

広島大学大学院先進理工系科学研究科（博士課程前期）入学試験問題

物理学プログラム 量子物質科学プログラム（物理学分野）

専 門 科 目

2026 年 8 月 27 日 9:00～12:00

注意事項

（１）以下の用紙が配付されている。

問題用紙（表紙を含む）	10 枚
解答用紙	4 枚
下書用紙	1 枚

（２）問題は全部で４問あり，[Ⅰ]～[Ⅳ]の問題番号および出題科目名を に示してある。これら全ての問題について解答せよ。

（３）解答は問題ごとに指定の用紙を用いること。解答方法が特に指定されている場合を除き，最終的な答えだけでなく，解答に至った考え方や途中計算も示せ。紙面が不足した場合は表面に「裏面に続く」と明記し，裏面に記入せよ。

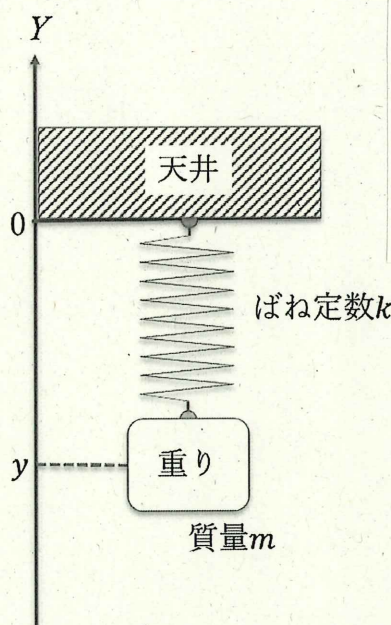
（４）解答用紙および下書用紙の全てに受験番号を記入せよ。

（５）試験終了後，全ての解答用紙および下書用紙を提出せよ。

I 力学

図1のように、鉛直上向き1次元の座標系 Y において、質量 m の重り（大きさは無視できる）が、天井（固定されていて動かない）からばねで吊り下げられており、その位置座標を y とする。重りは鉛直方向のみ動く。重りには鉛直下向きの重力加速度 g が作用している。重りを吊り下げているばねは、ばね定数 k 、自然長ゼロ、質量は無視できる。重りの振幅は小さく、天井にはあたらない場合を考える。

- (1) 重りの絶対位置 y を一般化座標に選ぶ。系の全運動エネルギー T_1 および、全ポテンシャルエネルギー V_1 を、 $y, \dot{y}$ を用いて表せ。 $\dot{y} = \frac{dy}{dt}$ である。



【試験時間中の問題訂正：下線部分を追記し

受験者へ板書及び口頭による周知を行った】

2 ページ (1) 2 行目

(誤) $\dot{y} = \frac{dy}{dt}$ である。

(正) $\dot{y} = \frac{dy}{dt}$ である。ここで、 t は時刻である。

図 1

- (2) 重りのラグランジアン $L_1 = T_1 - V_1$ を $y, \dot{y}, t$ を用いて表せ。
- (3) (2) の L_1 を用い、オイラー・ラグランジュ方程式

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_1}{\partial \dot{y}} \right) - \frac{\partial L_1}{\partial y} = 0$$

から、運動方程式を導け。

次に、図1の天井を図2のように外枠に置き換える。重りは、外枠の上端からばねで吊り下げられており、引き続き鉛直方向にのみ動く。外枠は質量 M で、重りと同様に、鉛直方向にのみ動く。外枠の上端の位置座標を $P(t)$ とする。重りについては、図1と同様に、質点で質量 m 、位置座標を y とし、鉛直下向きの重力加速度 g が作用している。重りを吊り下げているばねも、図1と同じ（ばね定数 k 、自然長ゼロ、質量は無視）である。

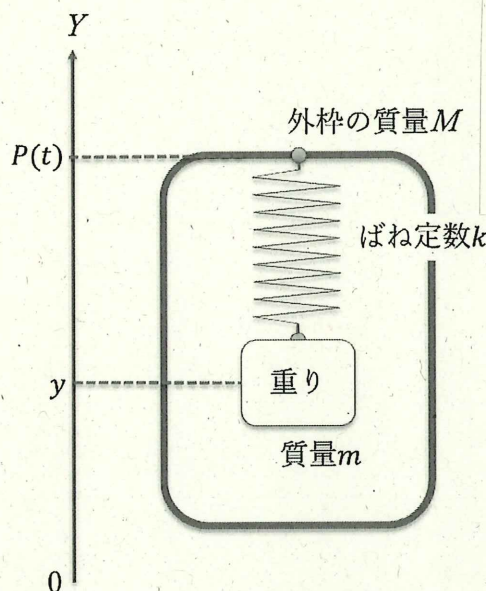


図2

【試験時間中の問題訂正：下線部分を訂正し

受験者へ板書及び口頭による周知を行った】

3 ページ (3) 4 行目

(誤) 位置座標を y とし、鉛直下向きの…

(正) 位置座標を y とする。重りと外枠には、鉛直下向きの…

【試験時間中の問題訂正：下線部分を追記し

受験者へ板書及び口頭による周知を行った】

3 ページ (4) 2 行目

(誤) $y, \dot{y}, P(t)$ を用いて表せ。

(正) $y, \dot{y}, P(t), \dot{P}(t)$ を用いて表せ。

外枠の位置 $P(t)$ は、外部から次の正弦波の式 (P_0 : 平均の高さ、 A : 振幅、 ω : 角周波数) にしたがって駆動されていて、それにとまって重りも運動している。重りの振幅は小さく、外枠にはあたらない場合を考える。

$$P(t) = P_0 + A \sin(\omega t)$$

(4) 重りの絶対位置 y を一般化座標に選ぶ。系の全運動エネルギー T_2 および、全ポテンシャルエネルギー V_2 を、 $y, \dot{y}, P(t)$ を用いて表せ。

(5) 外枠に対する重りの相対変位 $\eta = y - P(t)$ を新たな一般化座標とする。

$\dot{\eta} = \dot{y} - \dot{P}(t)$ である。系全体のラグランジアン $L_2 = T_2 - V_2$ を $\eta, \dot{\eta}, t$ を用いて表せ。

(6) (5) の L_2 を用い、オイラー・ラグランジュ方程式

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_2}{\partial \dot{\eta}} \right) - \frac{\partial L_2}{\partial \eta} = 0$$

から、相対変位 η についての運動方程式を導け。

(7) (6) で求めた運動方程式について、共振しない場合の特殊解を以下の形と仮定して、時間に依存しない定数 B と C を求めよ。

$$\eta(t) = B + C \sin(\omega t)$$

Ⅱ 電磁気学

1.

真空中に半径 a の導体球があり，その中心を原点 O とする。図 1 のように，内径が b ($b > a$) の電荷をもたない導体の球殻を同心にして配置した。球殻は接地されており，静電ポテンシャルはゼロである。内側の導体球に正の電荷 $Q(> 0)$ を与え，十分に時間が経過した後，電荷は導体球の表面に一様に分布している。真空中の誘電率を ϵ_0 として，以下の問いに答えよ。

- (1) 導体球と球殻の間の電場の大きさを，原点 O からの距離 r を用いて求めよ。
- (2) 導体球と球殻の間の電位差を求めよ。
- (3) この系をコンデンサとみなすとき，静電容量を求めよ。
- (4) 原点 O と球殻 ($r = b$) の間の静電ポテンシャル $\varphi(r)$ の概形を，横軸を r としてグラフで示せ。

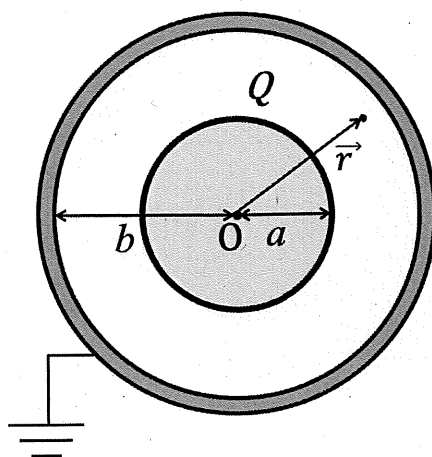


図 1

2.

図2のように、真空中で z 軸の正の方向に一様な電場 $\vec{E}_0$ がかかっている。真空中の誘電率は ϵ_0 であり、原点 O の静電ポテンシャルをゼロとする。

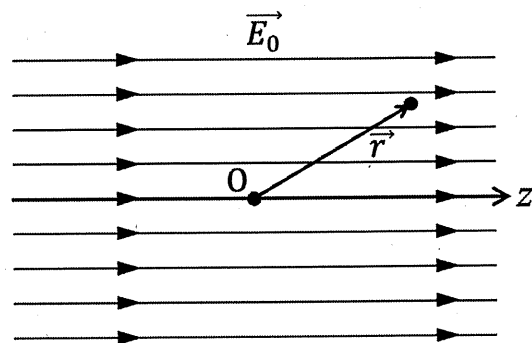


図 2

- (1) 電場 $\vec{E}_0$ による位置 $\vec{r}$ での静電ポテンシャルを求めよ。

電荷の総和がゼロである半径 a の導体球を、図3のように、その中心が原点 O に合うように置く。すると、電場によって導体球内の電荷が移動し、十分に時間が経つとこの導体球がその外部に作る電場は、原点 O の白抜きの矢印で示すような、仮想的な電気双極子 $\vec{p}$ によって生じたとみなせる。

- (2) 電気双極子 $\vec{p}$ を求めよ。ここで、原点 O にある $\vec{p}$ による位置 $\vec{r}$ の静電ポテンシャルは $\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3}$ である。

- (3) 導体球の外側の位置 $\vec{r}$ における静電ポテンシャルを求めよ。

- (4) 導体球内外の静電ポテンシャルの概形を、原点 O を通る z 軸を横軸としてグラフで示せ。

- (5) 導体球の外側の位置 $\vec{r}$ における電場を求めよ。

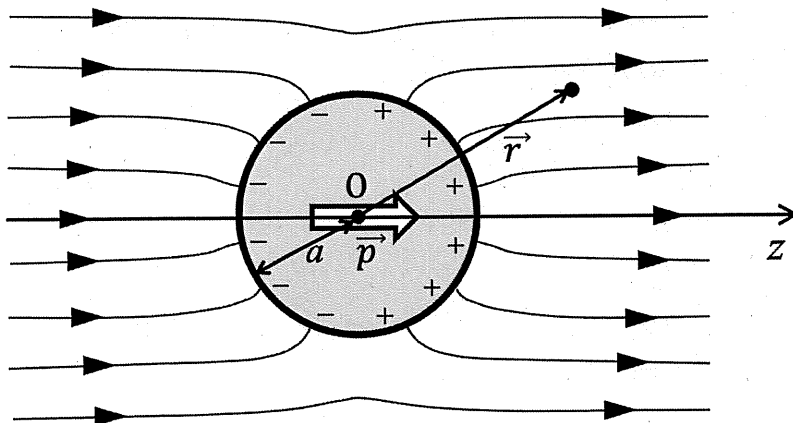


図 3

Ⅲ 量子力学

図1のように、1次元ポテンシャル $V(x)$ のもとで、 $x = -\infty$ から x 軸の正の方向に定常的に入射される 質量 m 、エネルギー $E (> 0)$ の粒子の散乱を考える。

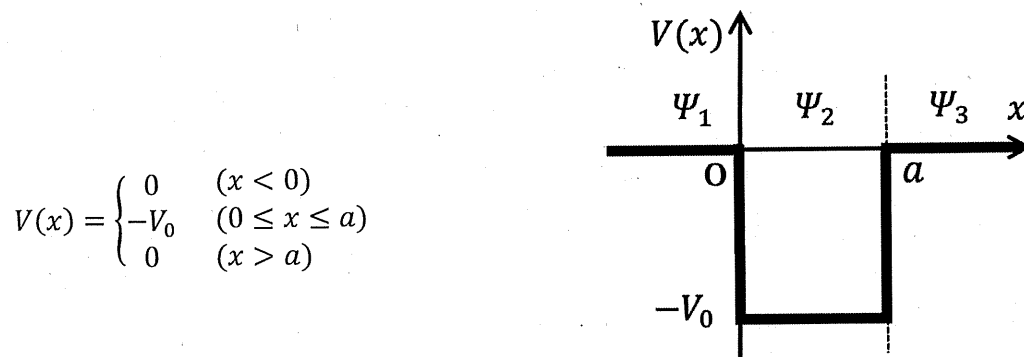


図 1

$x < 0$ の範囲の波動関数を ψ_1 、 $0 \leq x \leq a$ の範囲の波動関数を ψ_2 、 $x > a$ の範囲の波動関数を ψ_3 とする。ただしポテンシャルは $V_0 > 0$ かつ有限であり、プランク定数を $\hbar = h/2\pi$ とする。

(1) $x = 0$, a で区切られる3つの領域におけるシュレーディンガー方程式を、与えられたポテンシャルと波動関数を用いてそれぞれ書け。

(2) 3つの領域の一般解は、以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} \psi_1(x) &= Ae^{ikx} + Be^{-ikx} & (x < 0) \\ \psi_2(x) &= Ce^{ik'x} + De^{-ik'x} & (0 \leq x \leq a) \\ \psi_3(x) &= Fe^{ikx} & (x > a) \end{aligned}$$

ただし、 $k, k' (> 0)$ とする。領域 $x > a$ の波動関数 ψ_3 の一般解には、 x 軸の負の方向に進行する波が存在しない理由を説明せよ。

(3) 領域 $0 \leq x \leq a$ の波の波数を、 E, m, V_0 を用いて表せ。

(4) $x = 0, a$ において、波動関数とその微分が以下の条件を満たす。

$$\begin{aligned}\psi_1(0) &= \psi_2(0), & \left. \frac{d\psi_1(x)}{dx} \right|_{x=0} &= \left. \frac{d\psi_2(x)}{dx} \right|_{x=0} \\ \psi_2(a) &= \psi_3(a), & \left. \frac{d\psi_2(x)}{dx} \right|_{x=a} &= \left. \frac{d\psi_3(x)}{dx} \right|_{x=a}\end{aligned}$$

このようにポテンシャルが有限な値を取るが、関数として不連続な位置において、波動関数が連続である場合、その微分も連続となる理由を説明せよ。

(5) (4) の境界条件から、振幅 A, B, C, D, F の間の関係式を求めよ。

(6) 領域 $x < 0$ からの入射波に対する領域 $x > a$ への透過波の確率密度流の比 $\left| \frac{F}{A} \right|^2$ (透過率) が、以下のように表されることを示せ。

$$\left| \frac{F}{A} \right|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{k^2 - k'^2}{2kk'} \right)^2 \sin^2 k'a}$$

(7) 透過率 $\left| \frac{F}{A} \right|^2$ が1となる完全透過の条件を求めよ。

IV 熱統計力学

長さ ℓ に保ったゴムひもの張力 X を温度 T の関数として測定したところ、 $X = A(\ell)T$ が成り立つことが分かった。ここで $A(\ell) > 0$ は ℓ のみで決まる関数である。ゴムひもの熱力学的状態は ℓ , T , 内部エネルギー U , およびエントロピー S によって記述されるとする。

長さ a の要素 N 個からなる 1 次元自由連結鎖としてこのゴムひものをモデル化する（図 1）。各要素は 1 次元上で、左右の向きのみを独立に取るものとする。右向き要素数を n_+ , 左向き要素数を n_- とする。ただし $n_+ > n_-$ とする。

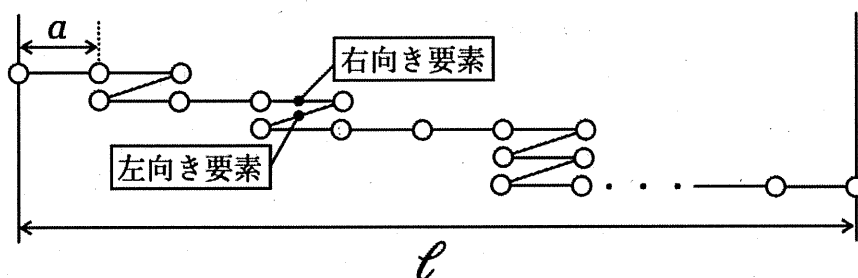


図 1: 1 次元自由連結鎖モデルの概略図

- (1) $n_+ + n_- = N$ および $\ell = a(n_+ - n_-)$ を用いて n_+ および n_- を N, a, ℓ で表せ。
- (2) N 個の要素のうち、 n_+ 個を右向きに選ぶ場合の数を考えることで、長さ ℓ を実現する微視的状态数 $\Omega(\ell)$ を求め、 N, a, ℓ を用いて示せ。
- (3) (2) の結果を用いて、エントロピー $S(\ell) = k_B \log \Omega(\ell)$ を計算し、スターリングの公式 $\log N! \simeq N \log N - N$ を用いて $N \gg 1$ におけるエントロピーの近似式を求めよ。 k_B はボルツマン定数とする。

- (4) $x = \frac{\ell}{Na}$ とおき、 $\ell \ll Na$ のもとで $S(\ell)$ を求めよ。その際、

$$\log(1+x) \simeq x - \frac{x^2}{2}$$

を用いよ。

- (5) 内部エネルギーは $U = U(T)$ で与えられるとする。(4) で得た結果を用いて、自由エネルギー $F = U - TS$ から張力

$$X = \left(\frac{\partial F}{\partial \ell} \right)_T$$

を求めよ。その結果を $X = A(\ell)T$ の形に書き、 $A(\ell) > 0$ を確かめよ。

- (6) 張力が一定の条件の下で温度を上げたときに、ゴムひもの長さが伸びるか、縮むかについて議論せよ。