

中等教育研究開発室年報 第 36 号 (2023 年 3 月 31 日発行) 別冊電子版
2022 年度 授業実践事例

数学科 高等学校第Ⅱ学年

図形と方程式

授業者 井上 芳文

(教育研究大会 公開授業)

広島大学附属中・高等学校

高等学校 数学科 学習指導案

指導者 井上 芳文

日 時	令和4年11月26日(土) 第3限 11:40 ~ 12:30
場 所	数学教室
学年・組	高等学校Ⅱ年4組41人
単 元	図形と方程式
目 標	1. 数直線や座標平面上の点の座標を用いて、2点間の距離や線分の内分点、外分点の座標を求めることができる。(知識・技能) 2. 直線や円の方程式を求めたり、方程式からその図形的な特徴を捉えたりすることができる。(知識・技能) 3. 直線や円の方程式、軌跡や領域の意味について理解し、それらの考え方をを用いていろいろな図形の性質を考察することができる。(思考・判断・表現) 4. 数式を用いることで図形の特徴を多面的に捉えたり、複数の図形の間関係を調べて関連づけたりすることを通して、主体的に考察を深めていくことができる。 (主体的に学習に取り組む態度)

指導計画(全26時間)

第一次	点と直線	10時間
第二次	円	8時間
第三次	軌跡と領域	8時間(本時 7/8)

授業について

高等学校の数学Ⅱにおいて、生徒はこれまでにいろいろな場面で親しんできた直線や円といった図形に関して、方程式との関係について学習する。そして、図形の方程式を求めたり、その方程式の代数的な議論から得られた結果を図形的な性質の考察に利用したりすることによって、生徒の図形的な見方や考え方に関して、これまで以上の深まりが生まれることが期待される。

本時の授業では、三角形の外心の軌跡に関する内容を扱う。授業では、最初にコンピュータを用いた活動から数学的な性質を予想し、既習の知識や考え方をを用いて証明する。そして、問題解決の過程を振り返る中で問題の構造に再び注目し、条件を変更することによって新たな数学的事実の発見に取り組む。この活動は、コンピュータを利用しながら新たな視点を入れて試行錯誤するという側面がある一方で、既存の知識や方略との関連性も視野に入れながら考察するという、発展的探究の意味合いも含んでいる。この学習活動を通して、目の前のことからの構造に着目し分析することで問題を捉えなおし、対象に積極的に働きかけることによって新たな知見を得ようとするような、そうした主体的な学びの実現を目指している。

題 目 図形の性質と軌跡

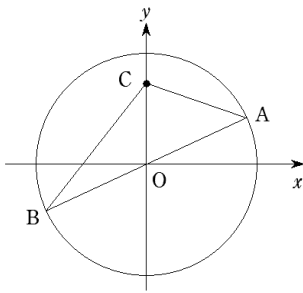
本時の目標

1. コンピュータを利用して図形の性質を予想し、既習の知識や考え方をを用いて証明することができる。
2. 問題を構成している条件に注目し、図形に対する多面的な見方を通して新たな性質の発見につなげることができる。

本時の評価規準（観点／方法）

1. 図形と方程式の考え方をを用いて、軌跡を求めることができる。
(知識・技能／学習活動の様子を観察)
2. 問題の構造を捉える視点を柔軟に変えながら、新たな疑問や数学の美しさを発見する。
(思考・判断・表現／学習活動の様子を観察)

本時の学習指導過程

学習内容	学習活動	指導上の留意点
(導入) ・図形的性質の予想と証明 (15分) 予想する	○ 操作活動と課題の設定・解決 円 $x^2 + y^2 = 2$ と点 $C(0, 1)$ に対して、線分 AB を円の直径となるようにとる。線分 AB をいろいろに動かしたとき、$\triangle ABC$ の外心 P はどのように動くだろうか。	
(展開) ・課題の発展 (15分) 追求する	・コンピュータを用いて $\triangle ABC$ の外心の軌跡を表示させてみる。 ・外心の軌跡に関する予想を証明する。	・各自が予想をもったうえで証明に取り組む。 ・方程式を求めることによって、軌跡が直線であることを確認する。
・発展させた問題の共有と解決の見通し (15分)	○ コンピュータを用いた課題の発展性の考察 ・もとの問題の構造に注目し、条件を変えながら問題の発展性について考察する。	
・発展させた問題の共有と解決の見通し (15分)	○ 解決の見通しの検討 ・条件を変えることによってえがかれた図形を観察し共有する。 ・クラスの中のいくつかの問題を取り上げ、解決の見通しや方向性について議論する。	・既知のものだけでなく、これまでに見た経験のない図形についても取り上げる。
(まとめ) ・本時のまとめ (5分)	○ まとめ ・課題の解決をふり返ることで新たな疑問や数学の美しさを見つけることの価値を共有する。 ・発展させた課題のうちの一部を次回以降解決してみることを予告する。	・条件を変えたときの自分の視点の変更の様子をふり返らせる。
備考	図形アプリケーション：「GeoGebra」 https://www.geogebra.org/	

実践上の留意点

(1) コンピュータによる予想と既習の知識を根拠とした論理的考察

この授業では、最初に生徒はワークシートの円周上に自由に2点 A , B を両端とする直径をとり、定規を用いて $\triangle ABC$ の外心をかく。そして、近くの席の生徒どうしで見比べてみて、それぞれの外心の位置が異なっていることを確認し、「 A , B が円周上を動くときの $\triangle ABC$ の外心の軌跡を考える」という課題を焦点化する。続いて、コンピュータを用いて軌跡を調べ、それぞれの生徒が自分の予想をもったうえで、座標を用いた証明に取り組む。コンピュータを利用することで、生徒が「予想」を立てやすくなるので、これまで学習したことがらを利用して主体的に数学的証明に取り組む雰囲気を、教室全体でつくることが重要である。

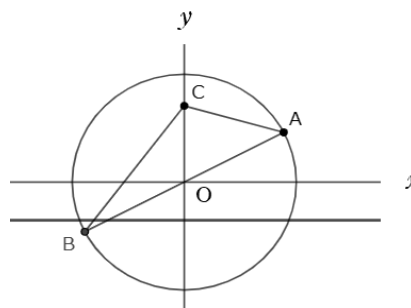


図1 外心の軌跡

(2) 条件の変更と図形に対する多面的な見方

元の問題を構成している条件に注目し、その一部を変更することによって新たな図形的性質の発見に取り組む。コンピュータの利用によって生徒は積極的に条件を変更し、思い切っているいろいろな場合について調べてみるができる。同時に、条件を変えたときの結果の変化について、元の問題との関連を想起したり、予想した性質の証明に関して、元の問題の解決で利用した方略をうまく利用したりするような、知識や考え方、方略などの関連付けによって、教室内で展開される生徒の探究活動が、より豊かなものになることが期待される。

数学Aで生徒は既に三角形の五心について学習しており、「外心」という条件を「垂心」や「重心」などの他の点に変更して考察することが考えられる。また、「内心」や「傍心」に関しては、生徒にとって初めて目にする図形が現れ、今の段階では扱うことが困難な対象に触れることになるが、こうした経験も、まだ知らない数学の世界の奥深さや広がりを感じる良い機会になると思われる。

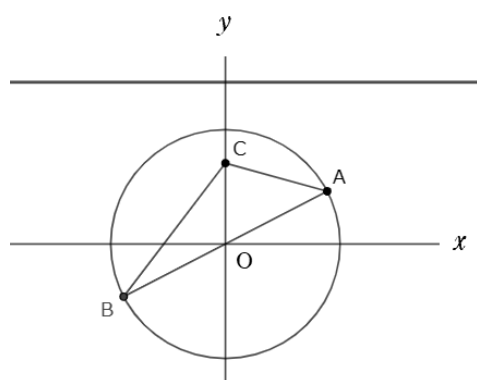


図2 垂心の軌跡

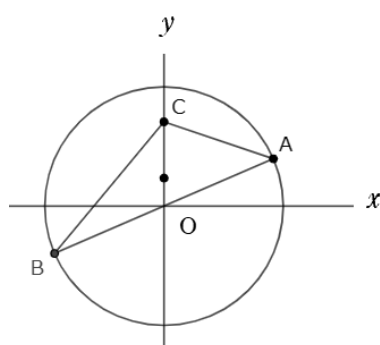


図3 重心の軌跡

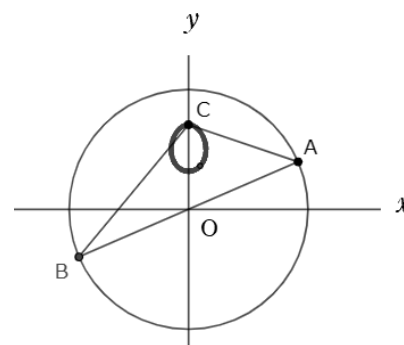


図4 内心の軌跡

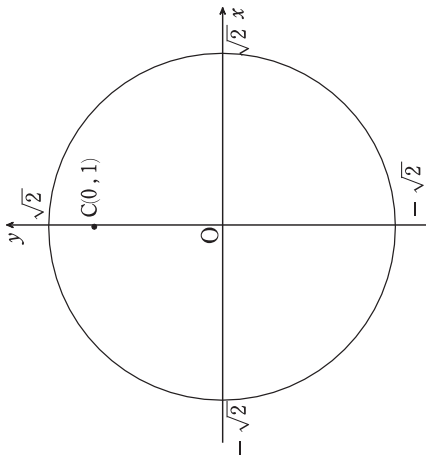
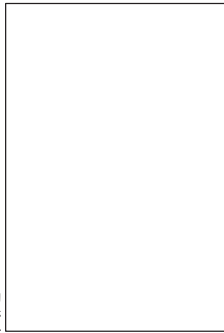
○図形の性質と軌跡

2022. 11.26

Ⅱ年 組 番 名前 ()

- 1 円 $x^2 + y^2 = 2$ と点 $C(0, 1)$ があり、
 線分 AB を円の直径となるようにとる。
 $\triangle ABC$ の外心 P を作図してみましょう。

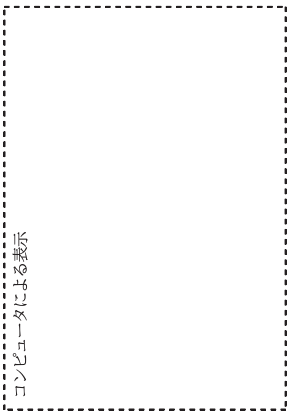
問題



2 条件の変更



最初に、コンピュータで軌跡
を表示してみましょう。



コンピュータによる表示

<ふり返り>