

# 算数・数学科

土佐岡智子・岡田 泰・川口知佐子・河寄祐子・後藤春香

## 【研究の目的】

算数・数学科では、小中学校の枠を越えた算数・数学の系統性のあるカリキュラム開発や指導のあり方について探り、9年間の学びのつながりを意識した授業づくりの新たな視点を得ることを目的に研究仮説を設定し、実証的研究を進めることとした。

図形領域を取り上げて考えると、小学校の算数と中学校の数学での大きな違いは、「論証」であると言える。本研究では「論証」に焦点を当てて考えていくこととする。「論証」では演繹的推論によって理論的な正しさを相手に納得させることが大切である。しかし、実際には命題が真であることを証明するための根拠が適切でなかったり、何を根拠に自ら推論していけばよいか分らなかったり、根拠を挙げることの必要性を感じていなかったりする姿が見られる。その要因として、定義や性質が曖昧であることも挙げられるが、性質と性質の関係が意識できていないこと、つまり命題の素地がないことが考えられる。学びのつながりを意識し、どのように図形の論証指導への移行がなされたか、Ⅰ期やⅡ期での指導がどのようにⅢ期の「論証」につながったかについて明らかになっている先行研究は少ない。先行研究では同大学附属三原小学校では本校と同じテーマで研究が進められており、小中9年間の図形指導のカリキュラム構想が提案されている。小学校5年生の実践において作図が有効であること、また小学校4年生では学習材の有効性について明らかにされている。明らかになっていることについては本校も同じ考えで研究を進めている。しかし一方で、それぞれの段階での学習材の有効性は示されているものの、命題の素地を作っていくための学習材が十分あるとは言えない。本研究は、それぞれの段階で目指す水準を決め、論証に向けてのⅠ期・Ⅱ期での取り組みがどのようにⅢ期で有効に働いていくかを明らかにしていきたい。またどのような学習材を行っていけば良いのかを明らかにし、9年間の学びがつながるカリキュラムをつくり、検証することもねらいとしている。

本研究では図形領域における学習水準を決め、各学年でどのような図形の捉え方ができるようになればよいか示す必要があると考えた。van Hiele の学習水準理論は学習の段階を固有の姿で表しており、9年間を見通して考えるには最適なものであると捉え、9年間で習得したい内容を本校独自に van Hiele の学習水準理論と対応させていくこととした。9年間の学びのつながりを van Hiele の学習水準理論をもとに、本校算数・数学科では、以下のように捉えて考えた。

van Hiele の学習水準理論	本校で設定した対応学年	
第1水準 学習の対象は身近な具体物であり、その具体物の視覚的な全体的な形によって認識する。	小学校1・2年生	Ⅰ期前
第2水準 図形を学習の対象とし、それを性質によって分類したり並べたりする。性質が学習の視点になっている。	小学校3・4年生	Ⅱ期後 Ⅲ期
第3水準 図形の性質が学習の対象になり、性質間の関係、すなわち命題をつくり出す。論理的に図形や関係を整理することができるが、数学体系の中の完全な証明は理解できない。	小学校5年生から 中学校1年生	
第4水準 図形についての命題が学習の対象となり、それを論理を用いて体系づけたり、整理したりする。	中学校2・3年生	Ⅲ期
第5水準 理論そのものが学習の対象となり、公理的体系が理解できる。		

表1 van Hiele の学習水準理論と児童生徒の発達段階の対応

この第3水準から第4水準への移行が円滑に行われることが論証の学習を効果的に進めていくために重要な課題だと考えた。そこで、Ⅱ期において、それまでに学習した図形の定義や性質を見直し、性質間の関係が意識化できるような学習を行うことでⅢ期での論証の学習での躓きが軽減されるのではないかと考えた。van Hieleの学習水準理論を参考に、各水準に到達するまでに必要なことを考え、Ⅰ期からⅡ期、Ⅲ期へとスムーズな接続を行うための研究仮説を立て、小中9年間における図形領域での授業づくりのあり方を授業実践を通して検証する。

### 【中学校卒業時のめざす生徒像】

図形領域において演繹的な推論の力を身につけ、それを用いて命題が真であることを証明することができる生徒をめざす。

### 【昨年度の成果と課題】

昨年度の研究から、図形認識における方法の推移をスムーズに行うことで、学びの質が変わることが確信できた。

I期前半（1～2年生）	具体→形
I期後半（3～4年生）	形→性質<性質の意識化>
Ⅱ期（小学校5年～中学1年）	性質→命題<性質間の関係の意識化，論証の素地づくり>

小中9年間の学びのつながりを意識した授業づくりのために、中学校の学習内容の前倒しではないこと、新しい学習材の開発ばかりに目を向けてはいけないことが見えてきた。今まで算数科の学習で行われてきた内容は中学校での学習とつながっており、今の学習内容が既習内容となっていく。教材を再度見直し、教材の捉え直しや数学へのつながりを明確にする必要がある。そのために、それぞれの学習水準をつないでいくための「押し上げ」と「引き上げ」を行うための効果的な指導と教材の開発が今後の課題として見えてきた。

### 【研究仮説】

#### I期（小学校1年生～4年生）

低学年では図形を全体としての形によって認識するのに対して、中学年では性質によって図形を考察する。van Hieleの学習水準理論から考えると、この時期は第1水準から第2水準の過渡期ではないかと考えた。そこで、Ⅰ期を前後半に分けて考える必要があると考える。

- ・Ⅰ期前半（小学校1年生～2年生）では、児童にとって学習の対象は身近な具体物であり、その具体物の外観によって直観的・全体的に認識される。そこで、身の回りの具体物を効果的に用いながら個々の操作活動の時間を十分に確保することが大切であると考えた。個々の気づきを全体に共有し、問いを生み出す発展的な活動まで高めれば、図形についての感覚を豊かにすることができるのではないかと考えた。
- ・Ⅰ期後半（小学校3年生～4年生）では、図形の構成要素に着目するとともにその図形の定義や性質を見直し、性質と図形をつなげる見方を育てることが大切であると考えた。提示された図形を多様な方法で観察したり、条件を変えて作図したりすることで、性質を図形認識するための方法とすることができるようになるのではないかと考えた。

#### Ⅱ期（小学校5年生～中学校1年生）

図形の性質を根拠に課題を解決したり、作図方法を考え説明したりすることで、性質間の関係が意識化され、演繹的な思考の素地（論証の素地）を育成することができるのではないかと考えた。

### Ⅲ期（中学校2年生～3年生）

van Hiele の学習水準理論よりこの時期は第3水準と第4水準の過渡期ではないかと考えた。図形の論証指導の中では、命題における十分条件の発見と非自明性の認識に焦点を当て指導することにより、生徒の中に「論理構造を組み立てる力」をつけることにつながるのではないかと考えた。

I期、II期、III期それぞれにおいて、以下の研究仮説に基づく授業を行うことで、中学校卒業時には、演繹的な推論の力を身につけ、命題の真偽が真であることを証明することができると考えている。

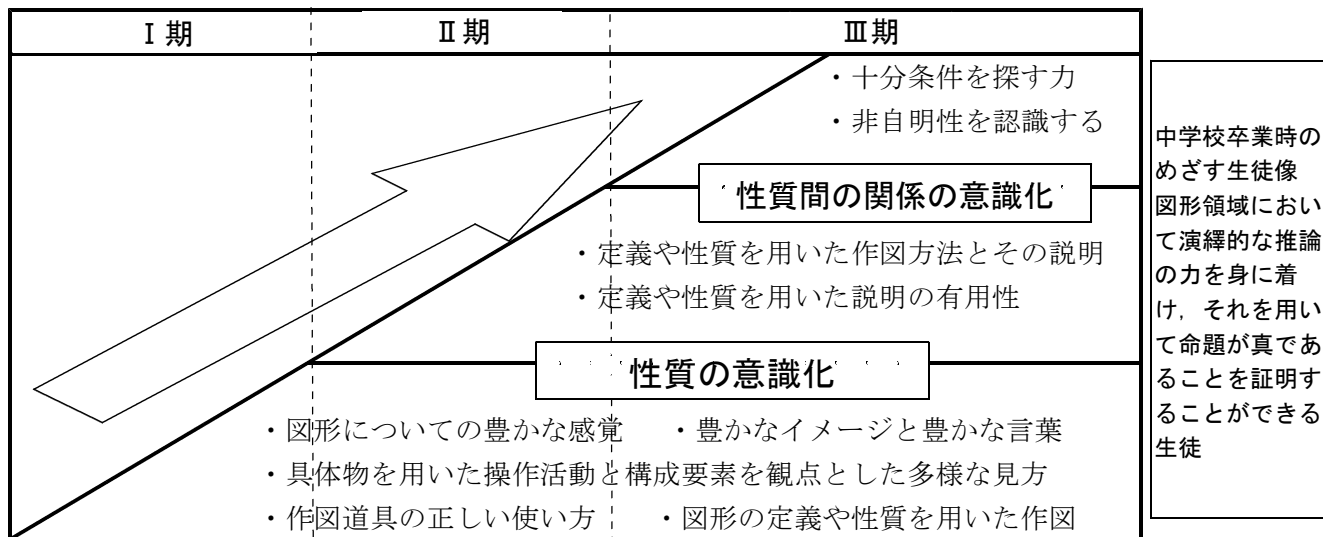


図1 図形領域における学びのつながり

昨年度の成果として、論証への移行を促すためには、図1のような9年間のつながりを意識して授業づくりを行えばよいということは見えてきた。I期及びII期、III期のつながりをどうするか、どのように教師が手立てを講じるかが重要である。そのため、前段階でどのような指導を行うかだけでなく、次段階がどのような引き上げを行うかも視野に入れることが必要となる。児童のつまづきはいったいどこなのか、その解決のためにはどのような学習材でどのような指導が効果的なのか、更には今行っていることが本当に適切なのかを見直すことが重要である。つながりにおける「押し上げ」と「引き上げ」を行うための効果的な指導と学習材の開発が今後の課題として見えてきた。本校で考える学習材を開発する際の視点作り、それに基づいて教材開発していくこととした(表2)。

「こどもが自分で考えるなかでこどもの思考を高水準へと高めることにあり、夫人はその過程こそを問題にしている」(磯田 1986) とあるように、子どもたちが van Hiele の学習水準理論のより高い水準へいくことができる授業を行っていく必要がある。

今年度は「押し上げ」「引き上げ」を意識し、移行することが見えてくる学習材を用いた授業作りについて研究を進めることとする。

段階	教材開発の視点
I期	性質を利用して作図することができる 図形の性質について児童がたくさん語ることができる
II期	説明が簡単で性質同士の関係を理解することができる ある性質が決まると別の性質も決まることを既習内容から簡単に説明することができる
III期	視覚的に正しいと認めてきたことの非自明性を認識することができる 図形の性質間の関係に関する命題を証明することができる

表2 各段階における学習材開発の視点

## 【本年度の研究計画】

I 期 II 期 III 期のそれぞれにおいて仮説の検証を行う。

- ・小中 9 年間ににおける図形領域での授業づくりのあり方を授業実践を通して検証する。
- ・論証に向けての I 期・II 期での取り組みがどのように III 期で有効に働いていくかを明らかにする。
- ・9 年間の学びがつながるカリキュラム開発のための授業実践を行う。

## 【参考文献】

中原忠男編、『算数・数学科重要用語 300 の基礎知識』, 明治図書出版株式会社, 2000

数学教育研究会編、『新訂 算数教育の理論と実際』, 聖文新社, 2010

岡崎正和・岩崎秀樹, 算数から数学への移行教材としての作図, 『数学教育学論究』 Vol.80,  
pp. 3 - 27, 2003

磯田正美, Dina van Hiele-Geldof の博士論文における水準の移行の為の指導に関する一考察, 『筑波数学  
教育研究』 第 5 号, pp.69 - 81, 1986

村上良太・川崎正盛・妹尾進一・木村恵子・松浦武人・植田敦三 (2010), 「論理的な図形認識を促す算  
数・数学科カリキュラムの開発 (1)」 - 小学校 5 学年における移行を促す算数での実践的研究」,  
全国数学教育学会誌『数学教育学研究』, 第 16 巻, 第 1 号, pp73-85

川崎正盛・村上良太・妹尾進一・木村恵子・松浦武人・植田敦三・高淵千香子・山中法子・内田武留  
(2011), 「論理的な図形 認識を促す算数・数学科カリキュラムの開発 (2)」 - 図形の性質の意識化  
に焦点を当てて -」, 全国数学教育学会誌『数学教育学研究』, 第 17 巻, 第 1 号, pp61-71