広島大学大学院先進理工系科学研究科
量子物質科学プログラム
博士課程前期入学試験問題

専 門 科 目（電子工学分野）

2024 年 8 月 22 日　9:00～12:00

注意事項

（1）以下の用紙が配付されている．

問題用紙（表紙を含む）	５枚
解答用紙	４枚
下書用紙	１枚

（2）問題は全部で４問あり，Ⅰ～Ⅳの問題番号および出題科目名を□で示してある．

（3）解答は問題ごとに指定の用紙を用いること．紙面が不足した場合は裏面を用いてよい．

（4）解答用紙及び下書用紙に受験番号を記入せよ．

（5）試験終了後，解答用紙及び下書用紙を提出すること．問題用紙は持ち帰ること．

広島大学大学院先進理工系科学研究科（博士課程前期）
量子物質科学プログラム　入学試験問題　【電子工学分野】

2024.8. 22

I	電磁気学

1. 図1に示すように，面積Sの導体板からなる間隔dの平行平板間を，平板の面積の$\frac{1}{2}$ずつ誘電率ε_1，ε_2の誘電体で満たした．それぞれ領域 I，領域 II とする．この平行平板の一方に$+Q$ $(Q>0)$，他方に$-Q$の電荷を与えると電位差がVとなった．このとき，領域I，領域II全体にわたって電界の向きは平行平板に垂直であり，その大きさは一定であった．以下の問いに答えよ．ただし，平行平板の各辺の長さは間隔dに比べて十分に大きく，平行平板端部の効果は無視できるものとする．答えはS，d，ε_1，ε_2，Vから適切なものを用いて表すこと．

(1) 電界の大きさEをVを含む式で表せ．また，その向きも答えよ．
(2) 領域I，領域IIそれぞれの上側の平板の電荷の面密度σ_1，σ_2をVを含む式で表せ．
(3) (2) の結果を用いて，平板に与えた電荷$+Q$をVを含む式で表せ．
(4) 平行平板間の電気容量を求めよ．

2. 図2に示すようなxy軸と紙面に垂直なz軸を考える．z軸の正の向きは，紙面の裏側から表側へ向かう向きである．辺 AB，CD の長さがa，辺 BC，DA の長さがbの巻き数1の長方形コイル ABCD を真空中 (透磁率μ_0) のxy平面内に置き，y軸上に置いた無限に長い直線導線に大きさIの直流電流をy軸の正の向きに流す．以下の問いに答えよ．

(1) この電流がy軸からx軸の正の向きに距離rだけ離れた点につくる磁束密度の向きと大きさを答えよ．
(2) 長方形コイル全体を貫く磁束を求めよ．
(3) 直線導線と長方形コイル間の相互インダクタンスを求めよ．

次に，時刻t $(t \geq 0)$において，長方形コイルをx軸の正の向きに一定の速さvで動かす．長方形コイルの電気抵抗はRとし，$t=0$の時，点 A のx座標は図2のとおりaである．長方形コイルに流れる電流iによる磁界の影響は無視できるとする．

(4) 時刻tにおいて，長方形コイルに生じる起電力を求めよ．
(5) 時刻tにおいて，長方形コイルに流れる電流iの大きさと向きを求めよ． 向きの記述は記号 A～D を用いよ．

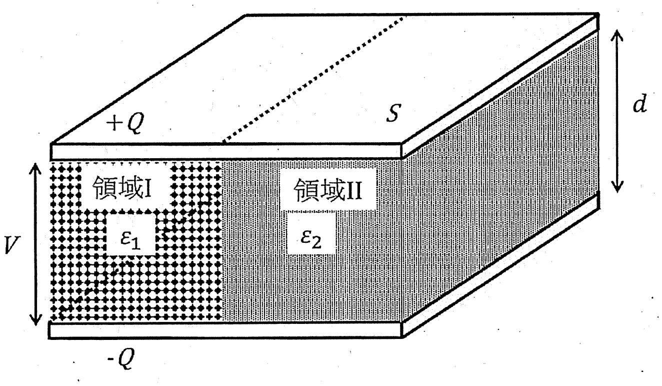

図1

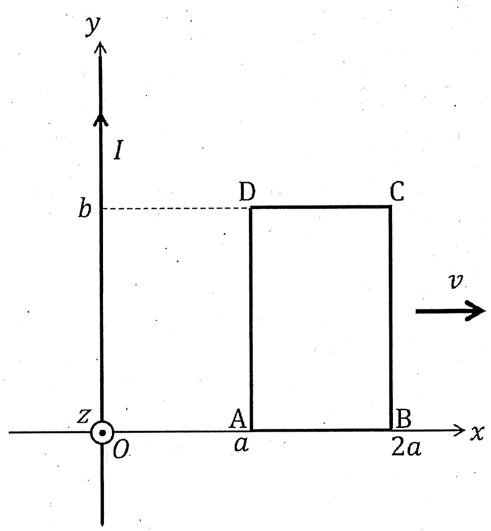

図2

広島大学大学院先進理工系科学研究科（博士課程前期）
量子物質科学プログラム　入学試験問題　【電子工学分野】

2024.8. 22

Ⅱ	回路工学

1. 図 1 のように角周波数 $\omega = 2\pi f$ の正弦波を発生する交流電圧源 $E(\omega)$ に，抵抗値 R の抵抗とキャパシタンス C のコンデンサからなる RC 回路が接続されている．以下の問いに答えよ．ここで，f は周波数，V_{in} は RC 回路全体にかかる電圧，V_{out} はコンデンサのみにかかる電圧である．また，虚数単位を j とする．

(1) 伝達関数 $G(\omega) = \frac{V_{\mathrm{out}}}{V_{\mathrm{in}}}$ を求めよ．

(2) $|G(\omega)|$ を求めよ．

(3) 角周波数 ω を変化させたとき，$|G(\omega)|$ の最大値とそのときの ω を求めよ．

(4) 図 1 の RC 回路を入力 V_{in}，出力 V_{out} のフィルタとして考える．抵抗値 R が 1 kΩ，キャパシタンス C が 10/π nF の場合，このフィルタの遮断周波数 f_c を求めよ．ここで遮断周波数とは $|G(\omega)|$ が (3) で求めた最大値の $1/\sqrt{2}$ 倍となる周波数 f である．

(5) (4) の場合の，$|G(f)|$ の周波数特性の概形を図示せよ．図中には (4) で求めた遮断周波数 f_c を記すこと．

(6) 図 1 の RC 回路はローパスフィルタ，ハイパスフィルタ，バンドパスフィルタ，バンドストップフィルタのうちのどれか答えよ．

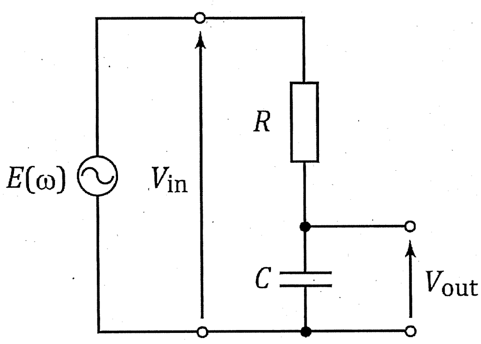

図 1

2. 下記の関数 $h(t)$ をフーリエ変換することを考える．以下の問いに答えよ．
ここで t は時間を示す変数，T は正の定数である．

$$h(t) = \begin{cases} 1 & \left(|t| \le \dfrac{T}{2}\right) \\ 0 & \left(|t| > \dfrac{T}{2}\right) \end{cases}$$

(1) t を横軸として $h(t)$ を図示せよ．

(2) ある関数 $f(t)$ のフーリエ変換 $F(\omega)$ を求める式として最も適切なものを以下の (a)～(d) から選べ．
ここで ω は角周波数である．また，虚数単位を j とする．

(a) $F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\exp(-j\omega t)dt$　　(b) $F(\omega) = \int_{0}^{\infty} f(t)\exp(-\omega t)dt$

(c) $F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\cos(-j\omega t)dt$　　(d) $F(\omega) = \int_{0}^{\infty} f(t)\,dt$

(3) (2) で選んだ式を用いて $h(t)$ のフーリエ変換 $H(\omega)$ を求めよ．

(4) $H(\omega)$ の概形を $-\frac{6\pi}{T} \le \omega \le \frac{6\pi}{T}$ の範囲で図示せよ．

広島大学大学院先進理工系科学研究科（博士課程前期）
量子物質科学プログラム　入学試験問題　**【電子工学分野】**

2024.8. 22

Ⅲ	半導体工学

1. 熱平衡状態における非縮退の真性半導体について考える．伝導帯において，エネルギーEにおける単位体積当たりの電子の状態密度が

$$N(E) = 4\pi\left(\frac{2m_{\mathrm{n}}}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}}(E - E_{\mathrm{C}})^{\frac{1}{2}}$$

であるとする．ここで，hはプランク定数，m_{n}は電子の有効質量，E_{C}は伝導帯下端のエネルギーである．また電子がエネルギーEの状態を占める確率はフェルミ・ディラック分布関数$F(E)$で与えられる．フェルミエネルギーをE_{F}，温度をT，ボルツマン定数をkとする．

(1) フェルミ・ディラック分布関数$F(E)$を式で示し，概形を図示せよ．ただし$T = 300\ \mathrm{K}$とする．

以下，$E - E_{\mathrm{F}} > 3kT$の場合について考える．下記の問いに答えよ．

(2) $F(E) \approx \exp\left(-\frac{E-E_{\mathrm{F}}}{kT}\right)$と近似できることを示せ．

(3) エネルギーがEと$E + dE$間の状態を占める伝導帯の電子密度dnを，与えられた記号を用いて表せ．

(4) (3)で得られたdnを伝導帯のエネルギー範囲で積分すると，電子密度は伝導帯の有効状態密度N_{C}を用いて

$$n = N_{\mathrm{C}}\exp\left(\frac{E_{\mathrm{F}} - E_{\mathrm{C}}}{kT}\right)$$

と近似できる．N_{C}を与えられた記号を用いて表せ．ただし，伝導帯上端のエネルギーは∞とし，公式$\int_0^\infty x^{\frac{1}{2}}\exp(-x)dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$を用いて良い．

2. 図 1 に示す幅W，厚さd，長さLの直方体状の N 型半導体において，電流Iをx軸の正の向きに流し，磁束密度Bの一様な磁界をz軸の負の向きに印加する．ただし，伝導帯の電子密度nは半導体中で一様であり，この伝導電子はすべて同じドリフト速度で移動し，その大きさはv_{D}である．また素電荷をeとする．

(1) 定常状態における半導体中の電流密度の大きさJをv_{D}を用いた式で表せ．

(2) 伝導電子が磁界から受けるローレンツ力の大きさFを与えられた記号を用いて表せ．

(3) y方向に発生するホール電圧V_{H}の大きさを与えられた記号を用いて表せ．

(4) $d = 1.0\ \mathrm{mm}$，$W = 1.0\ \mathrm{mm}$，$I = 1.6\ \mathrm{A}$，$|B| = 0.10\ \mathrm{T}$の時，測定したホール電圧V_{H}の大きさは$10\ \mathrm{mV}$であった．伝導帯の電子密度nを求めよ．ただし，$e = 1.6 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$とする．

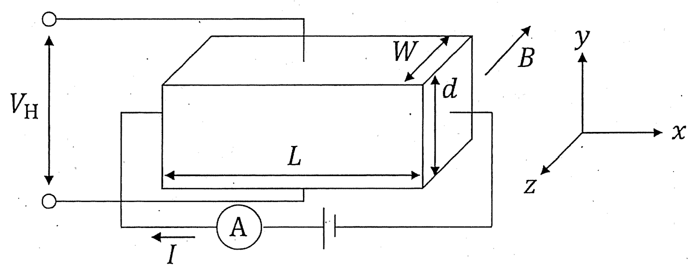

図 1

広島大学大学院先進理工系科学研究科（博士課程前期）
量子物質科学プログラム　入学試験問題　【電子工学分野】

2024.8. 22

Ⅳ	量子力学

原点を中心とする一次元放物型ポテンシャルに閉じ込められた質量mの粒子（一次元調和振動子）の運動を記述するハミルトニアンHは，粒子の位置x，角振動数ωを用いて，

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$$

と表される．ただし，$\hbar = h/(2\pi)$，hはプランク定数である．このハミルトニアンに対する固有値方程式は，

$$Hu(x) = Eu(x)$$

となる．ただし，$u(x)$は固有関数，Eはエネルギー固有値である．基底状態の規格化した固有関数は，

$$u_0(x) = c_0 \exp\left(-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2\right)$$

で表される．c_0は正の実定数である．この状態のエネルギー固有値をE_0とする．

次の問いに答えよ．必要に応じて，$\alpha > 0$に対する以下の式を用いてもよい．

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\alpha x^2)\, dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \exp(-\alpha x^2)\, dx = \frac{1}{2\alpha}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$

(1) $u_0(x)$がハミルトニアンの固有関数であることを示し，エネルギー固有値E_0が$E_0 = \frac{\hbar\omega}{2}$となることを示せ．

(2) 固有関数の規格化条件を記し，それを用いて，$c_0 = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}}$が成立することを示せ．

(3) 放物型ポテンシャルのエネルギーがE_0と等しくなる位置$\pm x_0$を求めよ．

(4) 基底状態における確率密度関数$P(x)$を求めよ．

(5) (4)で求めた$P(x)$の概形をxの関数として図示せよ．$x = 0$，$\pm x_0$における$P(x)$の値を図中に示せ．

(6) ポテンシャルが$\lambda\frac{1}{2}m\omega^2x^2$（ただし，$\lambda$は正の実定数）だけ変化した場合，ハミルトニアンは

$$H' = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{2}m\omega^2x^2 + \lambda\frac{1}{2}m\omega^2x^2$$

となる．一次の摂動論を用いると，H'の基底状態のエネルギー固有値E'の近似式E'_{ap1}は

$$E_0 + \int_{-\infty}^{\infty} u_0^*(x)\lambda\frac{1}{2}m\omega^2x^2u_0(x)dx$$

で与えられる．このE'_{ap1}を計算して求めよ．

(7) ハミルトニアンH'とHを比較し，基底状態のエネルギー固有値E'の厳密な表式を求めよ．
また$\lambda \ll 1$としてE'の近似式E'_{ap2}を求め，(6)で得られたE'_{ap1}と比較せよ．ただし，$\sqrt{1+\lambda} \approx 1 + \frac{1}{2}\lambda$を用いよ．