

算数・数学を共に創り出す子どもの育成 —空間的推論を働かせて設計図から構造物をつくる—

結城 和夏

1 はじめに

令和6年度の学部附属学校共同研究のミーティングで、空間的推論について以下の確認が行われた。

われわれは、土着の数学を捨て（和算）、国家の成立と発展のために先進数学（洋算、原論）をとった。反面、和算の名残はそろばんとして、日本文化と精神性は支配以前からの建築物にみることができる。空間的推論は、合理性偏重の原論主義ではなく、われわれの先人たちがこれまで何を大切にしてきたか、どのような知識を紡ぎ継承してきたかを明かす唯一の技能・操作である。不活性の知識よりも、われわれを取り巻いているはずの生き生きとした空間を意識しよう。

空間図形の学習で、図から立体や空間関係をイメージしたり、頭の中で変形や回転したりできず、図が描けない、結果の予想や考えの見通しが立てられない。自分がどんな操作をしたかを説明できないなど、多くの困難に出会う。しかし、算数科の授業の中で自分の心的操作を意識し、コントロールしたり、表現したりするような学習活動はほとんどない。立体図形の構成要素や性質などの理論的な側面が先行し、空間的推論の側面は見落とされ、生活や通常の学習のなかで子どもが自然に身に付けるに任されている。しかしこれは、算数・数学の学習はもちろん、他の教科の学習や日常生活においても、さらに将来いろいろな分野の仕事で創造的な学習をする基盤としても、必要で、大切なものである。そこで、部屋の間取り図から立体の部屋を完成させるという操作の中で空間的推論を働かせ、空間を意識する機会を授業の中で設けることができないか考えた。

2 具体的な取り組みについて

部屋の間取り図から立体の部屋を完成させるという操作の中で空間的推論を働かせ、空間を意識する機会を授業の中で設けるために、平面での学習単元「垂直、平行と四角形」と立体での学習単元「直方体と立方体」を組み合わせる学習計画を立てることを考えた。

平面図形に関わる数学的活動を通して、身につける必要のある事項は以下のとおり

である。

- 直線の平行や垂直の関係について理解すること。
- 平行四辺形，ひし形，台形について知ること。
- 図形を構成する要素及びそれらの位置関係に着目し，構成の仕方を考察し図形の性質を見いだすとともに，その性質を基に既習の図形を捉え直すこと。

これらの事項の中で特に空間的推論を働かせる必要があるのは下線部であると考えた。また，立体図形に関わる数学的活動を通して，身につける必要のある事項は以下のとおりである。

- 立方体，直方体について知ること。
- 直方体に関連して，直線や平面の平行や垂直の関係について理解すること。
- 見取図，展開図について知ること。
- 図形を構成する要素及びそれらの位置関係に着目し，立体図形の平面上での表現や構成の仕方を考察し図形の性質を見いだすとともに，日常の事象を図形の性質から捉え直すこと。

これらの事項の中で特に空間的推論を働かせる必要があるのは下線部であると考えた。

そこで，住んでみたい夢の部屋の間取りを描き，そこから立体にした時の空間の位置について考え，さらにそれをもとに工作用紙で部屋や家具や階段（ロフト）等を作成して組み立てる活動を設定した。

3 目指す子ども像と評価について

部屋の間取り図から立体算数科では，目指す子ども像に迫るために，算数科授業において，子どもの次のような行為を大切にしたいと考えた。

算数科における〈他者〉を楽しみ続ける子ども → 算数・数学を共に創り出そうとする子ども	
大切にしたい行為（活動）	行為（活動）の主な内容
問い続ける （見る力・詰む力）	・学習内容（対象）や問題解決過程における数学的表現に対して，子ども自ら批判的に，または発展的に問いかけ，自身の算数・数学を構成していこうとする。
解釈・表現する	・「操作」「図」「言語」「記号」などの数学的表現を活用し，他者に自分の考えを伝えたり，他者の考えを共感的に聴き取ったりする。

数学的表現を省察し, 修正する	・自身または他者の数学的表現を本時の目標等から相対化し, 必要に応じて, 自ら修正する。
算数の学びに意味や価値を見出す	・「問い続ける」「解釈・表現する」「省察し修正する」といった行為を通して, 算数・数学を自ら「発見・創造」していくことに自分なりの意味や価値を見出す。

(植田 2023)

これらの行為を大切にする授業づくりをするために教師が子どもの学びをみとるだけでなく, 子ども自身も自身の学びを認識し調整していけるような評価活動を取り入れたいと考えた。そこで一昨年度から, 「算数日記」を書き, 単元ごとにまとめてきた。児童は毎回, 比較してきづいたこと, 生活とつなげて考えたこと, これまでの学習で便利だと感じた方法を活用すること, 既習を生かして考えたこと, 発展的に考えたことなど自身の学びを様々な視点から振り返っていた。本単元は最後に空間を構成する内容になるので, 空間デザインブックとしてまとめ, 既習事項を振り返ったり学び方の自己調整をしたりできるようにした。

4 単元「空間をデザインしよう」

(東京書籍 第4学年教科書下 垂直, 平行と四角形・直方体と立方体)

(1) 単元について

平面図形に関わる学習内容としては, 第2学年では, 正方形, 長方形について, 図形を構成する要素に着目し, 正方形, 長方形を観察したり構成したりする活動を行っており, 二つの直線の平行や垂直についての理解の基礎となる経験をしている。これを受けて, 第4学年では, 図形を構成する要素である辺の平行や垂直の関係に着目し, 平行四辺形, ひし形, 台形の性質を見いだし, これらの図形の構成の仕方について考える。そして, 見いだした性質を基に, 既習の正方形, 長方形を捉え直すことをねらいにしている。さらに, これらの図形の性質が見いだされると, それらの性質間の関係を考察することが次の問題となる。平行四辺形になるための条件など, 「AならばBである」ことを証明することは, 中学校第2学年において指導される。なお, 平行, 垂直, 対角線という用語が新しく示され, これらの用語を用いて説明したり, 表現したりできるようにすることも大切である。そこで, 間取り図を作成するときには二直線の位置関係である平行と垂直を間取りの説明として付け加えるようにした。またこの活動を通して日常生活には日常生活の中には, 平行な二直線や, 垂直な二直線が多く見いだせることや, その良さに気づけるようにした。

立体図形に関わる学習内容としては, 第2学年では, 箱の形について, それを構成する要素(頂点, 辺, 面)に着目し, 六つの正方形や長方形を張り合わせたり, 12本のひごを組み合わせたりすることで, 箱が構成できることを指導してきている。これを受けて第4学年では, 立方体, 直方体について, それを構成する要素(頂点, 辺,

面)に着目し、辺と辺、辺と面、面と面の平行及び垂直の関係について考察する。そして、立体図形を平面上にいかに関表現するか、また逆に、平面上に表現された図からいかに立体図形を構成できるかを考察するとともに、日常の事象を図形の性質から捉え直すことをねらいにしている。立体図形を平面図形に表したり、逆に平面図形から立体図形を構成したりする活動を通して、立方体や直方体についての理解を深め、空間についての感覚を豊かにすることが大切である。このために先ほど「具体的な取り組みについて」の中で述べた活動を行った。

(2) 指導目標

〈知識・技能〉

- 直線の垂直や平行の関係を理解し、それらを活用して平行四辺形やひし形、台形の特徴について理解できる。
- 直方体や立方体の特徴や性質、直線や平面の垂直と平行の関係、平面上や空間にあるものの位置の表し方を理解し、それらを活用して展開図や見取図をかいたり、位置を表したりすることができる。

〈思考力・判断力・表現力等〉

- 辺の位置関係や構成要素に着目して、様々な四角形の性質を見いだして表現したり、様々な四角形と対角線の特徴を整理して考え、説明したりしようとする態度を養う。
- 立体図形の構成要素や位置関係に着目して、特徴や性質を考え説明したり、直方体を基に、直線や平面の垂直と平行の関係、ものの位置の表し方を考え、説明したりしようとする態度を養う。

〈主体的に学習に取り組む態度〉

- 身の回りから直線の垂直や平行の関係、様々な四角形を見いだすことで学習内容を振り返り、多面的にとらえ検討してよりよいものを求めて粘り強く考えたり数学のよさに気づき学習したことを今後の生活や学習に活用しようとしたりしようとする態度を養う。
- 立体図形について、構成要素や位置関係に着目してとらえたことを振り返り、多面的にとらえ検討してよりよいものを求めて粘り強く考えたり、数学のよさに気づき学習したことを今後の生活や学習に活用しようとしたりしている。

(3) 単元計画

第0次…夢の部屋（造形科）

第1次…平面と立体

第2次…垂直

第3次…平行

第4次…空間の中の垂直と並行

第5次…いろいろな四角形

第6次…対角線

第7次…平面図形から立体図形へ

第8次…位置関係

第9次…ジオラマづくり（算数科＋造形科）

（4）提案問題

○平面図形と立体図形を同時に取り扱い見取り図から立体図形を作る活動を行ったことは、空間的推論を働かせ、空間を意識することにつながったか。

（5）本時の目標

空間にあるものの位置の表し方を理解し、それらを活用して位置を見つけたり表したりすることができる。

（6）本時の流れ

学習活動（予想される児童の反応）	指導の意図と手だて	評価（観点）
1. 間取り図から、平面上での家具の位置関係について確認する。	○前時の平面でやったときには横と縦の位置で家具の配置を考えたことを確認し、立体の空間の中での位置を表すためにはどうしたらよいか考えさせることで高さを表すことが必要であることを気づけるようにする。	・平面上の位置の表し方を活用して空間にあるものの位置の表し方を考えている。（発言・ノート）
2. 本時の課題を確認する。	空間にあるものの位置を見つけたり表したりしよう。	
3. 空間の中での位置の表し方を確認する。	○前時で扱った部屋の間取り図に縦の位置情報を加えた空間デザイン図を読み取ったり情報を書き加えたりすることで空間にある点の位置を見つけたり表したりできるようにする。	・空間にあるものの位置の表し方を理解し、位置を見つけたり表したりしている。（発言・ノート）
4. 直方体の頂点の位置も空間座標で表せることを知り自分の作った直方体の頂点を空間座標で表す。	○教師の作成したもののだけでなくそれぞれの作成した直方体の位置を表すことで学習活動5の際に間違いを見つける補助となるようにする。	・直方体の頂点の位置の表し方を理解し、位置を表している。（発言・ノート）
5. 教師が平面上に描いた空間座標入りの間取り図とジオラマを比較して間違い探しをする。		・空間にあるものの位置の表し方を理解し、正確な位置を見つけたり表したり

6. 前時に自分でかいた間取り図に縦の情報を書き加える。	○間取り図と実際の立体模型（ジオラマ）の位置関係を比較して間違いを見つけることで、空間的推論を働かせることができるようにする。	している。（発言・ノート）
7. 本時のまとめ	空間にある点の位置は、もとにする点を決めて、そこからの三つの長さの組み合わせで表すと正確に表せる。	
8. 今日の学習でジオラマづくりに生かせそうなことを空間デザインブックにまとめる。	○ジオラマの部屋の空間を意識しながら位置情報を書き加えることで空間的推論を働かせることができるようにする。 ○空間デザインブックにまとめることで教師が児童の学び方をみとるだけでなく子ども自身も自身の学びを認識し調整していけるようにする。	・空間にあるものの位置の表し方を理解し、位置を見つけ方や表し方を自分なりにまとめている。（空間デザインブック）

（7）成果と課題

児童のガイドブックを見ると、この単元で学ぶべきポイントがよく整理されているものが多く、定着度確認プリントの結果からも、楽しみながら内容についてもよく定着していることが分かった。またこの単元の立ち上げのテーマであった空間を意識することに関しても、実際に操作活動を取り入れたことで平面と空間の違いや関係性について考えながら活動している姿が多く見られた。「はじめに」で、空間図形の学習で、図から立体や空間関係をイメージしたり、頭の中で変形や回転したりできず、図が描けない、結果の予想や考えの見通しが立てられない。自分がどんな操作をしたかを説明できないなど、多くの困難に出会う。しかし、算数科の授業の中で自分の心的操作を意識し、コントロールしたり、表現したりするような学習活動はほとんどない。と述べたが、本単元においてはその点はきちんと押さえられたと感じている。この単元のもう一つの目的は2Dの世界観から3Dの世界観が立ち上がったときの面白さであった。しかし子どもたちはすでにレゴやマイクラフトなどでそのことを体験しておりジオラマづくりで楽しく学習したものすでに3Dに関する認識や経験は持った状態での活動となり、この単元で他者が立ち上がったとは言えない様子であった。児童が今どのような基地の知識や経験を持っていてそれをさらに更新して学ぶ喜びを感じさせるためにどのような単元構成を想像するのがよいのか今後の課題としてさらに研究を積み重ねていきたい。