物理基礎・物理　（4　問）

〔Ⅰ〕 図1のように，水平な床面と水平な天井面の右端が，半円筒の内面(以下，円筒面という。)によってなめらかにつながっている。天井面の床面からの高さは $2r$，円筒の半径は r である。図1は，円筒の中心軸に垂直な鉛直面を表している。原点Oを中心軸の位置にとり，水平に x 軸を，鉛直に y 軸をとる。x 軸の正の向きは図の右向き，y 軸の正の向きは鉛直上向きである。点A，B，Pは，それぞれ，床面と円筒面がつながる点，x 軸と円筒面が交わる点，天井面と円筒面がつながる点である。この鉛直面内における，質量 M の小物体1と，質量 m の小物体2の運動に関する以下の問いに答えよ。ただし，小物体1，2の運動はすべて，この鉛直面内に限られるものとする。また，床面は，左側には十分に長く，小物体の運動を妨げるものは存在しない。重力加速度の大きさを g とし，摩擦と空気抵抗は無視する。床面上の小物体の運動の速度の正の向きは図の右向きとする。小物体1と2の衝突の反発係数(はねかえり係数)は1とする。

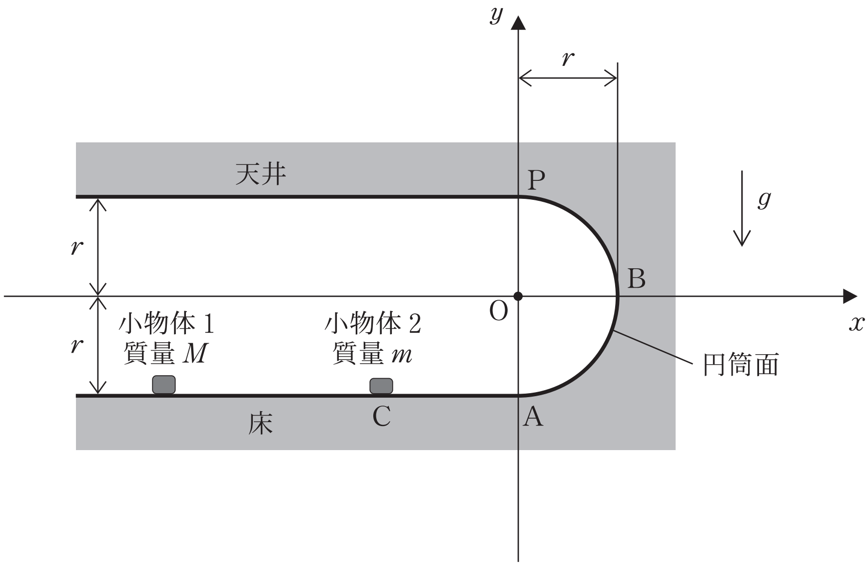

図1

問 1　図 2 のように，床面上で，小物体 1 を速度 V で右向きに運動させ，点 C で静止している小物体 2 に衝突させる。

(1)　衝突直後の小物体 1 の速度 V' と，小物体 2 の速度 v' を，V，M，m のうち必要なものを用いて表せ。

(2)　衝突後，小物体 2 の速さが点 B で 0 になるような V の値 V_0 を，M，m，r，g のうち必要なものを用いて表せ。

(3)　$V \leqq V_0$ が満たされるとき，円筒面上で速さが 0 になった後に，引き返して運動した小物体 2 が，小物体 1 に再び衝突するためには，m と M の比 $\dfrac{m}{M}$ は，いかなる値の範囲になければならないか。その範囲を $\dfrac{m}{M}$ についての不等式で表せ。

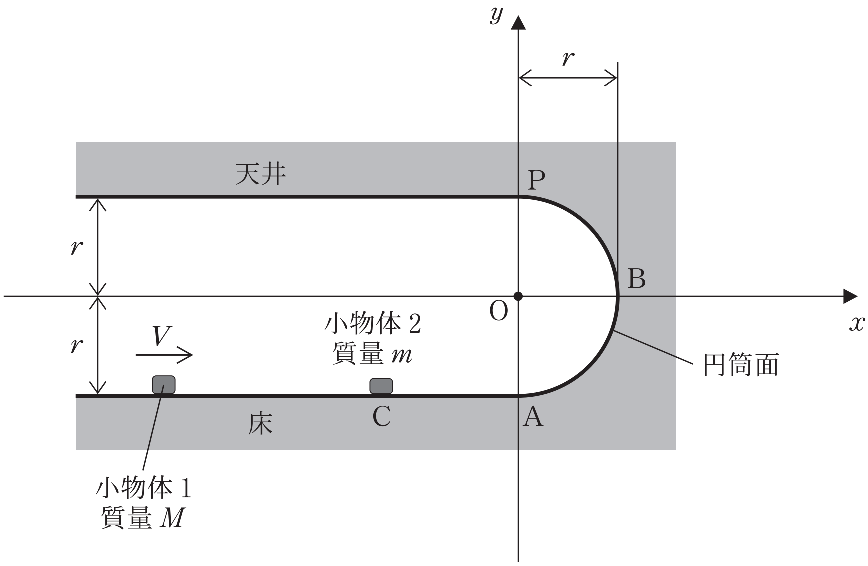

図 2

以下では，$M=m$ の場合を考える。V を V_0 よりも大きいある値にして，小物体 1 を小物体 2 に衝突させたところ，点 A を通過した小物体 2 は，円筒面に沿って運動し，図 3 のように，速さ u で点 P に到達した。このとき，小物体 1 は点 C で静止していた。

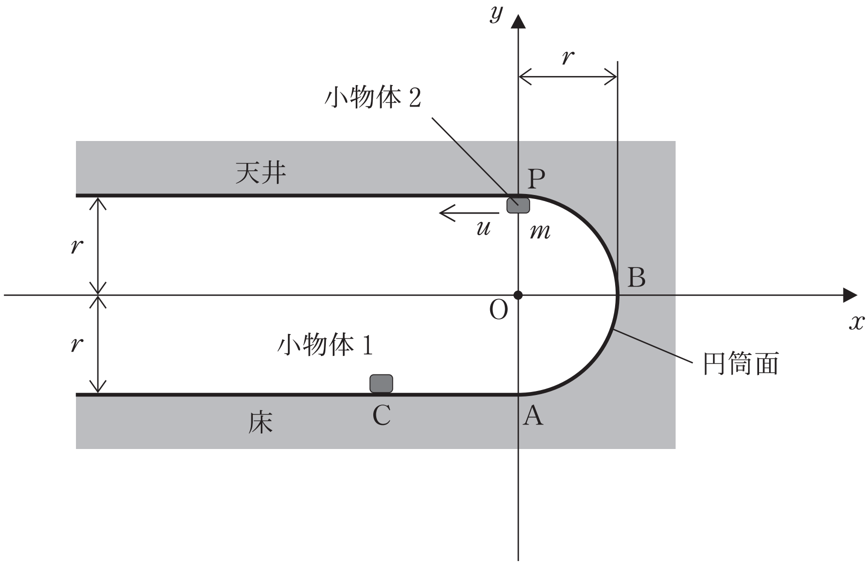

図 3

問 2　点 P に到達する直前の，小物体 2 にはたらく垂直抗力の大きさ N を，u，m，g，r のうち必要なものを用いて表せ。導き方も示せ。

問 3　速さ u のとり得る値の最小値 u_0 を表す式を求めよ。ただし，m，g，r のうち必要なものを用いて表せ。導き方も示せ。

問 4　$u = u_0$ のとき，小物体 2 は点 P を通過した後，落下し，床面ではねかえる前に，点 C で静止している小物体 1 に再衝突した。点 P から点 C までの，小物体 2 の運動の軌道(軌跡)を，$r \geqq y \geqq -r$，$x \leqq 0$ の範囲で，$y = ax^2 + b$ と表すとき，定数 a と定数 b を，m，g，r のうち必要なものを用いて表せ。また，点 C の点 A からの距離 $\overline{\mathrm{CA}}$ を，r を用いて表せ。

〔Ⅱ〕 図1のように，二つの十分に長い導体のレール(レール1，2)が互いに平行に，距離 L で置かれている。二つのレールに垂直な線分 PQ は水平であり，各レールと水平面のなす角度は θ である。レールの上には，長さ L，質量 m，抵抗 R の，三つの細い導体棒(導体棒1，2，3)が間隔をあけて置かれている。各導体棒は，最初はレールに固定されているが，固定をはずせば，二つのレールに垂直に接して水平を保ったまま，レールに沿ってなめらかに滑ることができる。導体棒以外には，二つのレールの間に電流が流れるものはない。この系の全体に，磁束密度 B $(B > 0)$ の，鉛直上向きの一様な磁場がかけられているとき，重力加速度の大きさを g として，以下の問いに答えよ。ただし，空気抵抗，レールの電気抵抗，導体棒とレールを流れる電流のつくる磁場の影響は無視できるものとする。また，それぞれの導体棒を流れる電流の正の向きは，レール1からレール2に向かう向きとする。

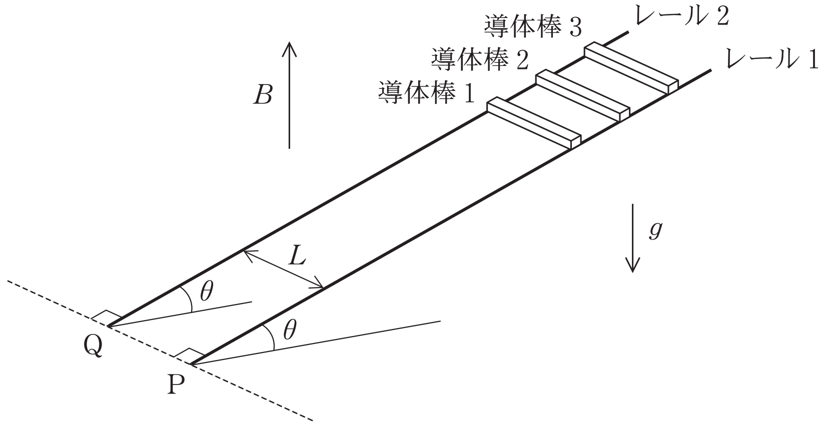

図1

問 1　導体棒 2 と 3 を固定したまま，一番下の導体棒 1 の固定をはずしたところ，導体棒 1 はレールに沿って下向きに動き始め，しばらくすると速さは一定値 v になった。このとき，導体棒 1 に流れる電流は I，導体棒 1 に生じる誘導起電力の大きさは V であった。

(1)　電流 I を，B，L，g，m，θ を用いて表せ。

(2)　誘導起電力の大きさ V を，B，L，v，θ を用いて表せ。

(3)　誘導起電力の大きさ V を，I と R を用いて表せ。

(4)　速さ v を，B，L，m，g，R，θ を用いて表せ。

問 2　導体棒を最初の状態に戻した後，導体棒の固定を下から順に，すべてはずした。その後の，三つの導体棒の運動を考える。レールに沿って下向きを加速度の正の向きとして，導体棒 k ($k = 1$，2，3)の加速度を a_k とし，導体棒 k に流れる電流を I_k とする。

(1)　導体棒 k の運動方程式を，a_k，I_k，B，L，m，g，θ を用いて表せ。

(2)　$a_1 + a_2 + a_3$ を，B，L，m，g，θ のうち必要なものを用いて表せ。導き方も示せ。

(3)　しばらくすると，三つの導体棒の間隔は変化しなくなった。このときの a_1 と I_1 を，B，L，m，g，θ のうち必要なものを用いて表せ。

〔Ⅲ〕 次の文章を読み，その後の問いに答えよ。重力加速度の大きさを g，気体定数を R とする。

図1のように，断面積 S のシリンダーが，圧力 p_0，絶対温度 T_0 の大気中に，シリンダーの軸が鉛直になるように固定されている。シリンダーの上部には軽いピストンが取り付けられていて，シリンダー内には，物質量 n〔mol〕，定積モル比熱 C_V の理想気体(以下，単に「気体」という。)が閉じ込められている。シリンダーとピストンは，シリンダーの底の部分を除いて，断熱材でできている。シリンダーの底は熱をよく通す材料でできている。シリンダーの底の上面とピストンの下面の距離 h は，シリンダーに固定された小さいストッパーによって，$h_0 \leqq h \leqq h_1$ の範囲に制限されているが，この範囲では，ピストンはなめらかに動くことができる。はじめ，$h = h_0$ でピストンは静止しており，シリンダー内の気体の圧力は p_0，温度は T_0 であった。ピストンの上には質量 M のおもりがのっている。この状態を状態0とする。シリンダー，ピストン，ストッパーの熱容量は無視できるものとする。また，ストッパーの体積とピストンの質量は無視できるものとする。

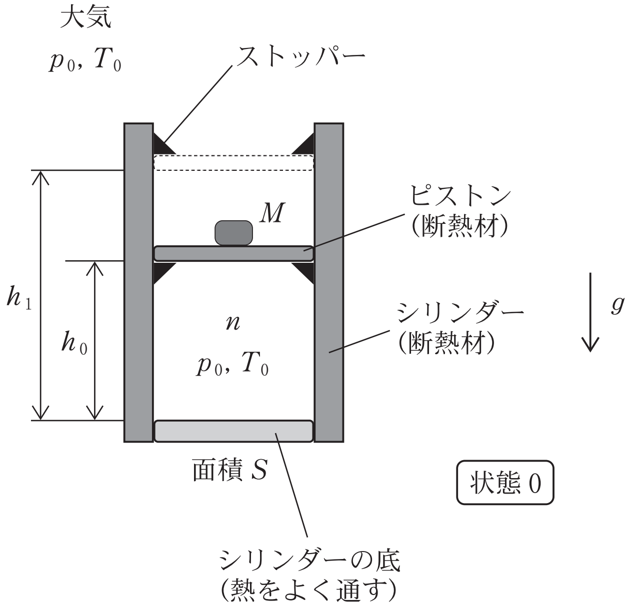
大気
p_0, T_0
ストッパー
M
ピストン
（断熱材）
h_1
h_0
n
p_0, T_0
シリンダー
（断熱材）
g
面積 S
状態 0
シリンダーの底
（熱をよく通す）

図 1

状態0に引き続き，図2のように，シリンダーの底に，絶対温度 T_1 の熱源Hを接触させたところ，しばらくするとピストンは動きだし，ゆっくりと上昇して，ちょうど上のストッパーの位置($h = h_1$)で静止した。このとき，おもり，大気，気体からピストンが受ける力はつりあっていて，ストッパーに力ははたらいていなかった。また，気体の圧力は p_1，絶対温度は T_1 であった。この状態を状態1とし，状態0から状態1に至る過程を過程(i)とする。

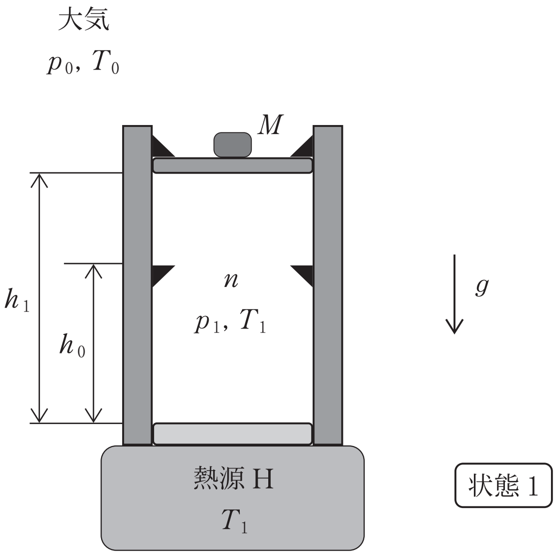

図2

問1　h_1 を，p_0，n，T_1，M，S，R，g のうち必要なものを用いて表せ。

問2　過程(i)での，気体の内部エネルギーの増加分 ΔU を，n，C_V，T_1，T_0，h_0，h_1，M，g のうち必要なものを用いて表せ。

問 3　過程(i)において，気体が大気にした仕事 W_{a}' と，気体がおもりにした仕事 W_{w}' を，p_0，S，T_1，T_0，M，h_1，h_0，g のうち必要なものを用いて表せ。ただし，この過程での体積変化は定圧変化とみなせるものとする。

状態 1 に引き続き，ピストンの上のおもりを取り除いたところ，ピストンは静止していた。さらに，熱源 H も取り除いたところ，しばらくすると気体の圧力は p_0 になり，ピストンは下向きに動きだした。ピストンはゆっくりと下降し，下のストッパーの位置 $(h = h_0)$ で静止した。このとき，気体の圧力は p_0，絶対温度は T_0 であった。この状態で，再び質量 M のおもりをピストンの上に置いた。これによって，この装置の状態は，再び状態 0 に戻った。状態 1 から状態 0 に至る過程を過程(ii)とする。

問 4　過程(ii)において，気体がされた仕事 W と，気体が受け取った熱量 Q を，n，C_V，T_1，T_0，p_0，S，h_1，h_0 のうち必要なものを用いて表せ。ただし，気体が熱を放出する場合には，負の値の Q で表すものとする。また，この過程での体積変化は定圧変化とみなせるものとする。

問 5　この装置を熱機関とみなすとき，過程(i)と過程(ii)を合わせたサイクルの熱効率(熱機関の効率) e を，ΔU，W_{a}'，W_{w}' のうち必要なものを用いて表せ。導き方も示せ。

〔Ⅳ〕 図1のように，空気中で，絶対屈折率 n_1 ($n_1 > 1$) の薄膜が，絶対屈折率 n_2 ($n_2 > n_1$) のガラスの表面に一様に付着している。以下，薄膜と空気の境界面を薄膜面，ガラスと薄膜の境界面を，ガラス面と呼ぶことにする。薄膜面とガラス面は平行であり，薄膜の厚さは d ($d > 0$) である。空気の絶対屈折率は1とみなすことができるものとする。空気中の単色光源から，入射角 θ で点Aに入射し，点B，Cを経て点Pを通過する光aと，同じ光源から，同じ入射角 θ で点Cに入射し，その点で反射して点Pを通過する光bの干渉を考える。点Aと点Cは薄膜面上の点であり，点Bはガラス面上の点である。図中の直線cとc′は，薄膜面に垂直である。線分AA′は二つの光の経路に垂直であり，点Aと点A′における二つの光の波の位相は一致している。空気中の光の波長を λ として，以下の問いに答えよ。位相はラジアン（記号 rad）で表す。

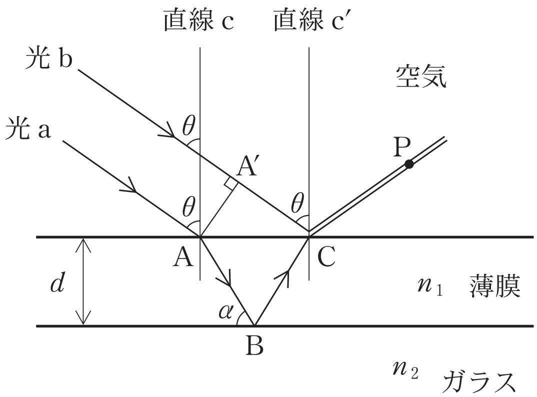

図1

問 1　線分 AB とガラス面のなす角度を α とするとき，$\cos\alpha$ を，θ，d，n_1，n_2，λ のうち必要なものを用いて表せ。導き方も示せ。必要であれば，解答欄の図に必要なものを書き込んで説明に用いてよい。

問 2　図 1 に示す，点 B における光 a の反射では，反射による位相のずれはあるか。ない場合は 0 を，ある場合はそのずれの大きさを，解答欄に記せ。

問 3　光の干渉は位相差からわかる。点 P における二つの光 a と b の位相 ϕ_{a} と ϕ_{b} の差を $\Delta\phi = \phi_{\mathrm{a}} - \phi_{\mathrm{b}}$ とするとき，$\dfrac{\Delta\phi}{2\pi}$ を，$\sin\alpha$，d，λ，n_1，n_2 のうち必要なものを用いて表せ。導き方も示せ。必要であれば，解答欄の図に必要なものを書き込んで説明に用いてよい。位相差は，2π の整数倍を差し引いて，$0 \leqq \Delta\phi < 2\pi$ の範囲に入るようにする**必要はない**ものとする。

このページは白紙です。