

問題 1

出題の意図

微分積分, 微分方程式に関する基礎学力を評価し, 入学後に本類のカリキュラムに適応できる能力があることを確認する。

解答例

$$(1) -\frac{2s}{(s^2+1)^2}$$

$$(2) 3\pi$$

$$(3) \frac{A}{A_0} = \frac{1}{M} \left[\frac{(\gamma-1)M^2+2}{\gamma+1} \right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$$

問題 2

出題の意図

線形代数（行列の固有値・固有ベクトル，行列の演算など）に関する基礎学力を評価し，入学後に本類のカリキュラムに適応できる能力があることを確認する。

解答例

(1) 固有値は $\lambda = 2$ （重解）， $\lambda = 1$

(2) 固有ベクトルは例えばそれぞれ

$$\mathbf{x}_1 = a \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_2 = b \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_3 = c \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0)$$

(3) 例えば， $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ より $\mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

問題 3

出題の意図

物理（質点・剛体の力学，運動方程式など）に関する基礎学力を評価し，入学後に本類のカリキュラムに適応できる能力があることを確認する。

解答例

$$(1) T_0 = \frac{Mg}{2 \sin \theta}$$

$$(2) I = \frac{1}{12} ML^2 \quad I_B = \frac{1}{3} ML^2$$

$$(3) \text{棒の重心の並進運動の運動方程式: } M\ddot{x} = -T \cos(\alpha + \theta) \quad M\ddot{y} = Mg - T \sin(\alpha + \theta)$$

$$\text{棒の回転運動の運動方程式: } \frac{1}{12} ML^2 \ddot{\beta} = \frac{1}{2} TL \sin(\alpha + \theta - \beta)$$

$$(4) \ddot{\alpha} = \frac{T \cos \theta}{ML \sin \theta} \quad \ddot{\beta} = \frac{6T}{ML} \sin \theta$$

(5) $\ddot{\alpha} = 0$ であるので，糸を切断した瞬間に棒は点 B を中心に回転する。