令和７年度　広島大学光り輝き入試　学校推薦型選抜Ⅰ型

情報科学部情報科学科（地方創生枠）　筆記試験問題

実施期日　：　令和６年11月16日（土）
試験時間　：　９時30分～11時30分

注意事項

1 この問題冊子の総ページは **13** ページです。

2 解答用紙は **4** 枚あります。解答はすべて解答用紙の所定の場所に記入してください。

3 受験番号は，すべての解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。

4 解答用紙は持ち帰ってはいけません。

5 問題冊子は持ち帰ってください。

6 受験票，黒鉛筆，シャープペンシル，消しゴム，鉛筆キャップ，鉛筆削り，計時機能だけの時計，眼鏡，ハンカチ，袋などから中身だけを取り出したティッシュペーパー及び目薬以外の所持品は，机の下に置いてください。

7 **12** ページに公式集があります。答案作成にあたっては利用しても構いません。

空　欄

空　　欄

[1] 以下の問いに答えよ。ただし，答えは結果のみを解答用紙に記入せよ。

(1) 二つの直線 ℓ: $x=y=z-4$ と m: $y=z=0$ を考える。

a. 直線 ℓ と直線 m の両方に垂直な単位ベクトルのうち，y 成分が正であるものは $\boxed{\text{(i)}}$ である。原点 O と直線 ℓ を含む平面の方程式は $\boxed{\text{(ii)}}=0$ である。また，原点 O と直線 ℓ の最短距離は $\boxed{\text{(iii)}}$ である。

b. 直線 ℓ 上に異なる 2 点 A, B, 直線 m 上に異なる 2 点 C, D がある。線分 AB と線分 CD の長さが共に 1 となるとき，四面体 ABCD の体積 V は A, B, C, D の位置と関係なく $V=\boxed{\text{(iv)}}$ となる。

(2) 3 次正方行列 A が

$$A\begin{bmatrix}1\\1\\-1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3\\3\\-3\end{bmatrix},\ A\begin{bmatrix}1\\-1\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-3\\3\\0\end{bmatrix},\ A\begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6\\0\\6\end{bmatrix}$$

を満たすとする。また，3 次正方行列 T を

$$T=\begin{bmatrix}1&1&1\\1&-1&0\\-1&0&1\end{bmatrix}$$

とする。このとき，$A^n\begin{bmatrix}1\\1\\-1\end{bmatrix}=\boxed{\text{(i)}}$, $|T|=\det(T)=\boxed{\text{(ii)}}$, $T^{-1}=\boxed{\text{(iii)}}$, $A=\boxed{\text{(iv)}}$ である。

(3) 3 次の行列式を

$$f(x,y,z)=\begin{vmatrix}1&1&1\\x&y&z\\x^3&y^3&z^3\end{vmatrix}$$

と定義する。$f(x,y,z)$ を因数分解すると $f(x,y,z)=\boxed{\text{(i)}}$ となる。

(4) 次の連立 1 次方程式を考える。

$$\begin{cases}2x-y-z=1\\x-2y+z=-1\end{cases}$$

x, y をそれぞれ z を用いて表すと $(x,y)=\boxed{\text{(i)}}$ である。

空　欄

[**2**] 以下の問いに答えよ。

(1) n 次正則行列 A に対して以下の式が成り立つことを示せ。

$$(A+BDC)^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B(D^{-1}+CA^{-1}B)^{-1}CA^{-1}$$

ただし，B は $n \times k$ 行列，C は $k \times n$ 行列，D は k 次正則行列である。

(2) n 次正則行列 A および n 次元の列ベクトル u, v に対して以下の式が成り立つとき，スカラー値 α を行列 A とベクトル u, v を用いて表せ。

$$(A+u\,{}^{\mathrm{t}}v)^{-1} = A^{-1} - \alpha A^{-1}u\,{}^{\mathrm{t}}vA^{-1}$$

ただし，${}^{\mathrm{t}}v$ は v の転置である。

(3) 行列 E を n 次単位行列，行列 J をすべての要素が 1 の n 次正方行列とする。

$$\det(E-(E+J)^{-1})$$

を求めよ。

空　欄

[3] A を n 次正方行列とする。行列 A の転置を ${}^{t}\!A$ で表し，n 次の単位行列を E と表す。以下の問いに答えよ。

(1) $\det\begin{bmatrix} A & E \\ E & A \end{bmatrix} = \det(A+E)\det(A-E)$ を示せ。

(2) $\det\begin{bmatrix} E & A \\ {}^{t}\!A & E \end{bmatrix} = \det(E - A\,{}^{t}\!A) = \det(E - {}^{t}\!A\,A)$ を示せ。

(3) $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ のとき，$\det\begin{bmatrix} E & A \\ {}^{t}\!A & E \end{bmatrix}$ を求めよ。ただし θ は任意の実数である。

(4) $\det\begin{bmatrix} aA & bA \\ cA & dA \end{bmatrix} = \left(\det\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right)^n (\det A)^2$ を示せ。ただし a, b, c, d は任意の実数である。

空　欄

[4] 次の連立 1 次方程式について以下の問いに答えよ。

$$\begin{cases} -3x+2y+z=X \\ 5x-3y+2z=Y \\ 2x-y+3z=Z \end{cases} \qquad (\star)$$

(1) 連立 1 次方程式 $(\star)$ が少なくとも一つの解を持つための X, Y, Z についての条件を求めよ。

(2) 点 P$(1,1,1)$ と点 Q$(0,0,1)$ を考える。線分 PQ 上の点の座標を連立 1 次方程式 $(\star)$ の右辺 (X,Y,Z) に代入したとき，連立 1 次方程式 $(\star)$ が解を持つかどうか調べよ。解を持つときは連立 1 次方程式 $(\star)$ の解をすべて求めよ。

(3) 点 P$(1,1,1)$ と点 R$(1,1,0)$ を考える。線分 PR 上の点の座標を連立 1 次方程式 $(\star)$ の右辺 (X,Y,Z) に代入したとき，連立 1 次方程式 $(\star)$ が解を持つかどうか調べよ。解を持つときは連立 1 次方程式 $(\star)$ の解をすべて求めよ。

空　　欄

公　式　集

(1) 空間ベクトル $\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$ のノルム (大きさ) $\|\boldsymbol{a}\|$ は

$$\|\boldsymbol{a}\| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

で定義される。

(2) 2つの空間ベクトル $\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$ の外積は $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} a_2b_3 - a_3b_2 \\ a_3b_1 - a_1b_3 \\ a_1b_2 - a_2b_1 \end{bmatrix}$ である。

(3) 3つの空間ベクトル $\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}$ のスカラー三重積は $(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}) = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$ である。

(4) 点 (x_0, y_0, z_0) を通り，方向ベクトル $\boldsymbol{v} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ をもつ直線の方程式は $\dfrac{x - x_0}{a} = \dfrac{y - y_0}{b} = \dfrac{z - z_0}{c}$ である。ただし, $abc \neq 0$ である。

(5) 点 (x_0, y_0, z_0) を通り，法線ベクトル $\boldsymbol{n} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ をもつ平面の方程式は $a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0) = 0$ である。

(6) n 次正方行列 $A = [a_{ij}]$ の行列式は

$$|A| = \mathrm{det}A = \sum_{\sigma \in S_n} \mathrm{sgn}(\sigma) a_{1\sigma(1)} a_{2\sigma(2)} \cdots a_{n\sigma(n)}$$

で定義される。

(7) 二つの n 次正則行列 A, B に対して $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ が成り立つ。

(8) 二つの n 次正方行列 A, B に対して $\det(AB) = \det(A) \times \det(B)$ または $|AB| = |A||B|$ が成り立つ。

(9) n 次正則行列 A を係数行列とする連立1次方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ の解 $\boldsymbol{x}$ の第 i 番目の成分 x_i は A の第 i 列を $\boldsymbol{b}$ で置き換えた行列 $B_i = \begin{bmatrix} \boldsymbol{a}_1 \cdots \boldsymbol{a}_{i-1} \; \boldsymbol{b} \; \boldsymbol{a}_{i+1} \cdots \boldsymbol{a}_n \end{bmatrix}$ を用いて，以下の式で与えられる。

$$x_i = \frac{\det(B_i)}{\det(A)}$$

以　下　余　白