, z, C, Q, E, R のうち必要なものを用いて表せ。

スイッチを閉じてから，十分時間が経過した。

問６．　この間に，電池がした仕事 W_Eを，d, z, C, Q, E, R のうち必要なものを用いて表せ。

問７．　問６ のときの，コンデンサー A および B の静電エネルギーの変化 ΔU_{A} と ΔU_{B} それぞれを，d, z, C, Q, E, R のうち必要なものを用いて表せ。

［Ⅳ］

放射線の一種である X 線は波長の短い電磁波であり，波動と粒子の二重性を持つ。以下の問１～問７を解答するにあたり，物理定数およびその数値について，
プランク定数 $h = 6.63 \times 10^{-34}$ ［J・s］， 光速 $c = 3.00 \times 10^{8}$ ［m/s］，
電気素量 $e = 1.60 \times 10^{-19}$ ［C］，電子の質量 $m = 9.11 \times 10^{-31}$ ［kg］を用いよ。
角度 x ［rad］が微小の場合，近似式 $\sin(x) \fallingdotseq x$ と $\cos(x) \fallingdotseq 1$ を利用してよい。

問１． 波長 λ_1 の X 線の運動量とエネルギーを，λ_1，h，c，e，m から必要な物理量を用いてそれぞれ表せ。

問２． ある結晶に，入射 X 線（波長 λ_1）を入射角 α_1 で入射した際に，ブラッグ反射条件を満たし強い反射 X 線が観測された（図１）。結晶の格子面の間隔を d_1 として，波長 λ_1 を，d_1，α_1 および正の整数 n を用いて表せ。

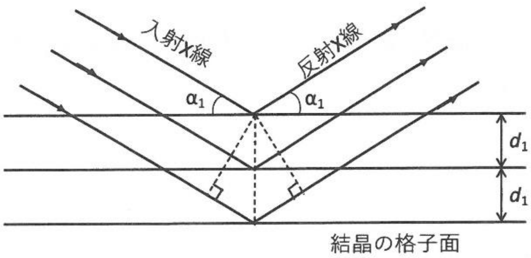


図１：結晶格子による X 線のブラッグ反射の模式図。

1923 年にコンプトンは，X 線が物質に入射し散乱されると，その波長が変化することを発見した。この現象は X 線の粒子性を示し，コンプトン効果と呼ばれる。

著作権保護の観点から、公表していません。

問３． モリブデンからの特性 X 線のエネルギーは 1.75×10^{4} 電子ボルト［eV］である。この特性 X 線の波長 λ を，導出方法を記した上で，有効数字 3 桁で計算せよ。その単位も記せ。なお，1［eV］は，電子 1 個を1［V］の電圧で加速した際に得られる運動エネルギーであり，1.60×10^{-19} ［J］である。

問４． 方解石の格子間隔 d を，導出方法を記した上で，有効数字 3 桁で計算せよ。その単位も記せ。なお，ブラッグ反射条件は $n = 1$と想定し，ブラッグ角（回折角）は微小であるとして上述の近似式を用いてよい。

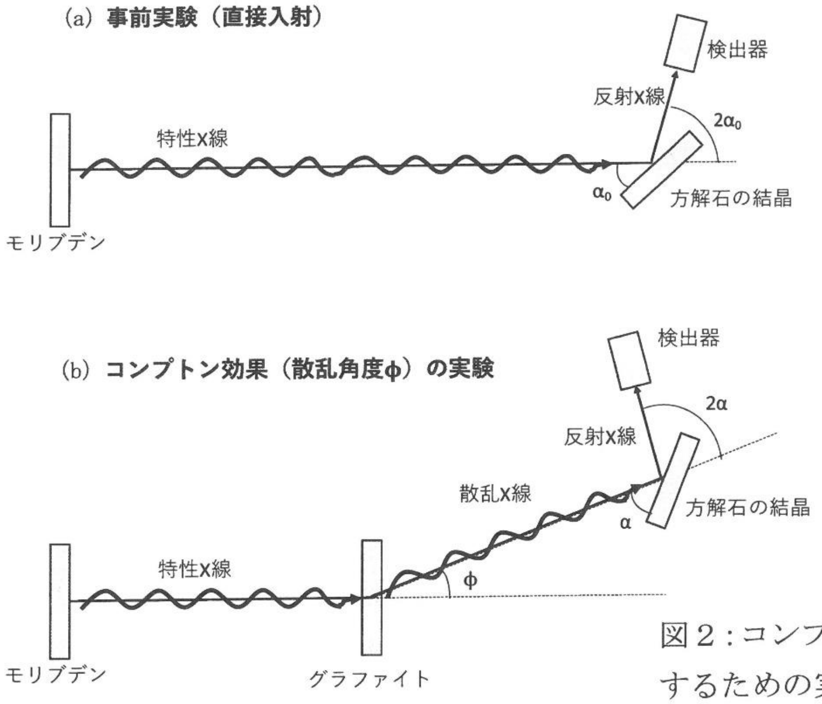


図２：コンプトン効果を測定するための実験の模式図。

(a)

図３：

著作権保護の観点から、公表していません。

著作権保護の観点から、公表していません。

(b)

(1923 年コンプトン執筆論文(Physical Review 22 巻, 409～413 ページ) より改変)

著作権保護の観点から、公表していません。

著作権保護の観点から、公表していません。

著作権保護の観点から、公表していません。

問５． 図３(b)の測定結果のグラフから，$\Delta\alpha$ を小数点以下２桁まで読み取り，その数値を記せ。

問６． 元の特性 X 線と異なる X 線の波長 λ' を，導出方法を記した上で，有効数字３桁で計算せよ。その単位も記せ。なお，ブラッグ反射条件は $n = 1$と想定し，ブラッグ角は微小であるとして上述の近似式を用いてよい。

問７． コンプトン効果では，１個の光子と１個の電子が弾性衝突したと考えることができる。図３(b)の測定結果の場合，モリブデンの特性 X 線からグラファイトの電子が得たエネルギーを，単位[eV]で有効数字１桁で求めよ。導出方法も記すこと。

このページは白紙です。