

学習指導案

中学校 数学科 学習指導案

指導者 折口 香織

日 時 平成 29 年 10 月 14 日(土) 第 1 限 9:30~10:20

場 所 数学教室

学年・組 中学校 3 年 C 組 46 人 (男子 24 人 女子 22 人)

単 元 図形と相似

- 目 標**
1. 相似な図形の性質を、さまざまな場面で活用しようとすることができる。
(数学への関心・意欲・態度)
 2. 三角形の相似条件を知り、それを使って図形の性質を考察することができる。
(数学的な見方や考え方)
 3. 平行線と線分の比について性質を見いだし、三角形の midpoint 連結定理を理解し、それを活用することができる。
(数学的な技能)
 4. 平面図形の相似の意味と相似な図形の性質、基本的な立体の相似の意味、相似な図形の相似比と面積比・体積比の関係について理解できる。
(数量や図形などについての知識・理解)

指導計画 (全 25 時間)

第一次	図形と相似	8 時間
第二次	平行線と線分の比	8 時間 (本時 7/8)
第三次	相似な図形の計量	5 時間
第四次	相似の利用	4 時間

授業について

フラクタル図形は自己相似な図形であり、デザインとしての美しさや自然界・株価の変動のグラフ等にその特性が潜んでいることでも知られており、日常生活や社会の事象を数理的に捉えることができる興味深い内容の 1 つであると考えられる。フラクタル図形そのものを中学数学の授業で扱うことは困難であるが、「同じ操作を繰り返す」点や「元の図形と相似な図形をつくる」点などに着目し、三角形や四角形の各辺の中点を結んでできる図形の性質について midpoint 連結定理を用いて論理的に確かめる学習を進展させ、同様な操作を繰り返し、次々につくられる各図形の間にある関係性を見いだし問題解決させることで関連を図った。

本時では元の三角形と相似な三角形をつくるための分割方法(線の引き方)について考え、整理する。既習の内容を生かして三角形を分類し、さまざまな三角形において具体的に分割方法を考え、角の大きさや辺に着目して特徴を見いだし、自分の考えを表現すること、他者と互いの考えを伝え合う中で、多様な考えに気づき、それらを比較しながら、よりよい考えに向けて考察することをねらいとする。

また、整理した分割方法を一般化するための証明を与えることや分割方法を利用して模様をデザインさせることなどの問題につなげることで、フラクタル図形との関連をさらに図ると共に数学を学ぶ楽しさや数学のおもしろさを感じさせたい。

<p>●考察の振り返り(15分)</p> <p>(まとめ)</p> <p>●本時の振り返り(5分)</p>	<p>○グループになり自分の考えを説明する [グループ]</p> <ul style="list-style-type: none"> ・何通りあると考えたかを発表 ・1人1つずつ方法を発表する ・必要であれば説明する際にホワイトボードを利用 <p>●他の考えがないか話し合う</p> <ul style="list-style-type: none"> ・分割方法にもれがないか ・考察していない三角形はないか ・分割方法に特徴はないか <p>○分割方法について整理する [グループ]</p> <ul style="list-style-type: none"> ・何通りと捉えるか話し合う ・複数の方法を1つにまとめることはできないか考える ・それぞれの方法を文章や図を用いて表現する ・ホワイトボードにまとめる <p>3 話し合った内容の発表[全体]</p> <p>●三角形の分類や線の引き方について発表する</p> <p>〈予想される生徒の考え〉</p> <ul style="list-style-type: none"> ・すべての三角形で平行線による分割が可能である ・正三角形は頂点から直線を引き分割することはできない ・三角形の形によって頂点から引くことができる直線の数異なる ・角の大きさによって1つの頂点から引ける直線の数異なる <p>4 本時のまとめ [グループ]</p> <p>●問題解決の過程や結果を振り返る</p> <ul style="list-style-type: none"> ・班で話しあって分類整理することができたか 	<p>●ワークシート②を配布し、考察の結果を記述させる</p> <ul style="list-style-type: none"> ・考えている途中の場合は何通り考察したかの発表でよい ・ホワイトボードの配布 <p>●意見の交流を通して共通する考えや新たな考えに気づかせる</p> <p>●グループで出た考えを比較させ、見通しを持って整理させる</p> <p>●自分たちの考えた分割方法をホワイトボードにまとめるよう指示する</p> <p>◆考察した分割方法について、まとめる視点を明らかにしながら分類整理することができる</p> <p>【数学的な見方や考え方/様相観察, ワークシート分析】</p> <p>●生徒の表現に基づいて分割方法を整理する</p> <ul style="list-style-type: none"> ・図形の分類による整理 ・線の引き方による整理 <p>●指名による発表</p> <p>●フラクタル図形について言及</p> <ul style="list-style-type: none"> ・直角二等辺三角形を例に挙げて説明する ・長方形(白銀四角形)について次時で考察することを伝える
<p>備考 ワークシート (2枚) ホワイトボード・マーカーペン (各班1セット)</p>		

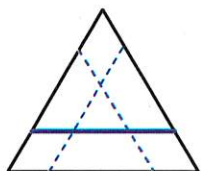
【問題】

さまざまな三角形に対し、直線を1本引き、元の三角形と相似な三角形をつくりたい。どのような分割方法(線の引き方)があるか考え、整理しよう。

【予想される生徒の考え】

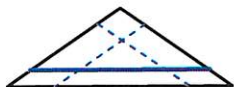
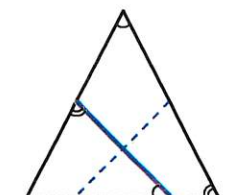
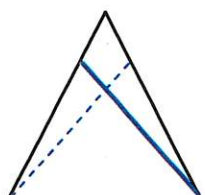
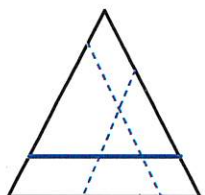
(ア) 正三角形

- ① 1辺に対する平行線



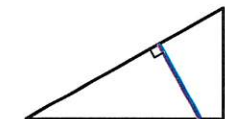
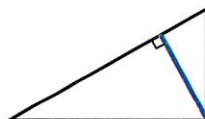
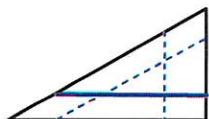
(イ) 二等辺三角形

- ① 1辺に対する平行線 ② 頂点から引いた直線 ③ ②の平行線(裏返して縮小)



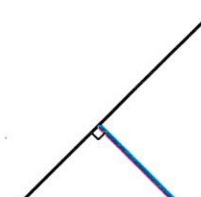
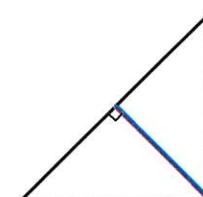
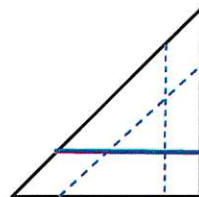
(ウ) 直角三角形

- ① 1辺に対する平行線 ② 頂点から引いた直線 ③ ②の平行線(裏返して縮小)



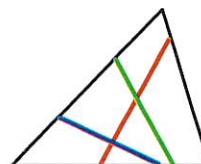
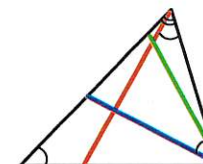
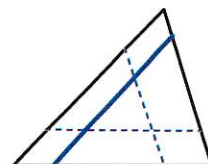
(エ) 直角二等辺三角形

- ① 1辺に対する平行線 ② 頂点から引いた直線 ③ ②の平行線(裏返して縮小)



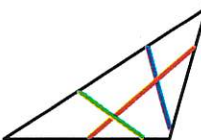
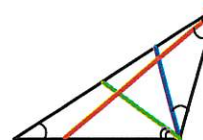
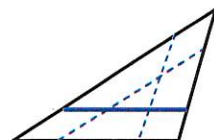
(オ) 鋭角三角形

- ① 1辺に対する平行線 ② 頂点から引いた直線 ③ ②の平行線(裏返して縮小)



(カ) 鈍角三角形

- ① 1辺に対する平行線 ② 頂点から引いた直線 ③ ②の平行線(裏返して縮小)



数学科 3年 (図形と相似 - 分割による相似な図形①)

3年 組 番 名前

【問題】

さまざまな三角形に対し、直線を1本引き、元の三角形と相似な三角形をつくりたい。どのような分割方法(線の引き方)があるか考え、整理しよう。

《自分の考え》

◆分割方法は () 通りあると考えた

・1通り目は ()

メモ (考えのもとにした三角形や図形の性質をしっかりと残そう)

数学科 3年 (図形と相似 - 分割による相似な図形②)
3年 組 番 名前

《班の考え》

◇分割方法は () 通りある

《班員の考え》

名前			
	() 通り	() 通り	() 通り
自分の 考えと 違う点 や付け 加え			

☆1番「なるほど!」と思った意見→ () くん・さん

メモ

実践上の留意点

1. 授業説明

本授業では、元の三角形と相似な三角形をつくるための分割方法(線の引き方)について考え、整理する。この学習課題はフラクタルな図形との関連を図るために「元の図形と相似な図形をつくる」という点に着目し、設定したものである。

三角形の相似に関する課題の多くは、与えられた図における相似な図形の証明などだが、本課題においては、一般を推測するために自ら図を与え考察するものであり、生徒にとって新鮮な問題であると考えられる。さらに、課題のシンプルさから数学の得意・不得意に関わらず学習意欲を高めることが期待できる。また、考察すべき三角形を予め挙げておくなど、工夫することで生徒の実態に応じた学習の展開が可能である。その反面、生徒によっては不慣れな問題もあるので、学習状況をよく観察し、生徒の思考に寄り沿った授業展開ができるように配慮する必要がある。

考察の振り返りの手段の1つとして、各班のまとめの中でより多くの方法を挙げた班の意見を取り上げ、より少ない班の意見にまとめる方法が考えられる。複数の方法として考えていたものを同一の方法と捉える過程で自分の考えのあいまいだった点や他者の考えとの類似点・相似点を明確にさせることで、「内化」と「外化」を図り、考え方の変化や深まりを実現させたい。

2. 研究協議より

- ・生徒たちは自分の考えを持った上で班での話し合い活動に進むことができおり、意見が上手くまとまらないときにはそれぞれの考えの根拠を説明するように促すことで議論することができていた。その反面、まとめの中で生じた疑問は、班活動を一度止め、その疑問をクラス全体の疑問として共有し、考えさせることで自分たちの班の話し合いだけでは気づかなかった図形の見方に触れることができたのではないと思う。
- ・線の引き方は同じでも、もとの三角形の形状によって何通りに見えるかは異なることを共有できるとよかった。「本当に相似になっているの？」という投げかけをすれば生徒も角に着目できたのではないか。
- ・この授業では、子供にとって難しいのはどこか？そこにどういった支援があったのか。
→類似の方法を1通り・2通りのどちらでカウントするのかについて迷っていた。
それに対し、考えの根拠をはっきりさせ、視点によって分類するように促した。
- ・三角形の形を先にあげさせていたが、その意図は？
→複数の三角形について考察すべきことの確認のため。また、前時までの授業において、もれなく考察し、分類整理することを進めていたため。
- ・三角形の分類に共通部分があり混乱があった、排他的に考えさせてもよかったのではないか。
→二等辺三角形について角の大きさを変えながら思考し、正三角形では頂点から分割する線を引くことができない点に気づくことができれば興味深いと考えていた。生徒の考えのものになる図が異なることで、同じ二等辺三角形でも線の引き方が異なることが予想できる。その中で既習事項を振り返りながらまとめることや実際に様々な二等辺三角形をかくことによってその点に気がつくことを期待していた。
- ・次の授業で、最終的な場合分けをどのようにまとめていくのか
→角度に着目するなどの視点を与えながら、三角形の形に着目させ収束させたい。最後には「無駄のなさ」に注目させ直角二等辺三角形について言及し、相似の性質を活用した具体的な例としてコピー用紙の話につなげる予定である。