

令和8年度 広島大学光り輝き入試 学校推薦型選抜I型

情報科学部情報科学科（地方創生枠） 筆記試験問題

実施期日 : 令和7年11月15日（土）

試験時間 : 9時30分～11時30分

注意事項

- 1 この問題冊子の総ページは13 ページです。
- 2 解答用紙は4 枚あります。解答はすべて解答用紙の所定の場所に記入してください。
- 3 受験番号は、すべての解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。解答用紙は持ち帰ってははいけません。
- 4 問題冊子は持ち帰ってください。
- 5 受験票、黒鉛筆、シャープペンシル、消しゴム、鉛筆キャップ、鉛筆削り、計時機能だけの時計、眼鏡、ハンカチ、袋などから中身だけを取り出したティッシュペーパー及び目薬以外の所持品は、机の下に置いてください。
- 6 12 ページに公式集があります。答案作成にあたっては利用しても構いません。

空 欄

空 欄

[1] 以下の問いに答えよ。ただし、 E_n は n 次単位行列 である。

(1) 原点を O とする三次元空間において、直線 $\ell : x-1=y=z+2$ および球面 $S : (x-1)^2+y^2+z^2=3$ を考える。

a. 直線 ℓ と球面 S の交点の座標を求めると (i) と (ii) である。

b. a で求めた二つの交点を A, B とする。線分 AB 上を動く点 P (端点 A, B を含む) に対して、線分 OP の長さの最小値は (iii) である。

(2) 三次元空間内にある 4 点 $A(0, 1, 0)$, $B(-1, 2, 1)$, $C(1, -1, -1)$, $D(2, -1, 2)$ を考える。

a. 3 点 A, B, C を通る平面 π の方程式を求めると (i) である。

b. 点 D から平面 π に垂線を下ろし、その垂線の足を H とする。線分 DH の長さは (ii) である。

c. 四面体 $ABCD$ の体積は $V =$ (iii) である。

(3) 実数を成分とする行列 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ を考える。

a. $A^2 - (a+d)A$ を計算すると (i) である。

b. $A^3 = E_2$ のとき、 $a+d =$ (ii) または $a+d =$ (iii) である。

(4) n 次正方行列 A, B を考える。ただし、 n は $n \geq 2$ とする。このとき、 $ABA - A^2B = E_n$ を満たす A, B は存在しないことを背理法を用いて示せ。

空 欄

[2] 以下の問いに答えよ.

(1) 任意の実数 a, b に対して,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a \\ -b & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ b & 1 \end{bmatrix}$$

とする. このとき $\det(AB)$ および $\det(A)$ を求めよ.

(2) A を $m \times n$ 行列, B を $n \times m$ 行列とする. $m > n$ のとき, $\det(AB) = 0$ であることを示せ.

(3) A を $m \times n$ 行列, B を $n \times m$ 行列とする. $m < n$ のとき, $\det(AB) \neq 0$ (すなわち AB が正則) となるための必要十分条件を述べ, その理由を説明せよ.

(4) 任意の自然数 m, n に対して, 次が成り立つことを示せ.

$$\det(E_m + AB) = \det(E_n + BA).$$

ここで, A は $m \times n$ 行列, B は $n \times m$ 行列であり, E_m, E_n はそれぞれ m 次, n 次の単位行列である. 解答にあたっては, 次のブロック行列 M を用いよ.

$$M = \begin{bmatrix} E_m & A \\ -B & E_n \end{bmatrix}.$$

空 欄

[3] 次の行列 A を考える.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

以下の問いに答えよ.

(1) 行列 A が正則であることを示し, A^{-1} を求めよ.

(2) 行列式 $\det(A)$, $\det(2A)$, $\det(A^{-1})$, $\det(A^n)$ をそれぞれ求めよ. ただし, n は自然数とする.

空欄

[4] 以下の問いに答えよ.

(1) a を実数とすると、次の x, y, z, w に関する連立一次方程式の解を求めよ.

$$\begin{cases} x + y - z + w = 0 \\ 2x + y - w = 0 \\ 3x + y + az - 3w = 0 \end{cases}$$

(2) (X, Y, Z) を平面 $x - 2y + z = b$ 上の任意の点とする. このとき、次の連立一次方程式が解をもたない

ような (a, b) の条件を求めよ.

$$\begin{cases} x + y - z + w = X \\ 2x + y - w = Y \\ 3x + y + az - 3w = Z \end{cases}$$

空 欄

公 式 集

- (1) 空間ベクトル $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$ のノルム (大きさ) $\|\mathbf{a}\|$ は

$$\|\mathbf{a}\| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

で定義される.

- (2) 二つの空間ベクトル $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$ の外積は $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{bmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{bmatrix}$ である.

- (3) 三つの空間ベクトル $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}$ のスカラー三重積は $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}, \mathbf{c}) = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$ である.

- (4) 点 (x_0, y_0, z_0) を通り, 方向ベクトル $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ をもつ直線の方程式は $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$ である. ただし, $abc \neq 0$ である.

- (5) 点 (x_0, y_0, z_0) を通り, 法線ベクトル $\mathbf{n} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ をもつ平面の方程式は $a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$ である.

- (6) n 次正方行列 $A = [a_{ij}]$ の行列式は

$$|A| = \det A = \sum_{\sigma \in S_n} \text{sgn}(\sigma) a_{1\sigma(1)} a_{2\sigma(2)} \cdots a_{n\sigma(n)}$$

で定義される. ここで, S_n は n 文字の置換全体の集合, $\text{sgn}(\sigma)$ は置換 σ の符号である.

- (7) 二つの n 次正則行列 A, B に対して $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ が成り立つ.

- (8) 二つの n 次正方行列 A, B に対して $\det(AB) = \det(A) \times \det(B)$ または $|AB| = |A||B|$ が成り立つ.

- (9) n 次正則行列 A を係数行列とする連立一次方程式 $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ の解 $\mathbf{x}$ の第 i 番目の成分 x_i は

A の第 i 列を $\mathbf{b}$ で置き換えた行列 $B_i = [a_1 \cdots a_{i-1} \ \mathbf{b} \ a_{i+1} \cdots a_n]$ を用いて, 以下の式で与えられる.

$$x_i = \frac{\det(B_i)}{\det(A)}$$

以 下 余 白