広島大学大学院工学研究科博士課程前期入学試験模擬問題

Graduate School of Engineering (Master's Programs), Hiroshima University

Entrance Examination Sample Questions

試験科目 Subject	システムサイバネティクス（専門科目 I） System Cybernetics I

専攻 Department	システムサイバネティクス System Cybernetics

A－1

α を実数とし，行列 A を $A = \begin{bmatrix} \alpha & 1 & 0 & 1 \\ 1 & \alpha & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \alpha & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \alpha \end{bmatrix}$ と定める．

(1) A の行列式の値を α を用いて表せ．

(2) $\alpha = 1$ のとき，x_1, x_2, x_3, x_4 に関する連立一次方程式 $A\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 6 \end{bmatrix}$ を解け．

(3) $\alpha = 0, 2$ のとき，A の階数（ランク）をそれぞれ求めよ．

Let α be a real number and A be the matrix given by $A = \begin{bmatrix} \alpha & 1 & 0 & 1 \\ 1 & \alpha & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \alpha & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \alpha \end{bmatrix}$.

(1) Express the value of the determinant of A using α.

(2) For $\alpha = 1$, solve the system of linear equations $A\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 6 \end{bmatrix}$ in x_1, x_2, x_3, x_4.

(3) For $\alpha = 0, 2$, find the rank of A respectively.

$\boxed{\text{A}-2}$

(1) $x \geqq 0$ における，関数 $f(x) = x\,e^{-kx}$ の最大値 a_k を求めよ．ただし，k は正の整数とする．

(2) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=0}^{n}\frac{1}{n+k} = \log 2$ を示せ．

(3) a_k が (1) で求めた値であるとき，極限 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=n}^{2n} a_k$ を求めよ．

(4) 重積分 $\displaystyle\iint_D xy\,e^{-x^2-y^2}\,dxdy$ の値を求めよ．ただし，$D = \{(x,\,y)\,|\,x \geqq 0,\, y \geqq x^2\}$ とする．

(1) For $x \geqq 0$, find the maximum a_k of the function $f(x) = x\,e^{-kx}$ with a positive integer k.

(2) Show that $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=0}^{n}\frac{1}{n+k} = \log 2$.

(3) If a_k is the number determined in (1), compute the limit $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=n}^{2n} a_k$.

(4) Evaluate the double integral $\displaystyle\iint_D xy\,e^{-x^2-y^2}\,dxdy$, where $D = \{(x,\,y)\,|\,x \geqq 0,\, y \geqq x^2\}$.

A − 3

図の回路において，交流電圧 v_{AC} と直流電圧 v_{DC}，および素子の値をそれぞれ以下のように仮定する。

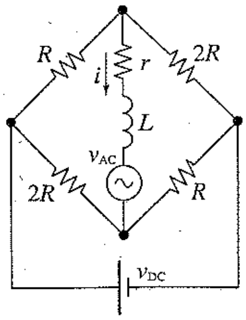
交流電圧：$v_{\mathrm{AC}} = 7\sin(\omega t)$ [V]，直流電圧：$v_{\mathrm{DC}} = 7$ [V]（定数），$\omega L = \dfrac{7}{3}$ [Ω]，$R = r = 1$ [Ω]

（ω：角周波数[rad/s]，t：時間[s]，L：インダクタンス[H]，R, r：抵抗[Ω]）

このとき，抵抗 r を流れる電流 i は，次式の形で表すことができる。

$$i = \boxed{I_A}\sin(\omega t + \boxed{\theta}) + \boxed{I_B}$$

$\boxed{I_A}$，$\boxed{I_B}$，$\boxed{\theta}$ を求めよ。



In the circuit shown in the figure, assume that AC (alternating current) voltage v_{AC}, DC (direct current) voltage v_{DC} and other elements' values are given as follows:

AC voltage: $v_{\mathrm{AC}} = 7\sin(\omega t)$ [V], DC voltage: $v_{\mathrm{DC}} = 7$ [V] (constant), $\omega L = \dfrac{7}{3}$ [Ω], $R = r = 1$ [Ω]

(ω : angular frequency [rad/s], t : time [sec], L : inductance [H], R, r : resistance [Ω])

Then, the current i, flowing through the resistance r, can be expressed by the following equation:

$$i = \boxed{I_A}\sin(\omega t + \boxed{\theta}) + \boxed{I_B}$$

Obtain $\boxed{I_A}$, $\boxed{I_B}$ and $\boxed{\theta}$.

A－4

(1) 目的関数を最小化する線形計画問題に対する次のシンプレックス・タブローにおいて，$\bar{c}_4 < 0, \bar{a}_{14} \leq 0, \bar{a}_{24} \leq 0, \bar{a}_{34} \leq 0$ が確認できた．このとき，何が結論付けられるか．

基底	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	定数
x_1	1	0	0	$\bar{a}_{14}$	$\bar{a}_{15}$	$\bar{b}_1$
x_2	0	1	0	$\bar{a}_{24}$	$\bar{a}_{25}$	$\bar{b}_2$
x_3	0	0	1	$\bar{a}_{34}$	$\bar{a}_{35}$	$\bar{b}_3$
$-z$	0	0	0	$\bar{c}_4$	$\bar{c}_5$	$\bar{z}$

(2) 次の主問題である線形計画問題の双対問題を書け．

$$
\begin{array}{ll}
\text{minimize} & c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 \\
\text{subject to} & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \geq b_1 \\
& a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \leq b_2 \\
& a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \\
& x_1 \geq 0,\ x_2 \leq 0
\end{array}
$$

ここで，x_3 は自由変数であることに注意せよ．

(3) シンプレックス法を用いて次の線形計画問題を解け．

$$
\begin{array}{ll}
\text{minimize} & 4x_1 + 3x_2 \\
\text{subject to} & 2x_1 + 3x_2 \geq 20 \\
& 2x_1 + 5x_2 \geq 22 \\
& 5x_1 + 3x_2 \geq 24 \\
& x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0
\end{array}
$$

(1) It is found that $\bar{c}_4 < 0, \bar{a}_{14} \leq 0, \bar{a}_{24} \leq 0$, and $\bar{a}_{34} \leq 0$ in the following simplex tableau for a linear programming problem minimizing an objective function. From the above fact, what can you conclude?

basis	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	constants
x_1	1	0	0	$\bar{a}_{14}$	$\bar{a}_{15}$	$\bar{b}_1$
x_2	0	1	0	$\bar{a}_{24}$	$\bar{a}_{25}$	$\bar{b}_2$
x_3	0	0	1	$\bar{a}_{34}$	$\bar{a}_{35}$	$\bar{b}_3$
$-z$	0	0	0	$\bar{c}_4$	$\bar{c}_5$	$\bar{z}$

(2) Write the dual problem to the following primal linear programming problem.

$$
\begin{array}{ll}
\text{minimize} & c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 \\
\text{subject to} & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \geq b_1 \\
& a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \leq b_2 \\
& a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \\
& x_1 \geq 0,\ x_2 \leq 0
\end{array}
$$

Note that x_3 is a free variable.

(3) Solve the following linear programming problem by using the simplex method.

$$
\begin{array}{ll}
\text{minimize} & 4x_1 + 3x_2 \\
\text{subject to} & 2x_1 + 3x_2 \geq 20 \\
& 2x_1 + 5x_2 \geq 22 \\
& 5x_1 + 3x_2 \geq 24 \\
& x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0
\end{array}
$$