令和７年度
広島大学光り輝き入試 総合型選抜
理学部　数学科

筆記試験 問題

令和６年11月16日
自 13時00分
至 15時30分

答案作成上の注意

1. 試験開始の合図があるまでは，この問題冊子の中を見てはいけません。

2. この問題冊子の総ページは１３ページです (表紙１ページを含む)。

3. 解答用紙は５枚です。解答は，すべて対応する番号の解答用紙の所定の解答欄 (表面) に記入しなさい。もし解答欄が足りない場合には解答用紙の裏面を使用しても構いません。

4. 受験番号は，すべての解答用紙の所定の場所に，必ず記入しなさい。

5. 配付した解答用紙は，持ち出してはいけません。

6. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

問題は次ページから始まります。

[1] 三角形 OAB と $0 < t < 1$ を満たす実数 t に対し，辺 AB を $t : (1-t)$ に内分する点を P とする。点 P から二つの直線 OA，OB に下ろした垂線をそれぞれ PQ，PR とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$ とし，$\vec{a} \cdot \vec{b} = 24$，$\left|\vec{a}\right| = 6$，$\left|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right| = 2\sqrt{13}$ が成り立つとする。以下の問いに答えよ。

(1) $\left|\vec{b}\right|$ の値と $\angle\mathrm{AOB}$ をそれぞれ求めよ。

(2) $\left|\overrightarrow{\mathrm{OQ}}\right|$ と $\left|\overrightarrow{\mathrm{OR}}\right|$ をそれぞれ t を用いて表せ。

(3) 関数 $f(t)$ を $f(t) = \left|\overrightarrow{\mathrm{QR}}\right|$ により定める。区間 $0 < t < 1$ における $f(t)$ の最小値を求めよ。

－余白－

[**2**] 虚部が正の複素数 α は $0 < |\alpha| \leqq 3$ を満たすとし，$\beta = \dfrac{9}{\overline{\alpha}}$ とおく。ただし，$\overline{\alpha}$ は α の共役複素数を表す。複素数平面において，0，5，α，β を表す点をそれぞれ O，P，A，B とし，点 P を中心とする半径 4 の円を C_1，点 O を中心とする半径 3 の円を C_2 とする。以下の問いに答えよ。

(1) 3 点 O，A，B は一直線上にあることを示せ。

(2) 点 A が円 C_1 上にあるとき，点 B も円 C_1 上にあることを示せ。

(3) 点 A が二つの円 C_1 と C_2 の共有点であるとき，α と $\dfrac{\alpha - 5}{\alpha}$ の値を求めよ。

(4) (3) のとき，三角形 OAP の面積を求めよ。

－余白－

[3] a を実数とする。座標平面上の放物線 $C : y = x^2$ と直線 $\ell : y = x - a$ は共有点をもたないとする。実数 t に対し，放物線 C 上の二つの点 $\mathrm{P}\big(t, t^2\big)$, $\mathrm{S}\big(t+1, (t+1)^2\big)$ から直線 ℓ に下ろした垂線をそれぞれ PQ, SR とする。以下の問いに答えよ。

(1) 放物線 C と直線 ℓ が共有点をもたないことから，a が満たす条件を求めよ。

(2) 点 Q の座標を a と t を用いて表せ。

(3) 線分 PQ の長さが最小となるような t を t_1 とする。t_1 の値を求めよ。

(4) (3) で求めた t_1 に対し，$t = t_1$ のときの四角形 PQRS の面積を a を用いて表せ。

－余白－

[4] N を 3 以上の整数とする。$0 < p < 1$ に対し，表の出る確率が p であるコインがある。$k = 1, 2$ それぞれの場合に，次の (A) と (B) の少なくとも一方が起こるまでこのコインを続けて投げる試行 T_k を考える。

(A) 表が k 回出る

(B) コインを投げた回数が N 回になる

試行 T_k の終了時点までにコインを投げた回数を X_k とし，そのうち表が出た回数を Y_k とする。$k = 1, 2$ と $x = 1, 2, \cdots, N$ に対し，$X_k = x$ である確率を $P_k(x)$ と表す。以下の問いに答えよ。

(1) $x = 1, 2, \cdots, N$ に対し，$P_1(x)$ を求めよ。

(2) $x = 2, 3, \cdots, N$ に対し，$P_2(x)$ を求めよ。

(3) $k = 1, 2$ に対し，$X_k = N$ かつ $Y_k = k$ である確率を Q_k とする。$Q_1 > Q_2$ となる p の範囲を N を用いて表せ。

(4) $k = 1, 2$ に対し，$Y_k = k$ である確率を R_k とする。$R_1 > R_2$ が成り立つことを示せ。

－余白－

[**5**] $r(\theta) = 1 + \dfrac{1}{2}\cos 2\theta$ とおく。以下の問いに答えよ。

(1) 次の関数の最大値と最小値を求めよ。

$$f(\theta) = r(\theta)\cos\theta \quad (0 \leqq \theta \leqq \pi)$$

(2) 次の関数の最大値と最小値を求めよ。

$$g(\theta) = r(\theta)\sin\theta \quad (0 \leqq \theta \leqq \pi)$$

(3) 定積分 $\displaystyle\int_0^{\pi} \frac{\{r(\theta)\}^2}{2}\,d\theta$ を求めよ。

(4) 座標平面上の曲線 $x = r(\theta)\cos\theta,\ y = r(\theta)\sin\theta \ \ (0 \leqq \theta \leqq \pi)$ と x 軸で囲まれた部分の面積を S とする。$S = \displaystyle\int_0^{\pi} \frac{\{r(\theta)\}^2}{2}\,d\theta$ が成り立つことを示せ。

－以下余白－