令和 7 （２０２５）年度

広島大学一般選抜　後期日程

理学部　数学科

数　学

数学 I，数学 II，数学 III，
数学 A，数学 B，数学 C

令和 7 年 3 月 12 日

自　9 時 00 分
至　11 時 30 分

答案作成上の注意

1. 試験開始の合図があるまでは，この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子には，数学 I，数学 II，数学 III，数学 A（図形の性質，場合の数と確率），数学 B（数列），数学 C（ベクトル，平面上の曲線と複素数平面）に関する問題が **5問** あります。総ページは **１３** ページで，問題は４ページ以降の偶数ページにあります。
3. 解答用紙は **5枚** です。解答はすべて **対応する番号の解答用紙** の所定の **解答欄**（表面）に記入しなさい。解答用紙の注意書きもよく読みなさい。
4. 下書き用紙は **3枚** です。下書き用紙の注意書きもよく読みなさい。
5. **受験番号** は，それぞれの解答用紙の所定の欄に必ず記入しなさい。
6. 配付した解答用紙は，持ち出してはいけません。

空　白

空　白

〔 1 〕 $\alpha < 0,\ \beta > 0$ とする。開区間 $\alpha < x < \beta$ で微分可能な関数 $f(x)$ と実数 a に対し，原点を $\mathrm{O}(0,0)$ とする座標平面上の点 $\mathrm{A}(2,a)$ と曲線 $C : y = f(x)$ は次の性質（∗）をもつとする。

（∗） $\left\{ \begin{array}{l} \text{点 A を通る直線 } \ell \text{ が曲線 } C \text{ と共有点 } \mathrm{P}\big(t, f(t)\big) \text{ をもつとき，} \\ \text{直線 } \ell \text{ は点 P における曲線 } C \text{ の接線と垂直である。} \end{array} \right.$

次の問いに答えよ。

(1) $f'(x)$ を $f(x)$ の導関数とする。$\alpha < t < \beta$ かつ $f(t) \neq a$ のとき，$f'(t)$ を a, t および $f(t)$ を用いて表せ。

(2) 曲線 C が原点 $\mathrm{O}(0,0)$ を通り，さらに点 O における曲線 C の接線の方程式が $2x + 3y = 0$ であるとき，a の値を求めよ。

(3) a を (2) で求めた値とする。このとき，曲線 C 上の点 P と点 A の距離は点 P の位置によらず定数であることを示せ。

空　白

〔2〕 座標空間内に，点 O$(0,0,0)$，A，B，C，D，E を頂点とする正八面体 T があり，さらに次の (i) 〜 (v) の条件が成り立つとする。

(i) 正八面体 T のすべての頂点の z 座標は 0 以上である。

(ii) 正八面体 T と xy 平面との共通部分は三角形 OAB である。

(iii) 点 A の座標は $(2,0,0)$ であり，点 B の y 座標は正である。

(iv) 点 C と点 A の距離は 2 より大きい。

(v) 点 D と点 O の距離は 2 である。

次の問いに答えよ。

(1) 点 B と点 D の座標を求めよ。

(2) 点 C の座標を求めよ。

(3) 正八面体 T のすべての頂点を通る球面と xy 平面により囲まれた二つの部分のうち，小さい方の体積を求めよ。

空　白

〔３〕　袋の中に 1 から 30 までの整数が一つずつ書かれた 30 枚のカードが入っている。この袋からカードを 1 枚取り出し，取り出したカードに書かれた数を得点として記録した後，袋に戻すという試行を考える。X さん，Y さんの 2 名がこの試行を 5 回ずつ行うことにした。X さん，Y さん共にこの試行を 4 回ずつ終えたときの結果をまとめたものが次の表である。

	試行 1	試行 2	試行 3	試行 4	試行 5
X さん	12	14	6	2	
Y さん	4	18	6	14	

5 回目の試行はこれから行うので，上の表では空欄になっている。次の (A), (B) の各問いに答えよ。

(A) X さん，Y さんがそれぞれ 5 回目の試行を行って得た得点をそれぞれ a, b とする。この 5 回の試行により得られた得点の平均値，分散，相関係数に関する次の問いに答えよ。

(A-1) X さんの得点の平均値と分散が Y さんの得点の平均値と分散にそれぞれ等しいとき，a と b の値を求めよ。

(A-2) a, b を (A-1) で求めたものとする。このとき，X さんの得点と Y さんの得点の相関係数を求め，既約分数（それ以上約分できない分数）で表せ。

(B) X さん，Y さんがそれぞれ 5 回目の試行を行って得た得点を上の表に記入し，表を完成させる。X さん，Y さんの得点の平均値，中央値に関する次の問いに答えよ。

(B-1) X さんの得点の中央値が X さんの得点の平均値より大きくなる確率を求め，既約分数で表せ。

(B-2) Y さんの得点の中央値が X さんの得点の中央値より大きくなる確率を求め，既約分数で表せ。

空　白

〔 4 〕　3 次方程式

$$x^3 + 2x - 1 = 0 \quad \cdots\cdots (*)$$

について，次の問いに答えよ。

(1) 次を示せ。

$\left\{\begin{array}{l}\text{3 次方程式}(*)\text{はただ一つの実数解をもつ。この実数解を } \alpha \\ \text{と表すと } 0 < \alpha < \dfrac{1}{2} \text{ が成り立つ。}\end{array}\right.$

(2) 3 次方程式（＊）の虚数解のうち，虚部が大きい方を β，小さい方を γ と表す。β と γ を (1) で定めた α を用いて表せ。

(3) 複素数平面において，(1), (2) で定めた α, β, γ の表す点をそれぞれ $\mathrm{A}, \mathrm{B}, \mathrm{C}$ とする。三角形 ABC における内角 $\angle \mathrm{A}$ と $\dfrac{2}{3}\pi$ はどちらが大きいか判定せよ。

空　白

〔５〕　実数 a および正の実数 b に対し，次の曲線 C と D を考える。

$$C : y = a - b\log x \qquad\qquad D : y = e^{-\frac{x-a}{b}}$$

$f(x) = a - b\log x$ とおく。曲線 C と直線 $y = x$ との交点がただ一つであることは，関数 $f(x) - x$ が区間 $(0, \infty)$ で減少し，さらに $\displaystyle\lim_{x \to +0}\left\{f(x) - x\right\} = \infty$ および $\displaystyle\lim_{x \to \infty}\left\{f(x) - x\right\} = -\infty$ が成り立つことからわかる。この交点の x 座標を p とおく。

$$g(x) = e^{-\frac{x-a}{b}} + b\log x - a$$

とおくとき，次の問いに答えよ。

(1) $g(p) = 0$ を示せ。

(2) $g'(p) < 0$ のとき，$g'(x) = 0$ を満たす x はちょうど 2 個であることを示せ。

(3) 正の実数 c_1, c_2 が $0 < c_1 < c_2,\ g'(c_1) = 0,\ g'(c_2) = 0$ を満たし，さらに

$$g(c_1) > 0 \text{ かつ } g(c_2) < 0$$

を満たすとき，曲線 C と曲線 D の共有点の数を求めよ。

空　白