

広島大学大学院先進理工系科学研究科
量子物質科学プログラム
博士課程前期入学試験問題

専 門 科 目（電子工学分野）

2025 年 8 月 28 日 9:00～12:00

注意事項

(1) 以下の用紙が配付されている。

問題用紙（表紙を含む）	7 枚
解答用紙	4 枚
下書用紙	1 枚

(2) 問題は全部で 4 問あり，I～IVの問題番号および出題科目名を で示してある。

(3) I～IV全てを解答せよ。

(4) 解答は問題ごとに指定の用紙を用いること。紙面が不足した場合は裏面を用いてよい。

(5) 解答用紙及び下書用紙に受験番号を記入せよ。

(6) 試験終了後，解答用紙及び下書用紙を提出すること。問題用紙は持ち帰ること。

I	電磁気学
---	------

1. 無限に広がる xy 平面に面電荷密度 σ で正の電荷が一様に分布している。以下の問いに答えよ。ただし、真空中とし、誘電率は ϵ_0 とする。
 - (1) xy 平面上に、原点 O を中心とする内半径 a 、外半径 $a + da$ の微小な幅の円環を考える。この円環に分布する電荷が z 軸上の点 $(0, 0, h)$ につくる電場の z 成分 $dE_z(h, a)$ を導出せよ。
 - (2) 次に、 $dE_z(h, a)$ を $a = 0$ から ∞ の範囲で積分し、 xy 平面全体に分布する電荷が任意の高さ h につくる電場の z 成分 $E_z(h)$ を導出せよ。 $h > 0$ と $h < 0$ で場合分けすること。
 - (3) ガウスの法則を用いて xy 平面全体に分布する電荷がつくる電場の z 成分 $E_z(h)$ を求め、(2)で求めた結果と一致することを示せ。導出過程を詳しく説明すること。
2. 図 1 に示すように、半径 a で電気伝導率 σ_0 の導体柱を z 軸と平行に置き、 z 軸方向に沿って定常電流 I を流した。導体柱は十分に長く、その内部の電流密度は一様とする。与えられたパラメータを用いて、以下の問いに答えよ。
 - (1) 電流密度の大きさ J を求めよ。
 - (2) 導体柱内部に生じる電場の大きさを求めよ。
 - (3) 図 2 に示すように、 $z_1 < z < z_2$ の間を電気伝導率 $\sigma_1 (< \sigma_0)$ の物質と置き換えた。 $z < z_1$, $z_1 < z < z_2$, および $z > z_2$ の 3 つの領域における電場の大きさをそれぞれ E_1 , E_2 , E_3 とする。各領域の電場の大きさを求めよ。また、電場の大きさを z の関数として図示せよ。ただし、各領域の境界で接触抵抗はなく、各領域内の電場は一定とする。
 - (4) 3 つの領域において、単位時間に発生する単位体積あたりのジュール熱をそれぞれ求め、電気伝導率が σ_1 の領域でその値が大きくなることを示せ。

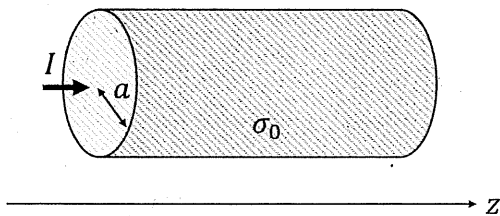


図 1

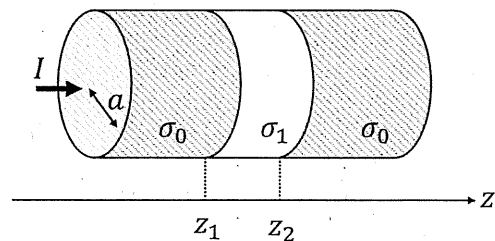


図 2

II 回路工学

1. 周波数に依存するインピーダンスを含み、かつ周波数に依存しない応答を示す回路の設計を考える。以下の問いに答えよ。ただし、回路図中の長方形は任意の線形二端子素子を、ギザギザ線は線形抵抗器を表す。

- (1) 下記の式 (i)~(iii) がすべて成り立つとき、図 1(a) の回路と図 1(b) の回路は、互いに等価である。式 (i) を導出せよ。

$$Z_{12} = Z_1 + Z_2 + \frac{Z_1 Z_2}{Z_3} \quad (\text{i}), \quad Z_{23} = Z_2 + Z_3 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_1} \quad (\text{ii}), \quad Z_{31} = Z_3 + Z_1 + \frac{Z_3 Z_1}{Z_2} \quad (\text{iii})$$

- (2) 図 1(c) の回路と図 1(d) の回路が互いに等価になるように、インピーダンス Z_4, Z_5, Z_6 を決めよ (抵抗 R_1, R_2 とインピーダンス Z を用いて表せ)。

- (3) (2) の結果を参考にして、図 1(e) の回路の DE 間のインピーダンスが、図 1(d) の回路の AB 間のインピーダンスに一致するように、インピーダンス Z_7 と Z_8 を決めよ (抵抗 R_1, R_2 とインピーダンス Z を用いて表せ)。

- (4) 図 1(f) の回路の DE 間のインピーダンスは周波数に依存せず、また抵抗 R_7 と R_8 は、それぞれ主に角周波数 $1 \times 10^3 \text{ rad/s}$ 以上と $1 \times 10^3 \text{ rad/s}$ 以下を受け持つ負荷である。 $R_7 = R_8 = 1 \Omega$ であるとして、キャパシタンス C_7 とインダクタンス L_8 を求めよ。

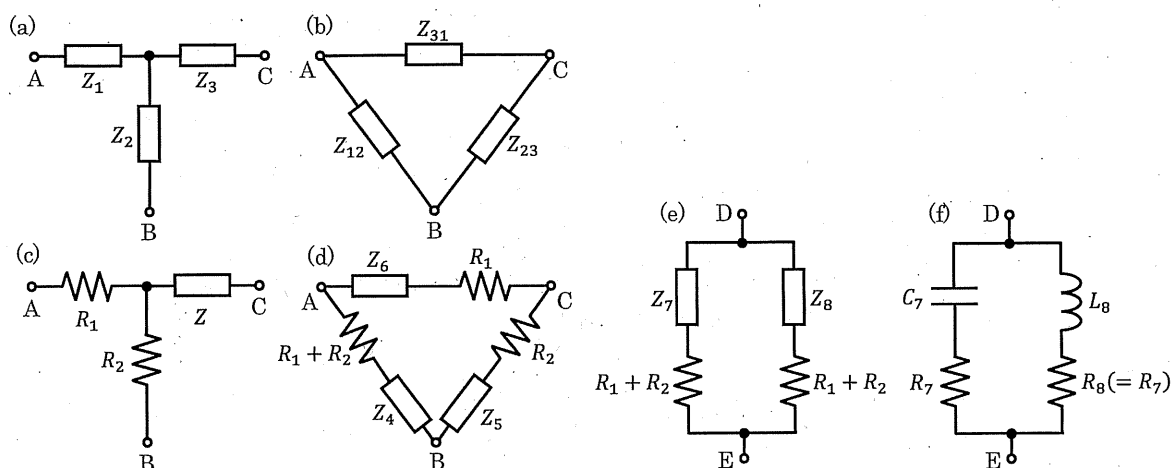


図 1

2. 図 2 のように、起電力が v_s の直流電圧源、抵抗が R_s の線形抵抗器、スイッチ、長さが ℓ で特性インピーダンスが正の実数 Z_0 の無損失伝送線路、インダクタンスが L の線形インダクタから構成される回路を考える。以下の問いに答えよ。また、(a)~(c) にあてはまる適切な式を書け。

- (1) まず、伝送線路の長さが無視できる場合 ($\ell \rightarrow 0$) を考える。時刻 $t = 0$ にスイッチを閉じると、 $t > 0$ においてインダクタに流れる電流 $i_L(t)$ とインダクタの端子間電圧 $v_L(t)$ は、

$\tau_1 = \boxed{\text{(a)}}$ を時定数として以下のように与えられる.

$$i_L(t) = \frac{v_s}{R_s} (1 - e^{-t/\tau_1}) \quad (t > 0)$$

$$v_L(t) = v_s e^{-t/\tau_1} \quad (t > 0)$$

これら 2 つの式を導出せよ.

- (2) つぎに長さ ℓ が有限の場合を考える. 進行波の波面が伝送線路を片道伝搬するのにかかる時間を t_1 とする. 時刻 $t = 0$ にスイッチを閉じると, 電圧源には $i_s(t) = \boxed{\text{(b)}}$ ($0 < t < 2t_1$) なる電流が流れる. $0 < t < 2t_1$ においてインダクタの端子間電圧 $v_L(t)$ は, $\tau_2 = L/Z_0$ を時定数として以下のように与えられる.

$$v_L(t) = \begin{cases} 0 & (0 < t < t_1) \\ \boxed{\text{(c)}} e^{-(t-t_1)/\tau_2} & (t_1 \leq t < 2t_1) \end{cases}$$

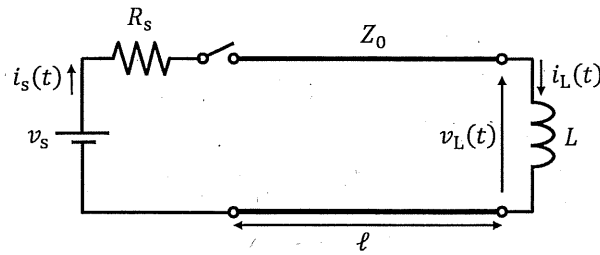


図 2

III 半導体工学

半導体 p-n 接合に外部電圧 V を印加した場合の電流－電圧特性を考える．図 1 は， $V = 0$ の場合の p-n 接合の模式図とエネルギーバンド図である．p 領域と n 領域の半導体は同じ種類の非縮退半導体で，そのサイズは十分に大きく， $x \leq -x_{p0}$ および $x \geq x_{n0}$ ではバンドの傾きはなしとする．次の問いに答えよ．

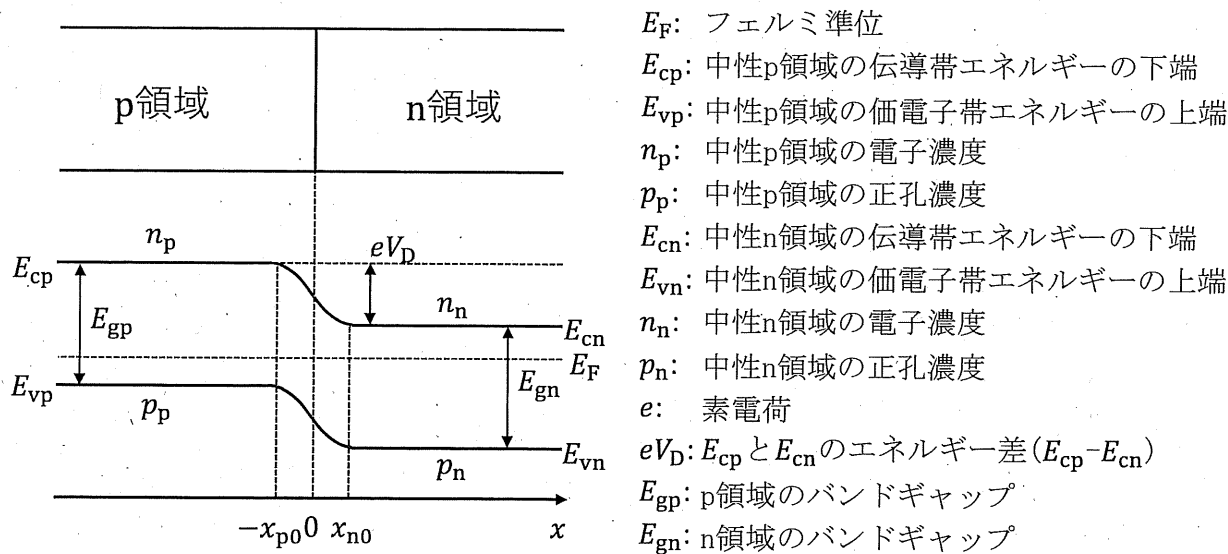


図1 p-n接合の模式図(上) とバンド図(下)

- (1) p-n 接合に順方向バイアス (p 領域側に正電圧) を印加した場合に起きる現象について説明した，以下の文の (a) ～ (c) に入る正しい語句を末尾の候補から選べ．

「 $V = 0$ の p-n 接合のバンドは，図 1 の下側の様になり， $-x_{p0} < x < x_{n0}$ の領域のみバンドが傾いている． V が $0 < V < V_D$ (ただし V_D は熱平衡下における中性 p 領域と中性 n 領域の電位差) の場合，バンドが傾いた領域は $-x_p < x < x_n$ に変化する．n 領域から p 領域に電子が注入され，p 領域から n 領域に正孔が注入される．これを (a) と呼ぶ．注入によって電流が流れるが，優勢となる電流の成分は (b) である．p 領域から n 領域に注入された正孔の濃度は， $x > x_n$ において x の増加とともに (c) によって減少する．」

- (a) 全キャリアの注入，多数キャリアの注入，少数キャリアの注入
 (b) 励起，ドリフト，拡散
 (c) 分割，再結合，生成

- (2) V が $0 < V < V_D$ の場合のバンド図の概形を書け．図中に， E_{cp} と E_{cn} の差が $V = 0$ の場合からどのように変化するか明記せよ．また， $V = 0$ の場合は $E_{gp} = E_{gn}$ であるが，外部電圧が $0 < V < V_D$ の場合の E_{gp} と E_{gn} の関係を示せ．

- (3) V が $0 < V < V_D$ の場合, n 領域の $x \geq x_n$ の正孔濃度 $p(x)$ は, e , D_h , τ_p , k_B , T をそれぞれ素電荷, 正孔の拡散係数, 正孔の寿命, ボルツマン定数, 温度として以下で与えられる.

$$p(x) = p_n \left(\exp \left(\frac{eV}{k_B T} \right) - 1 \right) \exp \left(-\frac{x - x_n}{L_h} \right) + p_n$$

ただし, $L_h = \sqrt{D_h \tau_p}$ は正孔の拡散長である. $p(x)$ の導出には二つの境界条件, $p(x_n) = \boxed{(a)}$ および $p(\infty) = \boxed{(b)}$ を用いた. (a) と (b) に入る適切な式を示せ.

- (4) $x \geq x_n$ における正孔による電流密度 $J_h(x)$ は, 以下の正孔電流密度方程式で与えられる.

$$J_h(x) = -eD_h \frac{\partial p(x)}{\partial x} + e\mu_p p(x)E(x)$$

ただし, μ_p と $E(x)$ はそれぞれ正孔の移動度と電界強度である. この式の一項目と二項目の電流成分の名称を示せ. また, 二項目はゼロと近似できるが, その理由を述べよ.

- (5) (4) の電流密度は以下となることを示せ.

$$J_h(x) = \frac{eD_h p_n}{L_h} \left(\exp \left(\frac{eV}{k_B T} \right) - 1 \right) \exp \left(-\frac{x - x_n}{L_h} \right)$$

- (6) p 領域の $x \leq -x_p$ の電子の電流密度 $J_e(x)$ は, D_e と L_e をそれぞれ電子の拡散係数と拡散長として以下となる.

$$J_e(x) = \frac{eD_e n_p}{L_e} \left(\exp \left(\frac{eV}{k_B T} \right) - 1 \right) \exp \left(\frac{x + x_p}{L_e} \right)$$

この式の導出には電子濃度に対する二つの境界条件と電子電流密度方程式が必要となる. (3), (4) の正孔の場合と同様に考えて, これらの境界条件と方程式を示せ. 必要に応じて, 電子の寿命, 電子移動度としてそれぞれ τ_e と μ_e を用いよ.

- (7) p - n 接合を流れる全電流密度 J は, $-x_p < x < x_n$ の領域で電子と正孔の生成と再結合が無視できるという条件のもとで, $x = x_n$ での正孔電流密度と $x = -x_p$ での電子電流密度の和で計算できる. J の表式を書け.

- (8) (7) で求めた J を V の関数として概形を書け. V は正負の値 (ただし $V \leq V_D$ とする) をとるものとし, V が 0 と V_D のときの J の値と, V が $-\infty$ のときの J の漸近値を図中に示せ. J は順方向バイアスを仮定して導出しているが, 逆方向バイアス ($V < 0$) の場合も使用可能とする.

IV 量子力学

x 軸上を運動する質量 m の粒子について考える. 系を記述するハミルトニアンは

$$H = \frac{p^2}{2m} + V(x)$$

と与えられ, $p = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x}$ は運動量演算子を表す. $\hbar$ はプランク定数 h を 2π で割った定数である.

図 1 に示すように, ポテンシャル $V(x)$ を

$$V(x) = \begin{cases} U & x < -\frac{L}{2} \\ 0 & -\frac{L}{2} \leq x \leq \frac{L}{2} \\ U & \frac{L}{2} < x \end{cases}$$

とする. 基底状態のエネルギー固有値 E_0 は $0 < E_0 < U$ を満たし, 対応する固有関数 $\psi_0(x)$ は

$$\psi_0(x) = \begin{cases} ce^{\gamma(x+\frac{L}{2})} & x < -\frac{L}{2} \\ \cos kx & -\frac{L}{2} \leq x \leq \frac{L}{2} \\ ce^{-\gamma(x-\frac{L}{2})} & \frac{L}{2} < x \end{cases}$$

と表せる. k と γ , c は正の実数である. $\psi_0(x)$ の規格化は考えないことにする. 基底状態に関する以下の問いに答えよ.

- (1) $\psi_0(x)$ が満たす固有値方程式 (時間に依存しないシュレーディンガー方程式) を記せ.
- (2) 固有値方程式に基づいて, k と γ を m と E_0 などを用いて表せ.
- (3) $x = \frac{L}{2}$ または $-\frac{L}{2}$ における境界条件より, k と γ , c が満たすべき一対の関係式を導け.
- (4) k と γ , c が適切に定められたと仮定し, 基底状態の固有関数 $\psi_0(x)$ の概形を図示せよ.
- (5) (3)の結果に基づいて, $\tan \frac{kL}{2}$ と k , γ を結びつける関係式を導け.
- (6) U をある値 U_0 に定めたところ $E_0 = \frac{U_0}{2}$ になった. $\tan \frac{kL}{2}$ の値を求め, その結果に基づいて k の表式を導け. また, この場合の E_0 を L と m などを用いて表せ.
- (7) 位置と運動量の揺らぎ Δx と Δp は, それぞれ $\Delta x = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$, $\Delta p = \sqrt{\langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2}$ と表せる. ここで $\langle x^2 \rangle$ は位置の 2 乗の期待値, $\langle x \rangle$ は位置の期待値, $\langle p^2 \rangle$ は運動量の 2 乗の期待値, $\langle p \rangle$ は運動量の期待値である. 運動エネルギーの期待値は $\frac{\langle p^2 \rangle}{2m}$ と表せる. Δx と Δp に関する不確定性関係に基づいて, Δx の関数として $\frac{\langle p^2 \rangle}{2m}$ の下限を与える不等式を導け. 不確定性関係を明示すること.

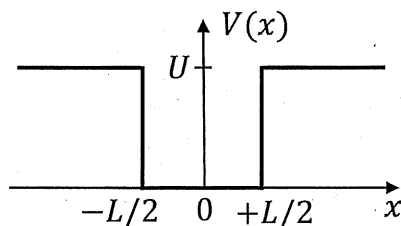


図 1